Material N° 30

GUÍA TEÓRICO PRÁCTICA Nº 23

UNIDAD: ÁLGEBRA Y FUNCIONES

ECUACIÓN DE SEGUNDO GRADO Y FUNCIÓN CUADRÁTICA

Una ecuación de **segundo grado** es una ecuación susceptible de llevar a la forma $\mathbf{ax^2 + bx + c = 0}$, con **a**, **b** y **c** coeficientes reales y $\mathbf{a \neq 0}$.
El cálculo de las soluciones o raíces de esta ecuación, se realiza aplicando la siguiente fórmula:

$$\boxed{x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}}$$

Si α y β son las soluciones de la ecuación esta se puede escribir como:

$$\boxed{(x - \alpha) \cdot (x - \beta) = 0}$$

Si α y β son las soluciones (o raíces) de la ecuación de segundo grado $ax^2 + bx + c = 0$, entonces **siempre** se cumple que:

$$\boxed{\alpha + \beta = -\frac{b}{a}} \qquad \boxed{\alpha \cdot \beta = \frac{c}{a}}$$

EJEMPLOS

1. ¿Cuál de las siguientes ecuaciones **no** es de segundo grado?

   A) $x^2 - 2x = 0$
   B) $(x + 1)(-x + 2) = 0$
   C) $(2x + 1)^2 = 4x^2$
   D) $(x + 3)(x - 3) = 2x$
   E) $x^2 - 5x = x$

2. ¿Cuáles son las soluciones (o raíces) de la ecuación $x^2 + 6x - 16 = 0$?

   A) 4 y -4
   B) 8 y -2
   C) -4 y -4
   D) 1 y -16
   E) 2 y -8

3. En la ecuación $(x - \sqrt{5})(x + 3) = 0$, el conjunto solución es

A) $\{\sqrt{5}, 3\}$
B) $\{\sqrt{5}, -3\}$
C) $\{-\sqrt{5}, 3\}$
D) $\{\sqrt{5} - 3, \sqrt{5} + 3\}$
E) $\left\{\frac{\sqrt{5} - 3}{2}, \frac{\sqrt{5} + 3}{2}\right\}$

4. ¿Cuál es la suma de las soluciones (o raíces) de la ecuación $5x^2 + 10x + 1 = 0$?

A) -2
B) $-\frac{1}{5}$
C) $\frac{1}{5}$
D) $\frac{1}{2}$
E) 2

5. ¿Cuál es el producto de las soluciones (o raíces) de la ecuación $5x^2 - 6x + 1 = 0$?

A) $-\frac{3}{5}$
B) $-\frac{1}{5}$
C) $\frac{1}{5}$
D) $\frac{3}{5}$
E) $\frac{6}{5}$

PREUNIVERSITARIO
PEDRO DE VALDIVIA

6. Una ecuación de segundo grado cuyas raíces, x_1 y x_2, satisfacen las igualdades $(x_1 + x_2) = -2$ y $x_1 \cdot x_2 = 5$ es

A) $x^2 - 2x - 5 = 0$
B) $x^2 - 2x + 5 = 0$
C) $x^2 + 2x + 5 = 0$
D) $x^2 + 2x - 5 = 0$
E) $x^2 - 5x - 2 = 0$

7. La suma de las soluciones de la ecuación $x^2 = 64$ es

A) 64
B) 16
C) 8
D) 0
E) -8

FUNCIÓN CUADRÁTICA

A la función de segundo grado $\mathbf{f(x) = ax^2 + bx + c}$, siendo a, b, c $\in$ lR y $a \neq 0$ se le denomina **función cuadrática**.

La representación gráfica de una función cuadrática es una **parábola**, simétrica con respecto a una recta paralela al eje de las ordenadas. Dicha recta recibe el nombre de **eje de simetría**.

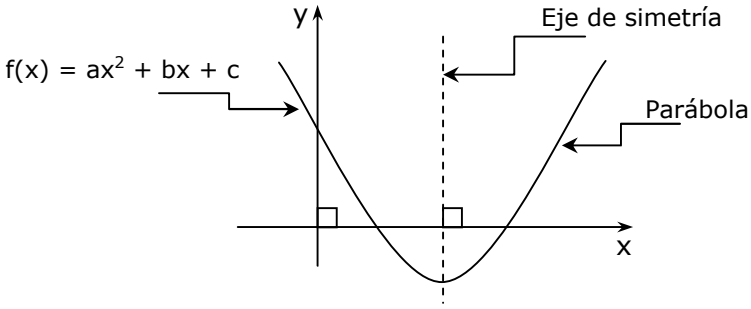


fig. 1

Concavidad: Es la abertura que tiene la parábola.

Si $a > 0$, la parábola tiene sus ramas hacia arriba.

Si $a < 0$, la parábola tiene sus ramas hacia abajo.

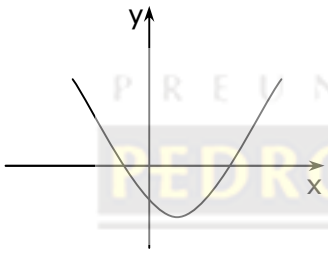


fig. 2

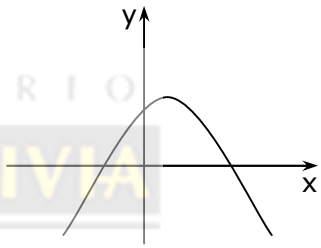


fig. 3

PREUNIVERSITARIO PEDRO DE VALDIVIA

INTERSECCIÓN CON EL EJE Y

La parábola asociada a la función $y = ax^2 + bx + c$ siempre intersecta al eje de las ordenadas en $y = c$.

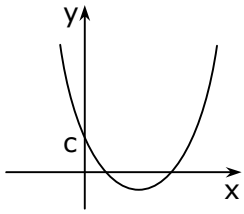


fig. 4

EJEMPLOS

1. ¿Cuál de las siguientes opciones representa una función cuadrática?

A) $f(x) = (x^2 - 4) - (x^2 + 2x)$
B) $f(t) = -3t + 2t^3$
C) $f(p) = p + 4$
D) $f(a) = (a + 2)(a - 2) - a^2$
E) $f(m) = (-2m + 1)^2$

2. En la figura 5, se muestra el gráfico de la función cuadrática $f(x) = (q - 5)x^2 + bx + c$. Luego, se cumple que

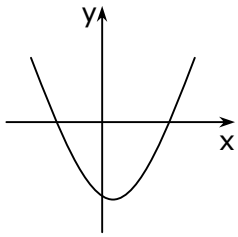


fig. 5

A) $q > 5$
B) $q = 5$
C) $q < 5$
D) q es cualquier real distinto de cero.
E) q es cualquier número real.

3. Con respecto a la función $f(x) = 3x^2 + 13x - 10$, ¿cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?

I) Su concavidad está orientada hacia arriba.
II) El punto de intersección con el eje y es (0, -10).
III) $f(-5) = 0$

A) Sólo I
B) Sólo I y II
C) Sólo I y III
D) Sólo II y III
E) Todas ellas

PREUNIVERSITARIO
PEDRO DE VALDIVIA

4. En la figura 6, el gráfico de $f(x) = x^2 - 6x - 2$ intersecta al eje de las ordenadas en el punto

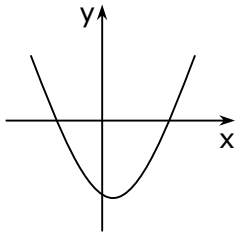


fig. 6

A) (2,0)
B) (-2,0)
C) (6,0)
D) (0,-2)
E) (0,2)

5. ¿Cuál de las afirmaciones siguientes es correcta respecto a la parábola $y = -x^2 - 4x - 1$?

A) Corta al eje de las abscisas en dos puntos.
B) No corta al eje de las abscisas.
C) Intersecta al eje de las ordenadas en el punto (-1,0).
D) Su concavidad es hacia arriba.
E) El punto (0,2) pertenece a ella.

CEROS DE LA FUNCIÓN

Los **ceros** (o raíces) de la función cuadrática son los valores $\mathbf{x_1}$ y $\mathbf{x_2}$ para los cuales $y = 0$ (fig. 1).

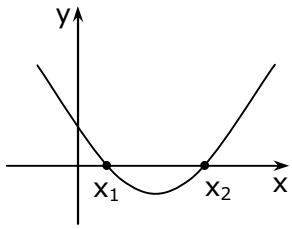
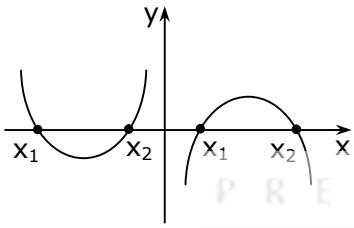


fig. 1

DISCRIMINANTE

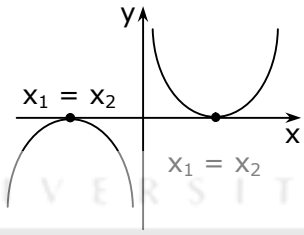
La expresión $\mathbf{b^2 - 4ac}$ se denomina **discriminante**, pues determina la naturaleza de las raíces de la ecuación cuadrática asociada a la función $y = ax^2 + bx + c$.

Si $\boxed{\mathbf{b^2 - 4ac > 0}}$



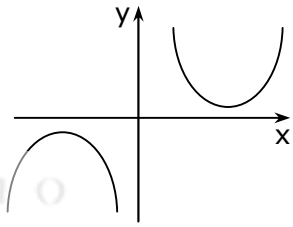
La parábola intersecta al eje x en dos puntos, por lo tanto tiene 2 soluciones (raíces reales distintas).

Si $\boxed{\mathbf{b^2 - 4ac = 0}}$



La parábola es tangente al eje x, por lo tanto tiene sus soluciones idénticas (una única solución real).

Si $\boxed{\mathbf{b^2 - 4ac < 0}}$



La parábola **no** intersecta al eje x, no tiene solución real.

EJEMPLOS

1. Los ceros de la función $y = 3x^2 - 12$ son

A) 2 y -12
B) -3 y 12
C) 4 y 0
D) 2 y -2
E) 2 y -4

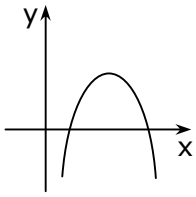
2. Los ceros de la función $y = 2x^2 + 12x$ son

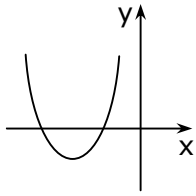
A) 0 y 6
B) 6 y 0
C) 0 y -6
D) -12 y 0
E) 6 y -6

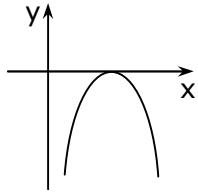
3. El discriminante de la función $y = \left(x - \frac{3}{2}\right)\left(x + \frac{3}{2}\right)$ es

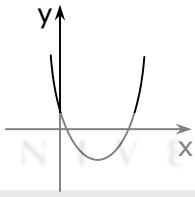
A) igual a 9
B) mayor que 9
C) menor que 9
D) un número irracional
E) un número no real

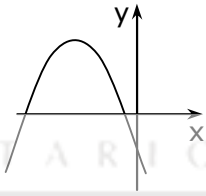
4. Si en la función $y = x^2 + bx + c$ sus ceros son de igual signo y su discriminante mayor que cero, ¿cuál de los siguientes gráficos **no** correspondería a la función?

A)


B)


C)


D)


E)


PREUNIVERSITARIO
PEDRO DE VALDIVIA

5. Con respecto de la función asociada al gráfico de la figura 2, ¿cuál(es) de las siguientes aseveraciones es (son) verdadera(s)?

I) Tiene 2 ceros.
II) El discriminante es mayor a cero.
III) $f(0) = -2$

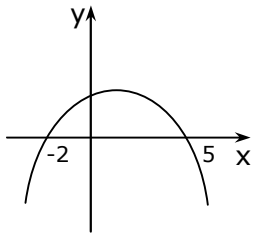


fig. 2

A) Sólo III
B) Sólo I y II
C) Sólo I y III
D) Sólo II y III
E) I, II y III

6. Dada la función cuadrática $f(x) = x^2 + 2x - a$, es correcto afirmar que:

I) Si $a > -1$, existen 2 intersecciones con el eje x.
II) Si $a = -1$, existe una intersección con el eje x.
III) Si $a < -1$, no hay intersección con el eje x.

A) Sólo I
B) Sólo II
C) Sólo I y II
D) Sólo II y III
E) I, II y III

EJE DE SIMETRÍA

El eje de simetría de una parábola es una recta que divide a esta curva en dos "ramas" congruentes.

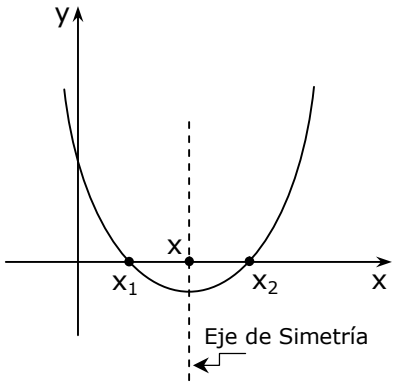


fig. 1

Eje de simetría:

$$x = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

o

$$x = \frac{-b}{2a}$$

VÉRTICE DE LA PARÁBOLA

El vértice de la parábola es el punto de intersección de ésta con su eje de simetría.

PREUNIVERSITARIO
PEDRO DE VALDIVIA

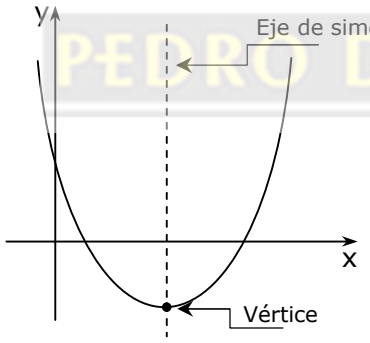


fig. 2

$$V = \left(\frac{-b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a}\right)$$

EJEMPLOS

1. En la parábola de la figura 3, la ecuación del eje de simetría es

A) x = 2
B) y = 2
C) x = -2
D) y = -2
E) x = 0

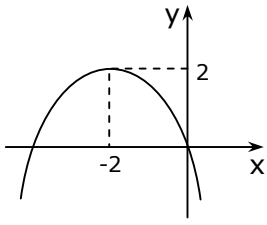


fig. 3

2. El vértice de la parábola asociada a la función $y = 3x^2 + 2$ es

A) (0, 2)
B) (2, 0)
C) (-2, 0)
D) (0, -2)
E) $\left(-\frac{1}{3}, 0\right)$

3. El punto máximo de la función $y = -x^2 + 2x - 1$ es

A) (1, 1)
B) (0, 1)
C) (0, -1)
D) (1, 0)
E) (-1, 0)

4. La función cuadrática correspondiente a la parábola de la figura 4 es

A) $y = x^2 + 2x - 3$
B) $y = x^2 - 2x - 3$
C) $y = x^2 + 4x - 3$
D) $y = x^2 - 4x - 3$
E) $y = x^2 - x - 3$

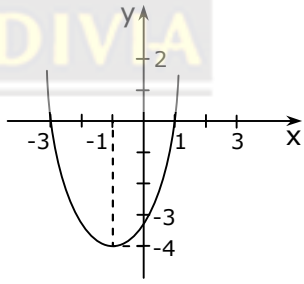


fig. 4

5. Dada la función $f(x) = x^2 + 2x - 3$, ¿cuál(es) de las siguientes aseveraciones es (son) verdadera(s)?

I) x = 1 es un cero de la función.
II) La ecuación del eje de simetría es x = -1.
III) El vértice de la parábola es (-1, -4).

A) Sólo I
B) Sólo II
C) Sólo I y II
D) Sólo I y III
E) Todas ellas

FUNCIONES DE LA FORMA $\boxed{y = ax^2}$

La figura 1 muestra las gráficas de $y = x^2$, $y = \frac{1}{2}x^2$, $y = -x^2$ e $y = -\frac{1}{2}x^2$.

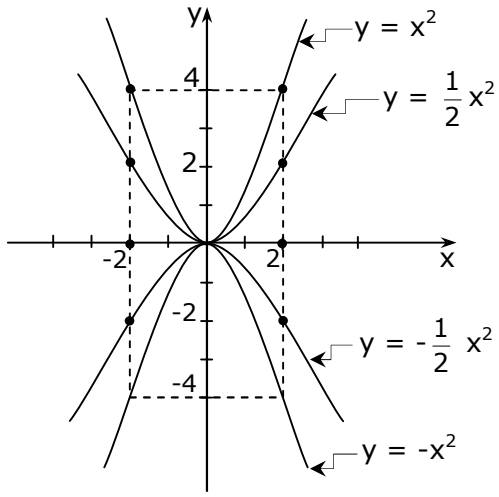


fig. 1

OBSERVACIONES:

* Si $|a| > 1$, la gráfica de $y = ax^2$ es más "angosta" que la gráfica de $y = x^2$.

* Si $0 < |a| < 1$, la gráfica de $y = ax^2$ es más "ancha" que la gráfica de $y = x^2$.

FUNCIONES DE LA FORMA

$\boxed{y = ax^2 + c}$

La figura 2, muestra las gráficas de $y = x^2$, $y = x^2 + 2$ e $y = x^2 - 3$.

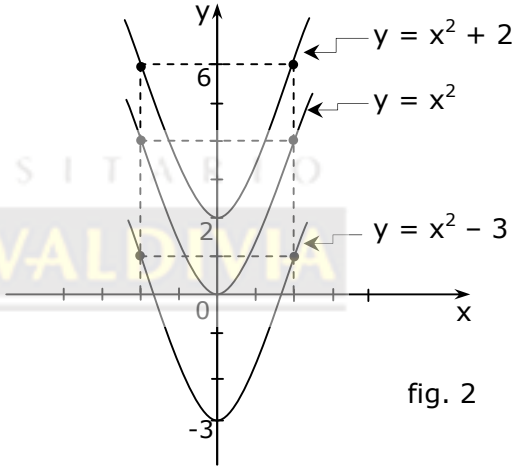


fig. 2

OBSERVACIONES

* Si $c > 0$, la parábola se desplaza c unidades hacia arriba con respecto al origen.

* Si $c < 0$, la parábola se desplaza c unidades hacia abajo con respecto al origen.

PREUNIVERSITARIO PEDRO DE VALDIVIA

EJEMPLOS

1. En la figura 3, se muestran tres gráficas de funciones cuadráticas. ¿Cuál(es) de las siguientes aseveraciones es (son) verdadera(s)?

   I) $a > b$
   II) $|a| = |c|$
   III) $|b| > |c|$

   A) Sólo I
   B) Sólo I y II
   C) Sólo I y III
   D) Todas ellas.
   E) Ninguna de ellas.

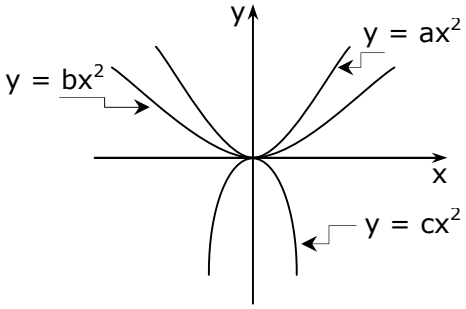
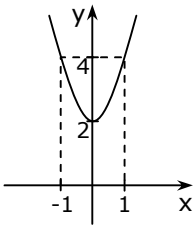


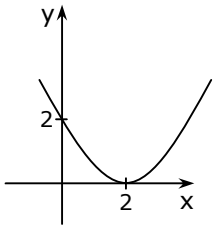
fig. 3

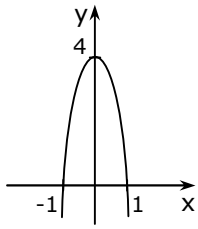
2. Al desplazar la parábola asociada a la función $y = x^2 + 2$, cinco unidades hacia abajo se obtiene la función

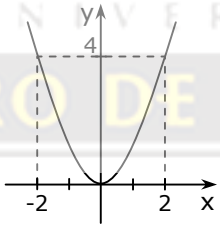
A) $y = x^2 - 5$
B) $y = -x^2 + 5$
C) $y = x^2 - 3$
D) $y = x^2 + 3$
E) ninguna de las anteriores

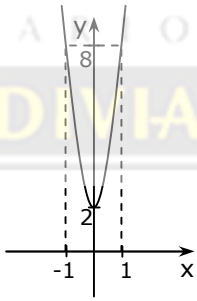
3. ¿Cuál de los siguientes gráficos corresponde a la función $f(x) = 2x^2 + 2$?

A)


B)


C)


D)


E)


PREUNIVERSITARIO
PEDRO DE VALDIVIA

4. El gráfico de la figura 4, podría corresponder a la función

A) $f(x) = -x^2 + 2x - 3$
B) $f(x) = -x^2 + 2x + 3$
C) $f(x) = -x^2 - 2x - 3$
D) $f(x) = -x^2 - 2x + 3$
E) $f(x) = -x^2 - 3x + 4$

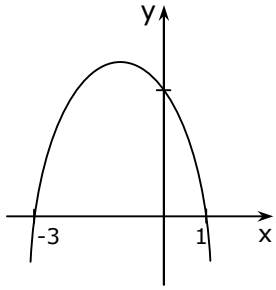
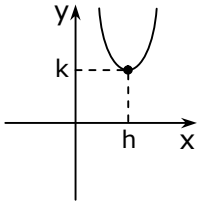


fig. 4

FUNCIONES DE LA FORMA

$$\boxed{f(x) = (x - h)^2 + k}$$

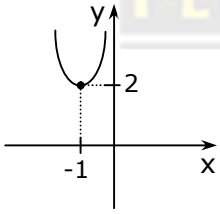


- La parábola se traslada h unidades en el eje x (sentido opuesto) y k unidades en el eje y.
- (h, k) corresponde a las coordenadas del vértice de la parábola.

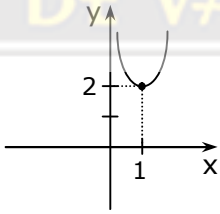
EJEMPLO

1. Si $f(x) = (x + 2)^2 + 1$, su gráfico está representado por

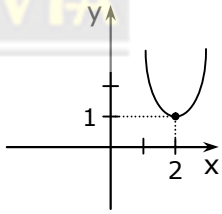
A)



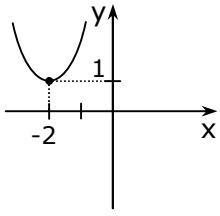
B)



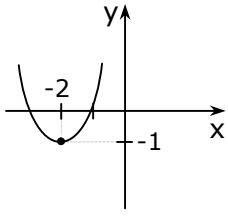
C)



D)



E)



PREUNIVERSITARIO PEDRO DE VALDIVIA

2. La función cuadrática cuya parábola tiene vértice (2, -3) es

A) $g = (x + 2)^2 + 3$
B) $g = (x - 2)^2 + 3$
C) $g = 3(x - 2)^2 - 3$
D) $g = 3(x + 2)^2 - 3$
E) $g = 3(x + 2)^2 + 3$

3. Al expresar la función cuadrática $f(x) = -2(x + 1)^2 + 2$ en la forma $f(x) = ax^2 + bx + c$, el valor de $b - a$ es

A) 6
B) 2
C) 0
D) -2
E) -6

4. El eje de simetría de la parábola asociada a la función $y = (x + 1)^2 - 6$ es

A) $x = \frac{3}{2}$
B) $x = 1$
C) $x = 0$
D) $x = -1$
E) $x = \frac{-3}{2}$

5. Con respecto a la función $f(x) = (x + h)^2$, ¿cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?

I) Para $h = 2$, el vértice de la parábola es el punto (2, 0).
II) Para $h = 0$, el eje de simetría es el eje y.
III) Para el intervalo $]-\infty, h]$, la función f(x) es decreciente.

A) Sólo I
B) Sólo II
C) Sólo III
D) Sólo II y III
E) I, II y III

EJERCICIOS

1. ¿Cuál(es) de las siguientes ecuaciones es (son) de segundo grado?

   I) $x^2 + x = 3 + 2x$
   II) $5x - x^2 = 4x + 7 - x^2$
   III) $2x^2 = 3$

   A) Sólo I
   B) Sólo II
   C) Sólo III
   D) Sólo I y III
   E) I, II y III

2. ¿Qué valor debe tener **k** en la ecuación $3x^2 - 5kx - 2 = 0$, para que una de sus raíces sea -2?

   A) 0
   B) 1
   C) -1
   D) -20
   E) -4

3. ¿Qué valores deben tener los coeficientes de la ecuación en **x**, $(a - 1)x^2 + (b + 3)x + c = 0$, para que sea de segundo grado?

   A) $a \neq 1$, $b = 3$ y $c = 0$
   B) $a = 1$, b y c cualquier real.
   C) $a \neq 1$, b y c cualquier real.
   D) $a \geq 1$, $b \neq 3$ y c cualquier real.
   E) a, b y c cualquier real.

4. La ecuación $2(x^2 - 6) = -2x$ tiene como conjunto solución

   A) $\{\sqrt{6}, 0\}$
   B) $\{2, \sqrt{6}\}$
   C) {3, -2}
   D) {2, -3}
   E) {-2, -3}

5. De la ecuación $x^2 - 11x + 28 = 0$, se puede deducir que

   A) las soluciones se diferencian en 4 unidades.
   B) las soluciones son números impares consecutivos.
   C) la razón entre las soluciones es 2 : 3.
   D) el producto de las soluciones es -28.
   E) la diferencia positiva entre las soluciones es tres.

6. Una ecuación de segundo grado cuyas raíces son $\alpha = 2 + \sqrt{5}$ y $\beta = 2 - \sqrt{5}$, es

A) $x^2 - 4x - 1 = 0$
B) $x^2 - 4x + 1 = 0$
C) $x^2 - 5x + 1 = 0$
D) $x^2 - 5x - 1 = 0$
E) ninguna de las anteriores.

7. Si $f(x) = 2x^2 - 1$, entonces el valor de $f(-2) - f(-1) - f(2)$ es

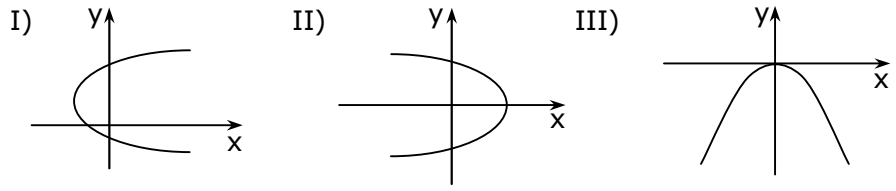
A) 15
B) 14
C) 1
D) -2
E) -1

8. Si $f(x) = x^2 + mx + 6$ y $f(-4) = 2$, entonces **m** es igual a

A) 5
B) 3
C) 2
D) -2
E) -3

PREUNIVERSITARIO
PEDRO DE VALDIVIA

9. De las gráficas siguientes ¿cuál(es) de ellas pertenece(n) a una función cuadrática?



A) Sólo I
B) Sólo III
C) Sólo II y III
D) Todas ellas.
E) Ninguna de ellas.

10. La gráfica de la función $f(x) = (-3x + 2)(1 - x)$ intersecta al **eje y** en

A) $-\frac{2}{3}$
B) 1
C) -2
D) -1
E) 2

11. Con respecto a la función $f(x) = x^2 + 6x + 9$, ¿cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?

I) Es tangente al eje x.
II) No corta al eje y.
III) Sus ramas se extienden hacia abajo.

A) Sólo I
B) Sólo II
C) Sólo I y II
D) Sólo I y III
E) Ninguna de ellas.

12. Respecto a la función cuadrática $f(x) = x^2 + 2x + c$, ¿cuál(es) de las siguientes proposiciones es (son) verdadera(s)?

I) Si $c > 1$, no corta al eje x.
II) Si $c \neq 1$, siempre corta al eje x.
III) Si $c > 0$, siempre corta al eje x.

A) Sólo I
B) Sólo I y II
C) Sólo I y III
D) Sólo II y III
E) Ninguna de ellas.

PREUNIVERSITARIO
PEDRO DE VALDIVIA

13. La figura 1, muestra la parábola correspondiente a la función $f(x) = x^2 - 8x + 15$. ¿Cuáles son las coordenadas del vértice **P**?

A) (1, -4)
B) (3, -5)
C) (4, -1)
D) (15, -4)
E) (15, -8)

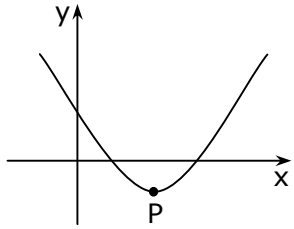


fig. 1

14. Respecto a la parábola $f(x) = x^2 - 9x + 14$, ¿cuál(es) de las siguientes proposiciones es (son) verdadera(s)?

I) Sus ceros son $x_1 = 7$ y $x_2 = 2$.
II) Intersecta al eje y en (0, 14).
III) Su eje de simetría es $x = 4$.

A) Sólo I
B) Sólo II
C) Sólo I y II
D) Sólo I y III
E) I, II y III

15. ¿Cuál es la función cuadrática cuya representación gráfica es la parábola de la figura 2?

A) $y = 2x^2 - 2$
B) $y = -x^2 - 4$
C) $y = x^2 + 2$
D) $y = -x^2 - 2$
E) $y = -x^2 + 2$

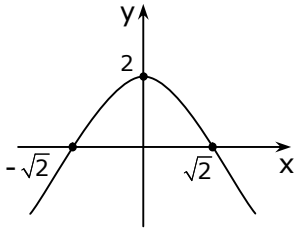
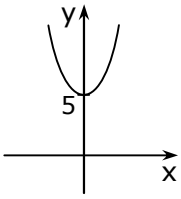
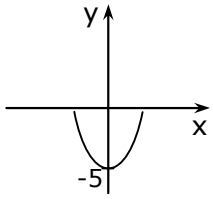
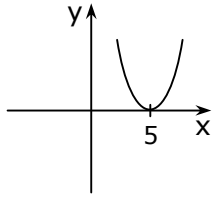


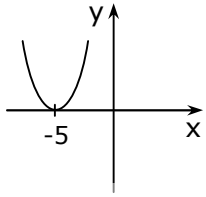
fig. 2

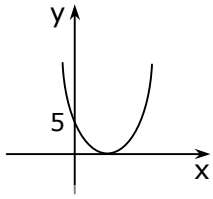
16. Si $f(x) = x^2 - 5$, su gráfico es

A)


B)


C)


D)


E)


PREUNIVERSITARIO
PEDRO DE VALDIVIA

17. El gráfico de la figura 3, podría corresponder a la función cuadrática

A) $f(x) = x^2 + 2x$
B) $f(x) = 3 + 2x - x^2$
C) $f(x) = x^2 - 2x + 3$
D) $f(x) = x^2 + 2x - 3$
E) $f(x) = x^2 - 2x$

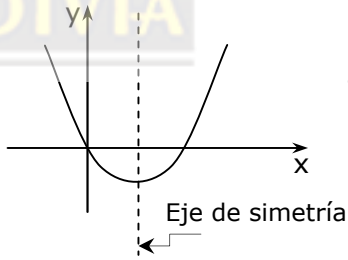


fig. 3

18. Dado el gráfico de la figura 4:

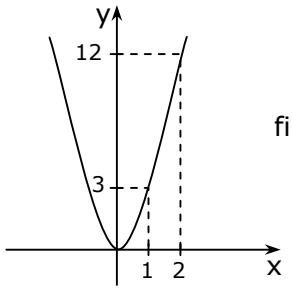
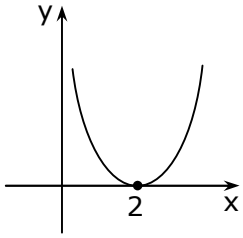


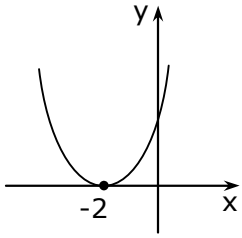
fig. 4

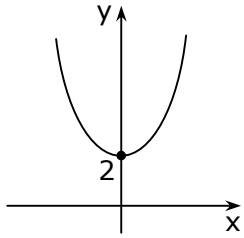
¿Cuál es la ecuación que representa a la parábola?

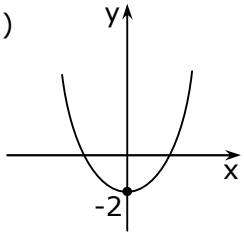
A) $y = x^2$
B) $y = 3x$
C) $y = -3x^2$
D) $y = 3x^2$
E) $y = 3x^4$

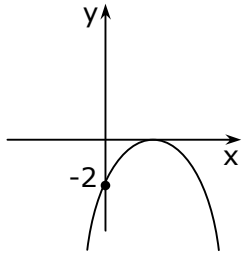
19. ¿Cuál de las gráficas siguientes representa a la función cuadrática $y = 3(x - 2)^2$?

A)


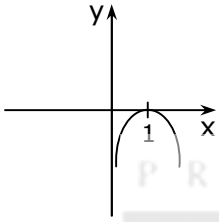
B)


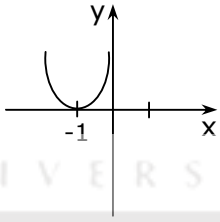
C)


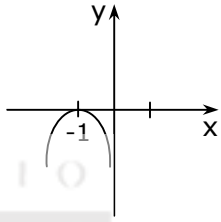
D)


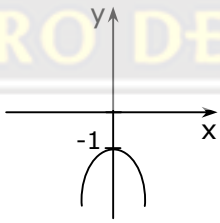
E)


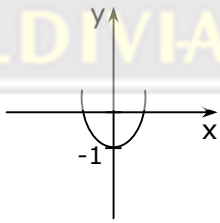
20. ¿Cuál de los siguientes gráficos representa mejor la función $y = -(x + 1)^2$?

A)


B)


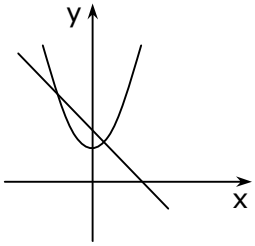
C)


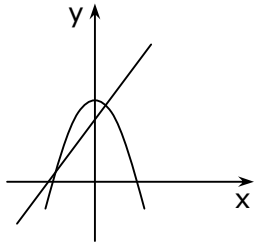
D)


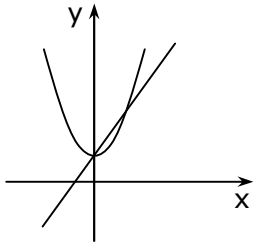
E)


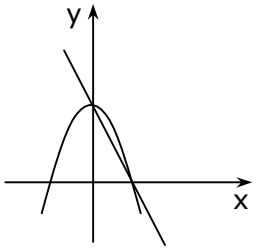
PREUNIVERSITARIO
PEDRO DE VALDIVIA

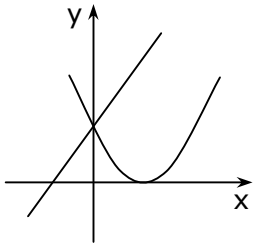
21. ¿Cuál de los siguientes gráficos representa mejor a las funciones $f(x) = 2x + 1$ y $g(x) = x^2 + 1$?

A)


B)


C)


D)


E)


22. En la producción de **x** unidades mensuales de cierto producto, una fábrica tiene un gasto, en pesos, descrito por la función de segundo grado, representada parcialmente en la figura 5. Entonces, el gasto mínimo, en millones de pesos, es

A) 50,0
B) 64,5
C) 66,0
D) 67,5
E) 69,0

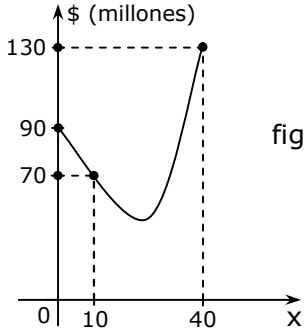


fig. 5

23. Con respecto al gráfico de la figura 6, que corresponde a la función cuadrática $h(t) = 8t - t^2$ (h = altura en metros, t = tiempo en segundos, $0 \leq t \leq 8$), ¿cuál(es) de las siguientes aseveraciones es(son) verdadera(s)?

I) Los ceros de la función son $t_1 = 0$ y $t_2 = 8$.
II) A 3 segundos corresponde una altura de 12 metros.
III) La altura máxima se obtiene a los 4 segundos.

A) Sólo I
B) Sólo II
C) Sólo I y II
D) Sólo I y III
E) I, II y III

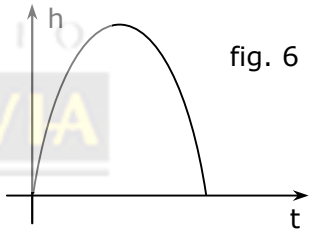


fig. 6

PREUNIVERSITARIO PEDRO DE VALDIVIA

24. Con respecto al gráfico de la figura 7, ¿cuál(es) de las siguientes aseveraciones es (son) verdadera(s)?

I) El vértice de la parábola es (0,-12).
II) $f(x) = x^2 - x - 12$.
III) El eje de las ordenadas es el eje de simetría de la parábola.

A) Sólo I
B) Sólo II
C) Sólo I y II
D) Sólo II y III
E) I, II y III

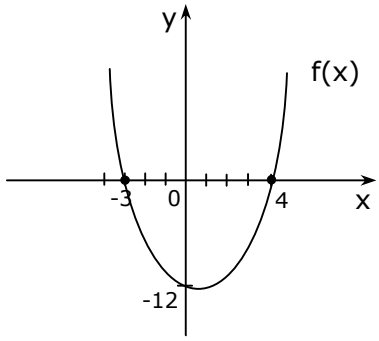


fig. 7

25. La trayectoria de un proyectil está dada por la ecuación $y(t) = 100t - 5t^2$, donde **t** se mide en segundos y la altura y(t) se mide en metros. Entonces, ¿en cuál(es) de los siguientes valores de t estará el proyectil a 420 m de altura sobre el nivel del suelo?

I) 6 segundos.
II) 10 segundos.
III) 14 segundos.

A) Sólo en I
B) Sólo en II
C) Sólo en III
D) Sólo en I y en II
E) Sólo en I y en III

26. En el computador se necesita reproducir una fotografía rectangular cuyo largo es 10 cm mayor que el ancho. Se puede determinar las medidas del largo y del ancho si se sabe que:

(1) El área de la fotografía es 600 cm^2.

(2) El perímetro de la fotografía es 100 cm.

A) (1) por sí sola
B) (2) por sí sola
C) Ambas juntas, (1) y (2)
D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
E) Se requiere información adicional

PREUNIVERSITARIO
PEDRO DE VALDIVIA

27. Se puede determinar el eje de simetría de la parábola $f(x) = ax^2 + bx + c$ si se conocen los valores de:

(1) b y c
(2) a y b

A) (1) por sí sola
B) (2) por sí sola
C) Ambas juntas, (1) y (2)
D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
E) Se requiere información adicional

28. La gráfica de $f(x) = ax^2 - 2x + c$, es tangente el eje x si:

(1) $a \cdot c = 1$
(2) $a = 2$ y $c > 0$

A) (1) por sí sola
B) (2) por sí sola
C) Ambas juntas, (1) y (2)
D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
E) Se requiere información adicional

29. Dada la parábola $f(x) = x^2 + bx + c$. Se pueden determinar las coordenadas del vértice si se sabe que:

(1) Intersecta al eje x en $x_1 = 2$ y $x_2 = 3$.
(2) $b = -5$ y $c = 1 - b$

A) (1) por sí sola
B) (2) por sí sola
C) Ambas juntas, (1) y (2)
D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
E) Se requiere información adicional

30. El gráfico de $f(x) = ax^2 + b$ queda representado por la figura 8 si:

(1) $a > 0$ y $-a > -b$
(2) $b > 0$

A) (1) por sí sola
B) (2) por sí sola
C) Ambas juntas, (1) y (2)
D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
E) Se requiere información adicional

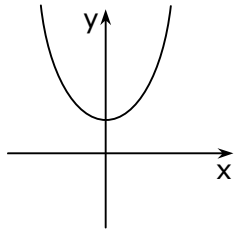


fig. 8

RESPUESTAS

Págs. \ Ejemplos	1	2	3	4	5	6	7
1 y 2	C	E	B	A	C	C	D
3 y 4	E	A	E	D	A		
5 y 6	D	C	A	C	B	E	
7 y 8	C	A	D	A	E		
9 y 10	A	C	A	D			
11 y 12	D	C	D	D	B		

EJERCICIOS PÁG. 13

1. D	6. A	11. A	16. B	21. C	26. D
2. C	7. E	12. A	17. E	22. D	27. B
3. C	8. A	13. C	18. D	23. D	28. A
4. D	9. B	14. C	19. A	24. B	29. D
5. E	10. E	15. E	20. C	25. E	30. A

DMONMA30

Puedes complementar los contenidos de esta guía visitando nuestra web
http://www.pedrodevaldivia.cl/