Material N° 08-B

GUÍA TEÓRICO PRÁCTICA Nº 7

UNIDAD: ÁLGEBRA Y FUNCIONES

FRACCIONES ALGEBRAICAS

FRACCIÓN ALGEBRAICA

Se llama fracción algebraica a toda expresión de la forma $\frac{P(x)}{Q(x)}$, donde P(x) y Q(x) son polinomios. La variable x puede tomar cualquier valor real, siempre que no anule al denominador.

SIMPLIFICACIÓN DE UNA FRACCIÓN ALGEBRAICA

Para ello se debe considerar lo siguiente:

- Si el numerador y el denominador son monomios, se cancelan los factores comunes.
- Si el numerador y/o denominador no son monomios, se factoriza el numerador y/o el denominador y se cancelan los factores comunes.

EJEMPLOS

1. $\frac{x^2 + x}{x + 1} =$

A) x^2
B) x
C) $2x$
D) $x + 1$
E) $2x + 1$

2. $\frac{4a - 4b}{2b - 2a} =$

A) -2
B) 2
C) 2a
D) 2a – 2b
E) 2b – 2a

3. $\frac{x^2 - 9}{x^2 - 7x + 12} =$

A) $\frac{-9}{-7x + 12}$
B) $\frac{x - 3}{x - 4}$
C) $\frac{x - 9}{x - 5}$
D) $\frac{x + 3}{x - 4}$
E) $\frac{x - 3}{x + 4}$

PREUNIVERSITARIO PEDRO DE VALDIVIA

4. $\dfrac{x^2 - 10x + 25}{x^2 - 7x + 10} =$

A) $\dfrac{x - 5}{x + 2}$
B) $\dfrac{x + 5}{x - 2}$
C) $\dfrac{x - 5}{x - 2}$
D) $\dfrac{x + 5}{x + 2}$
E) $\dfrac{-10x + 5}{-7x + 2}$

5. $\dfrac{3x^2 - x - 2}{x^2 + 2x - 3} =$

A) $\dfrac{3x - 2}{x + 3}$
B) $\dfrac{3x - 2}{x - 3}$
C) $\dfrac{x - 3}{x + 3}$
D) $\dfrac{3x + 2}{x - 3}$
E) $\dfrac{3x + 2}{x + 3}$

PREUNIVERSITARIO
PEDRO DE VALDIVIA

6. $\dfrac{ax - bx + ay - by}{x + y} =$

A) $2a - bx - by$
B) $2a - 2b$
C) $b - a$
D) $a + b$
E) $a - b$

7. $\dfrac{x^3 - y^3}{5x^2 + 5xy + 5y^2} =$

A) $\dfrac{x - y}{5}$
B) $x - y$
C) $\dfrac{x + y}{5}$
D) $\dfrac{x + y}{5xy + 10}$
E) $x^2 + y^2$

MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN DE FRACCIONES ALGEBRAICAS

Si $\frac{A}{B}$ y $\frac{C}{D}$ son fracciones algebraicas, donde $B \neq 0$ y $D \neq 0$, entonces:

* La multiplicación $\frac{A}{B} \cdot \frac{C}{D} = \frac{A \cdot C}{B \cdot D}$
* La división $\frac{A}{B} : \frac{C}{D} = \frac{A \cdot D}{B \cdot C}$ $(C \neq 0)$

EJEMPLOS

1. $\frac{y^2 - y}{1 - y} \cdot \frac{y + 1}{y} =$

A) $y + 1$
B) $-y + 1$
C) $-(y + 1)$
D) y^2
E) 0

2. $\frac{a - b}{a} : \frac{b^2 - a^2}{ab} =$

PREUNIVERSITARIO
PEDRO DE VALDIVIA

A) $-\frac{a}{a + b}$
B) $-\frac{b}{a + b}$
C) $\frac{1}{a + b}$
D) $\frac{a}{a + b}$
E) $\frac{b}{a + b}$

3. $\frac{x^2 + y^2 + 2xy}{x^2 - y^2} : \frac{x + y}{x - y} =$

A) $\left(\frac{x + y}{x - y}\right)^2$
B) $\frac{x + y}{x - y}$
C) 1
D) $-\frac{2xy}{x - y}$
E) $\frac{2xy}{(x - y)^2}$

4. $\dfrac{x^2 + x - 2}{x^2 - 2x - 8} \cdot \dfrac{x^2 - x - 12}{x^2 + 5x + 6} =$

A) $\dfrac{x + 1}{x - 2}$
B) $\dfrac{x + 2}{x - 4}$
C) $\dfrac{x - 1}{x + 2}$
D) $\dfrac{x - 4}{x + 2}$
E) $\dfrac{x - 1}{x + 3}$

5. $\dfrac{6x^2 - 5x - 6}{x - 1} : \dfrac{3x + 2}{1 - x^2} =$

A) $(2x - 3)(x + 1)$
B) $(3 - 2x)(x + 1)$
C) $(2x - 3)(-1 + x)$
D) $(-2x - 3)(x + 1)$
E) $(2x + 3)(x + 1)$

PREUNIVERSITARIO
PEDRO DE VALDIVIA

6. La expresión $\dfrac{a^3 - b^3}{a + b} : (a^2 + ab + b^2)$ es equivalente a

A) $\dfrac{a - b}{a + b}$
B) $\dfrac{a^2 + b^2}{a^2 - ab + b^2}$
C) $\dfrac{a^2 - b^2}{a^2 - ab + b^2}$
D) $\dfrac{a + b}{a - b}$
E) $a^2 - b^2$

ADICIÓN Y SUSTRACCIÓN DE FRACCIONES ALGEBRAICAS

En la adición o sustracción de fracciones algebraicas, tal como en las fracciones numéricas, pueden ocurrir dos casos:

- **Fracciones de igual denominador**

Si $\frac{A}{B}$ y $\frac{C}{B}$ son fracciones algebraicas, donde $B \neq 0$, entonces $\frac{A}{B} \pm \frac{C}{B} = \frac{A \pm C}{B}$

- **Fracciones de distinto denominador**

Si $\frac{A}{B}$ y $\frac{C}{D}$ son fracciones algebraicas, donde $B \neq 0$ y $D \neq 0$, entonces $\frac{A}{B} \pm \frac{C}{D} = \frac{A \cdot D \pm B \cdot C}{B \cdot D}$

EJEMPLOS

1. $\frac{3x^2}{5} - \frac{4x^2}{15} =$

A) $\frac{x^2}{3}$

B) $\frac{x^2}{10}$

C) $-\frac{x^2}{15}$

D) $-\frac{x^2}{3}$

E) $-\frac{x^2}{10}$

PREUNIVERSITARIO
PEDRO DE VALDIVIA

2. $\frac{x-1}{2x} - \frac{x+1}{x} =$

A) $-\frac{3}{2}$

B) $-\frac{1}{x}$

C) $\frac{1-x}{2x}$

D) $\frac{x+3}{-2x}$

E) $-\frac{x}{2} - \frac{3}{2}$

3. $\frac{3a}{bc} + \frac{2b}{ac} =$

A) $\frac{3a + 2b}{c}$

B) $\frac{3a^2 + 2b^2}{abc}$

C) $\frac{2a^2 + 3b^2}{abc}$

D) $\frac{5}{2c}$

E) $\frac{5}{abc}$

4. $\frac{2x^2 + 5}{x + 3} + \frac{6x - 5}{x + 3} =$

A) $\frac{2x^2 - 6x - 10}{3 - x}$

B) $x - 6$

C) $x - 3$

D) $2x$

E) $-2x$

PREUNIVERSITARIO
PEDRO DE VALDIVIA

5. Para $P \neq 0$, $\frac{1}{p^3} - \frac{1 + p^2}{p^5} =$

A) $\frac{2p^2 - 1}{p^5}$

B) $\frac{1}{p^5}$

C) $\frac{1}{p^3}$

D) 0

E) $-\frac{1}{p^5}$

6. El mínimo común múltiplo entre $x^2 - 3x + 2$ y $x^2 - 1$ es

A) $x - 1$

B) $(x - 1)(x - 2)$

C) $(x + 1)(x - 1)$

D) $(x - 2)(x + 1)$

E) $(x - 2)(x - 1)(x + 1)$

7. Al sumar $\frac{n}{n+1}$ y $\frac{n+1}{n}$, con **n** entero positivo, se obtiene

A) $\frac{2n^2 + 2n + 1}{n(n+1)}$

B) $\frac{n^2 + 2n + 1}{n+1}$

C) $\frac{n^2 + 2n + 1}{n(n+1)}$

D) $\frac{2n^2 + 1}{n(n+1)}$

E) $\frac{2n+1}{n+1}$

8. Para $x \neq \pm 5$, $\frac{x+3}{x-5} - \frac{8x+40}{x^2-25} =$

A) $\frac{x^2 - 8x - 25}{x^2 - 25}$

B) $\frac{-7x - 37}{-x^2 + x + 20}$

C) $\frac{x^2 + 55}{x^2 - 25}$

D) $\frac{x+5}{x-5}$

E) 1

PREUNIVERSITARIO
PEDRO DE VALDIVIA

9. $\dfrac{\frac{a+b}{a-b} - \frac{a-b}{a+b}}{1 + \frac{a-b}{a+b}} =$

A) $\frac{2a}{2a-b}$

B) $\frac{a-b}{2}$

C) $\frac{2b}{a-b}$

D) $a - b$

E) $\frac{a+b}{2}$

EJERCICIOS

1. La expresión $\frac{x^2}{x - 3}$ es un entero negativo para x =

A) 6
B) 4
C) 2
D) 0
E) -4

2. $\frac{5x^3y^2}{-125x^{-4}y} =$

A) $\frac{x^{-1}y}{-25}$

B) $\frac{x^{-1}y^{-1}}{-25}$

C) $\frac{x^7y}{-25}$

D) $\frac{xy}{-25}$

E) $\frac{x^7y}{-5}$

PREUNIVERSITARIO
PEDRO DE VALDIVIA

3. $\frac{6a + 36a^2}{6a} =$

A) $36a^2$
B) $36a^2 + 1$
C) $6a^2 + 1$
D) $6a + 1$
E) $6a$

4. $\frac{2p - 2q}{4q - 4p} =$

A) $-\frac{1}{2}$

B) 0

C) $\frac{1}{2}$

D) $\frac{p + q}{q + p}$

E) $\frac{q - p}{2q + 2p}$

5. Al dividir $(8a^2 - 2)$ por $(4a + 2)$ se obtiene

A) $2a - 1$
B) $2a + 1$
C) $2 - a$
D) $a + 1$
E) $a - 2$

6. $\dfrac{x^2 - 3x + 2}{x - 1} =$

A) $x + 2$
B) $x - 2$
C) $-3x + 2$
D) $3x - 2$
E) -2

7. $\dfrac{x^2 - 6x + 9}{x^2 - 2x - 3} =$

PREUNIVERSITARIO
PEDRO DE VALDIVIA

A) 3
B) -3
C) $\dfrac{1}{x + 1}$
D) $\dfrac{x - 3}{x + 1}$
E) $\dfrac{x + 3}{x + 1}$

8. ¿Entre cuántos niños pueden comprar $x^2 - 4$ bolitas, si cada uno compra $x - 2$ bolitas?

A) $\dfrac{4 - x}{2}$
B) $x + 2$
C) $x - 2$
D) $x^2 - x - 2$
E) $x^3 - 2x^2 - 4x + 8$

9. La fracción $\dfrac{x^2 - 6x + 8}{4 - x^2}$, con $x \neq \pm 2$, es igual a

A) $-2x + 8$
B) $\dfrac{-x - 4}{x + 2}$
C) $\dfrac{x + 2}{x - 4}$
D) $\dfrac{x - 4}{x + 2}$
E) $\dfrac{4 - x}{x + 2}$

10. Si $p^4 \neq q^4$, entonces $\dfrac{p^2 + q^2}{p^4 - q^4} =$

A) $\dfrac{1}{p^2 + q^2}$
B) $\dfrac{1}{p^2 - q^2}$
C) $\dfrac{1}{(p - q)^2}$
D) $\dfrac{1}{(p + q)^2}$
E) $\dfrac{1}{q^2 - p^2}$

PREUNIVERSITARIO
PEDRO DE VALDIVIA

11. Al simplificar $\dfrac{x^2 - 2x + 4}{x^3 + 8}$ resulta

A) $x + 2$
B) $2x + 4$
C) $x^2 + 6$
D) $(x + 2)^3$
E) $\dfrac{1}{x + 2}$

12. ¿Cuál(es) de las siguientes proposiciones son equivalentes a $\frac{p^3 + q^3}{p^2 - q^2}$?

I) $-pq(p + q)$

II) $\frac{p^2 - pq + q^2}{p - q}$

III) $p + q$

A) Sólo I
B) Sólo II
C) Sólo III
D) Sólo I y III
E) I, II y III

13. $\frac{2 - x - 3x^2}{6x^2 - x - 2} =$

A) $\frac{x + 1}{2x + 1}$
B) $-\frac{x + 1}{2x + 1}$
C) $\frac{x + 1}{2x - 1}$
D) $-\frac{x + 1}{2x - 1}$
E) $-\frac{1}{2}$

PREUNIVERSITARIO
PEDRO DE VALDIVIA

14. La expresión $\frac{2ab + 2b + 6a + 6}{2ab + 6a}$ es equivalente a

A) $\frac{a + b}{a}$
B) $\frac{a + 1}{2a}$
C) $\frac{a + 1}{a}$
D) $\frac{a + 1}{b + 3}$
E) $2b + 6$

15. $\dfrac{ab - 2a}{b} : \dfrac{2c - cb}{b^2} =$

A) $-\dfrac{ab}{c}$

B) $-\dfrac{ac}{b}$

C) $-\dfrac{c}{ab}$

D) $\dfrac{ab}{c}$

E) $-\dfrac{ac(b - 2)^2}{b^3}$

16. $\dfrac{1}{(x - 1)^2} : \dfrac{1}{(1 - x)^2} =$

PREUNIVERSITARIO
PEDRO DE VALDIVIA

A) $\dfrac{1}{(x^2 - 1)^2}$

B) $\dfrac{1}{1 - x^2}$

C) -1

D) 1

E) no se puede determinar.

17. $\dfrac{49x^2 - 9y^2}{49x^2 + 42xy + 9y^2} : \dfrac{7x - 3y}{7x + 3y} =$

A) 0

B) 1

C) -1

D) $\dfrac{7x + 3y}{7x - 3y}$

E) $\dfrac{7x - 3y}{7x + 3y}$

18. Si x es un entero positivo, ¿cuál(es) de las siguientes igualdades es (son) verdadera(s)?

I) $\frac{2}{x} + \frac{3}{x} = \frac{5}{x}$

II) $\frac{x}{2} + \frac{x}{3} = \frac{2x}{5}$

III) $\frac{x+1}{x} = 1 + \frac{1}{x}$

A) Sólo I
B) Sólo I y II
C) Sólo I y III
D) Sólo II y III
E) I, II y III

19. ¿Cuál(es) de las expresiones siguientes es (son) **siempre** igual(es) a $\frac{kx + k + y}{x}$?

I) $k + \frac{k+y}{x}$

II) $2k + y$

III) $\frac{y}{x} + \left(k + \frac{k}{x}\right)$

PREUNIVERSITARIO
PEDRO DE VALDIVIA

A) Sólo I
B) Sólo II
C) Sólo I y II
D) Sólo I y III
E) I, II y III

20. $\frac{1}{m-n} + \frac{1}{n-m} =$

A) 0
B) $\frac{2}{m-n}$
C) $\frac{2}{n-m}$
D) $\frac{-2n}{n-m}$
E) $\frac{-2m}{n-m}$

21. Al efectuar la suma $\frac{c}{ab} + \frac{b}{ac} + \frac{a}{bc}$, con $abc \neq 0$, se obtiene

A) $\frac{a + b + c}{ab + ac + bc}$
B) $\frac{a + b + c}{abc}$
C) $\frac{a + b + c}{a^2b^2c^2}$
D) $\frac{a^2 + b^2 + c^2}{abc}$
E) $\frac{a^2 + b^2 + c^2}{a^2b^2c^2}$

22. $x - [(2x)^{-1} + (3x)^{-1} + (5x)^{-1}] =$

A) $\frac{30x^2 - 31}{30x}$
B) $\frac{30x - 31}{30x}$
C) $\frac{10x^2 - 1}{10x}$
D) $\frac{x^2 - 10}{x}$
E) $10x$

PREUNIVERSITARIO
PEDRO DE VALDIVIA

23. $\left(1 - \frac{1}{x^2}\right) : \left(1 - \frac{1}{x}\right) =$

A) $1 - \frac{1}{x}$
B) $1 + \frac{1}{x}$
C) 1
D) $\frac{1}{x}$
E) $-\frac{1}{x}$

24. Si $x \neq 0$ y $x \neq -1$, entonces $\dfrac{1}{1 - \dfrac{1}{1 + \dfrac{1}{x}}} =$

A) 1
B) $1 + x$
C) $1 - x$
D) $x - 1$
E) $2x - 1$

25. El mínimo común múltiplo de los denominadores de $\dfrac{1}{a + 2b}$; $\dfrac{-5a}{2ab + a^2}$; $\dfrac{1}{b}$ es

A) $(a + 2b)ab$
B) $a(a + 2b)$
C) $b(a + 2b)$
D) $a^2 + 2b$
E) $2ab + a^2$

26. El perímetro de un rectángulo de lados $\dfrac{a}{a + b}$ y $\dfrac{b}{a - b}$ es

PREUNIVERSITARIO
PEDRO DE VALDIVIA

A) $\dfrac{2a + 2b}{a^2 - b^2}$
B) $\dfrac{2a^2 + 2b^2}{a^2 - b^2}$
C) $\dfrac{ab}{a^2 - b^2}$
D) $\dfrac{2ab}{a^2 - b^2}$
E) $\dfrac{a + b}{a}$

27. $\dfrac{\dfrac{a}{b} - \left(\dfrac{a}{b}\right)^{-1}}{\dfrac{b}{a} - \left(\dfrac{b}{a}\right)^{-1}} =$

A) $-\dfrac{b}{a}$
B) $-\dfrac{a}{b}$
C) -1
D) 1
E) $\dfrac{a}{b}$

28. Si a, b y c son números reales distintos, la expresión $\frac{a}{(c-a)(a-b)} + \frac{b}{(a-b)(b-c)} + \frac{c}{(b-c)(c-a)}$ es equivalente a

A) $a + b + c$
B) $\frac{abc}{(c-a)(a-a)(b-c)}$
C) $a + b - c$
D) 0
E) 1

29. Si **a** y **b** son números enteros positivos, la expresión $\frac{a^2 + b}{a}$ representa a un número entero si:

(1) $a^2 + b$ es número entero.
(2) $\frac{b}{a}$ es un número entero.

A) (1) por sí sola
B) (2) por sí sola
C) Ambas juntas, (1) y (2)
D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
E) Se requiere información adicional

PREUNIVERSITARIO
PEDRO DE VALDIVIA

30. Se puede calcular el valor numérico de $\frac{a^2 - 2ab + b^2}{(a^2 - b^2)^2}$, con $a \neq \pm b$, si se conoce el valor de:

(1) $a + b$
(2) $a - b$

A) (1) por sí sola
B) (2) por sí sola
C) Ambas juntas, (1) y (2)
D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
E) Se requiere información adicional

RESPUESTAS

Ejemplos / Págs.	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1 y 2	B	A	D	C	E	E	A		
3 y 4	C	B	C	C	B	A			
5, 6 y 7	A	D	B	D	E	E	A	E	C

EJERCICIOS PÁG. 8

1. C	6. B	11. E	16. D	21. D	26. B
2. C	7. D	12. B	17. B	22. A	27. C
3. D	8. B	13. B	18. C	23. B	28. D
4. A	9. E	14. C	19. D	24. B	29. B
5. A	10. B	15. A	20. A	25. C	30. A

DMONMA08-B

Puedes complementar los contenidos de esta guía visitando nuestra web
http://www.pedrodevaldivia.cl/