Material N° 22

GUÍA TEÓRICO PRÁCTICA Nº 16

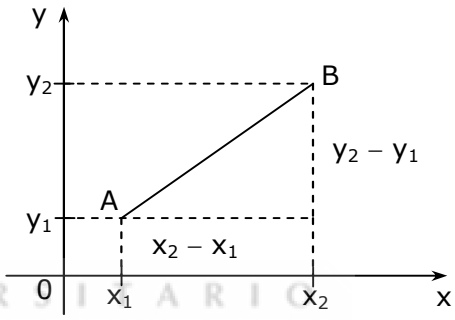
UNIDAD: ÁLGEBRA Y FUNCIONES

ECUACIÓN DE LA RECTA

DISTANCIA ENTRE DOS PUNTOS

La distancia entre dos puntos (medida del segmento generado por dichos puntos), $A(x_1, y_1)$ y $B(x_2, y_2)$, se determina mediante la expresión:

$$\boxed{d_{AB} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}}$$

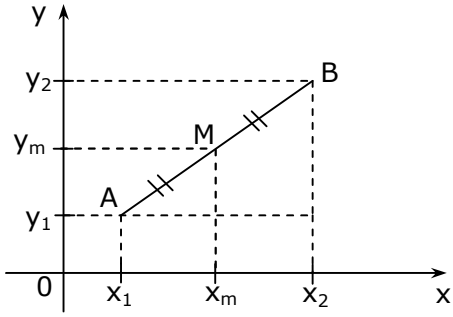


PREUNIVERSITARIO PEDRO DE VALDIVIA

COORDENADAS DEL PUNTO MEDIO DE UN SEGMENTO

Dados los puntos $A(x_1, y_1)$ y $B(x_2, y_2)$, las coordenadas del punto medio del segmento AB son

$$\boxed{x_m = \frac{x_1 + x_2}{2}, \quad y_m = \frac{y_1 + y_2}{2}}$$



EJEMPLOS

1. La distancia entre los puntos A = (2,3) y B = (5,6) es

A) $\sqrt{6}$
B) $2\sqrt{3}$
C) $3\sqrt{2}$
D) 6
E) 18

2. El punto medio del trazo cuyos extremos son los puntos A = (-3,6) y B = (2,5) es

A) (-1, 11)
B) (-5, 1)
C) $\left(\frac{1}{2}, \frac{11}{2}\right)$
D) $\left(-\frac{1}{2}, \frac{11}{2}\right)$
E) $\left(\frac{1}{2}, -\frac{11}{2}\right)$

3. ¿Cuánto mide el radio de una circunferencia de diámetro $\overline{AB}$ determinado por los puntos A (-1, -5) y B (-7, 3)?

A) 5
B) $2\sqrt{2}$
C) $\sqrt{10}$
D) $4\sqrt{2}$
E) 10

4. En la circunferencia del ejercicio 3, ¿cuáles son las coordenadas del centro?

A) (-8, -2)
B) (-4, -1)
C) (-3, -4)
D) $\left(-\frac{7}{2}, -\frac{3}{2}\right)$
E) $\left(-\frac{9}{2}, -\frac{1}{2}\right)$

PREUNIVERSITARIO
PEDRO DE VALDIVIA

5. Si los puntos A(3, 4), B(-2, 6) y C(3, 6) son los vértices de un triángulo rectángulo, entonces el área del triángulo es

A) 2
B) 3
C) 5
D) 8
E) 10

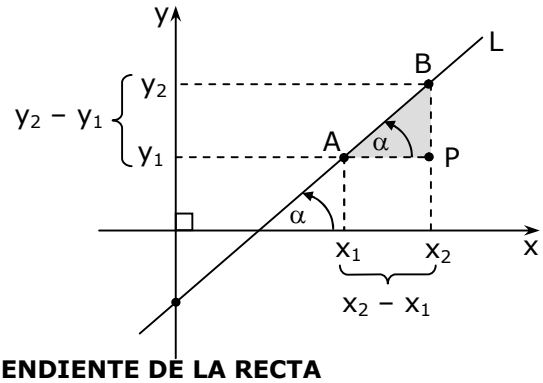
6. La intersección de las diagonales del rectángulo formado por los vértices que están en los puntos (4, 5), (-3, 5), (-3, -2) y (4, -2) es el punto de coordenadas

A) (1, 2)
B) $\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)$
C) $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$
D) $\left(\frac{3}{2}, \frac{1}{2}\right)$
E) $\left(1, \frac{3}{2}\right)$

PENDIENTE DE UNA RECTA

Es la tangente trigonométrica del ángulo de inclinación (ángulo que forma la recta con el eje x, en sentido antihorario, desde el eje x hacia la recta)

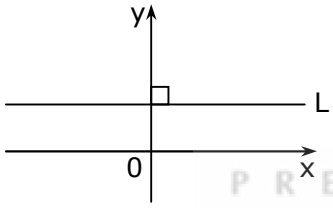
$$\mathbf{m = tg\ \alpha = \frac{\overline{BP}}{PA} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}}$$



RELACIÓN ENTRE EL ÁNGULO DE INCLINACIÓN Y LA PENDIENTE DE LA RECTA

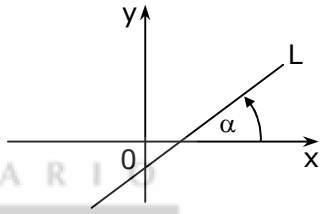
Sea α el ángulo de inclinación y sea **m** la pendiente de la recta **L**. Entonces:

- ($\alpha = 0º$) si y sólo si ($m = 0$)



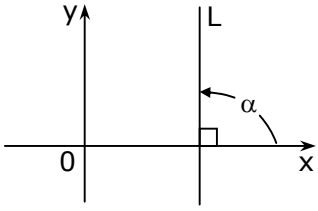
L es paralela al eje x

- ($0º < \alpha < 90º$) si y sólo si ($m > 0$)



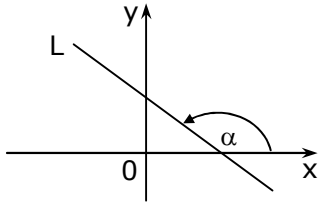
L tiene pendiente positiva

- ($\alpha = 90º$), si y sólo si (m no está definida)



L es paralela al eje y

- ($90º < \alpha < 180º$) si y sólo si $m < 0$)



L tiene pendiente negativa

PREUNIVERSITARIO PEDRO DE VALDIVIA

EJEMPLOS

1. La pendiente de la recta pasa por los puntos A(1, -1) y B(-6, 7) es

A) $-\frac{6}{5}$

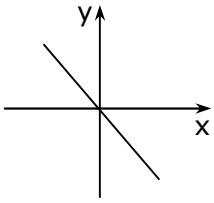
B) $-\frac{6}{7}$

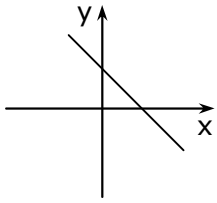
C) $-\frac{7}{8}$

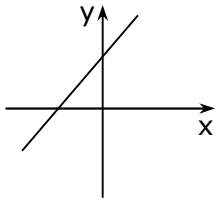
D) $-\frac{8}{5}$

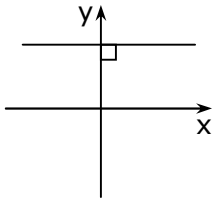
E) $-\frac{8}{7}$

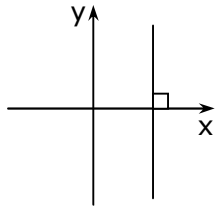
2. ¿Cuál de los siguientes gráficos muestra una recta de pendiente positiva?

A)


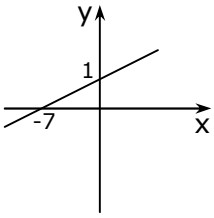
B)


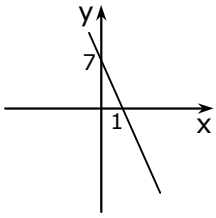
C)


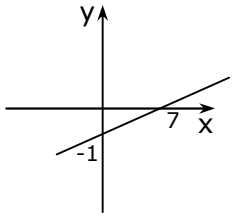
D)


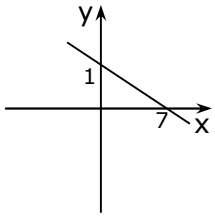
E)


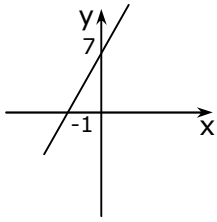
3. ¿Cuál de las siguientes rectas tiene pendiente 7?

A)


B)


C)


D)


E)


PREUNIVERSITARIO
PEDRO DE VALDIVIA

4. Si los puntos A(2, 3), B(3, -2) y C(**a**, 8) son colineales, entonces **a** =

A) 5
B) 3
C) 1
D) -3
E) -7

5. Dados los puntos A(2, 5), B(-1, -4), C(3, -1) y D(**k**, -3), ¿cuánto debe ser el valor de **k** para que el producto de las pendientes de $\overleftrightarrow{AB}$ y $\overleftrightarrow{CD}$ sea -1?

A) -9
B) -3
C) 3
D) 9
E) 15

ECUACIÓN PRINCIPAL DE LA RECTA

$$\boxed{y = mx + n}$$

donde m = pendiente
n = coeficiente de posición

ECUACIÓN DE LA RECTA QUE PASA POR UN PUNTO Y TIENE PENDIENTE DADA.

$$\boxed{(y - y_1) = m(x - x_1)}$$

ECUACIÓN DE LA RECTA QUE PASA POR DOS PUNTOS.

$$\boxed{(y - y_1) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)}$$

CASO PARTICULAR

Ecuación de la recta que pasa por dos puntos que están en los ejes.

$$\boxed{\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1}$$

(a, 0) es el punto del eje X
(0, b) es el punto del eje Y

PREUNIVERSITARIO PEDRO DE VALDIVIA

EJEMPLOS

1. La ecuación de la recta que pasa por el punto (4, -3) y tiene pendiente $-\frac{2}{3}$ es

A) $2x + 3y + 17 = 0$
B) $2x + 3y - 17 = 0$
C) $2x + 3y - 6 = 0$
D) $2x - 3y - 1 = 0$
E) $2x + 3y + 1 = 0$

2. La ecuación de la recta que pasa por los puntos $\left(1, \frac{1}{2}\right)$ y $\left(-2, \frac{-3}{2}\right)$ es

A) $y = \frac{3}{2}x - 1$
B) $y = -\frac{3}{2}x + 2$
C) $y = -\frac{2}{3}x + \frac{7}{6}$
D) $y = \frac{2}{3}x - \frac{1}{6}$
E) $y = \frac{2}{3}x + \frac{1}{3}$

3. ¿Cuál es la ecuación de la recta que pasa por el punto (0, 3) y tiene pendiente 0?

A) $3x - y = 0$
B) $x - y = 0$
C) $y = 3$
D) $x = 3$
E) $x = 3y$

4. ¿Cuál es la ecuación de la recta que representa el gráfico de la figura 1?

A) $6x + 5y = 15$
B) $6x + 5y = 30$
C) $5x + 6y = 15$
D) $5x + 6y = 30$
E) $5x + 6y = -15$

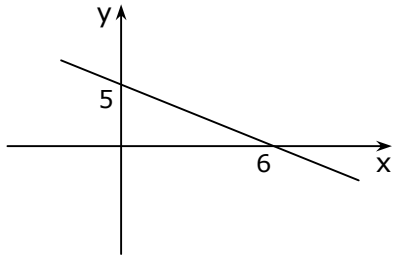


fig. 1

PREUNIVERSITARIO
PEDRO DE VALDIVIA

5. ¿Cuál es la ecuación de la recta que pasa por el origen y tiene pendiente -1?.

A) $x + y = 0$
B) $x - y = 0$
C) $x + y = 1$
D) $x - y = 1$
E) $x = -1$

6. El punto Q(a, a + 1) pertenece a la recta de ecuación $y = -x + 3$. Entonces, las coordenadas de Q son

A) (1, 2)
B) (-1, 0)
C) (2, 3)
D) (-2, -1)
E) (3, 4)

RECTAS PARALELAS

Dos rectas son paralelas si y sólo si sus pendientes son iguales.
Sean L_1 y L_2 rectas de pendientes m_1 y m_2 respectivamente (fig. 1). Entonces:

$$\boxed{L_1 \,//\, L_2 \text{ si y sólo si } m_1 = m_2}$$

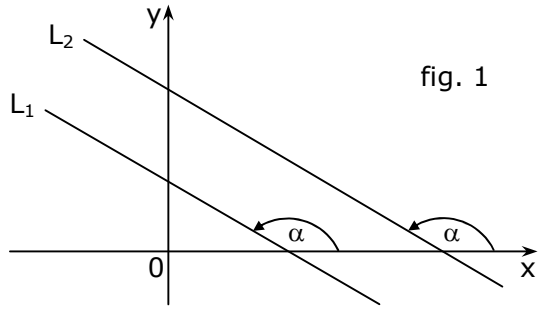


fig. 1

RECTAS PERPENDICULARES

Dos rectas son perpendiculares si y sólo si el producto de sus pendientes es -1.
Sean L_1 y L_2 rectas de pendientes m_1 y m_2 respectivamente (fig. 2). Entonces:

$$\boxed{L_1 \perp L_2 \text{ si y sólo si } m_1 \cdot m_2 = -1}$$

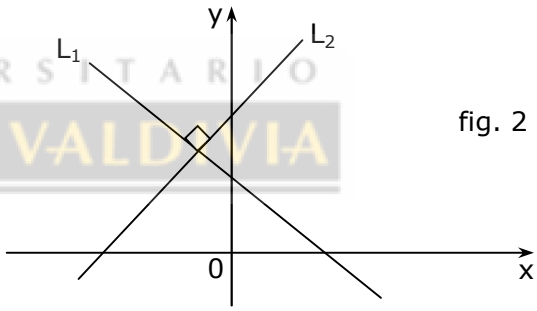


fig. 2

PREUNIVERSITARIO
PEDRO DE VALDIVIA

EJEMPLOS

1. La recta que pasa por los puntos (0, 0) y (-2, 3) es paralela a la recta que pasa por los puntos

   A) (0, 5) y (4, 3)
   B) (0, 6) y (3, 5)
   C) (4, 0) y (0, 6)
   D) (0, 6) y (0, 4)
   E) (0, 6) y (0, 2)

2. ¿Cuál de las siguientes ecuaciones representa una recta paralela a la recta de ecuación $3x - 2y = 6$?

   A) $3x + 2y = 0$
   B) $4x + 3y = 4$
   C) $3x - 2y = 0$
   D) $5x - 4y = 3$
   E) $x + y = 3$

3. ¿Cuál de las siguientes ecuaciones representa una recta perpendicular a la recta de ecuación $x - 3y = 4$?

A) $3x - y = 2$
B) $3x + y = -1$
C) $3x + 2y = 1$
D) $x + y = 3$
E) $x - y = -3$

4. ¿Qué valor debe tener **k** para que las rectas $2x + ky = 0$ y $3x - 5y = 6$ sean perpendiculares?

A) $-\frac{10}{3}$
B) $-\frac{6}{5}$
C) $\frac{6}{5}$
D) $\frac{5}{4}$
E) $\frac{10}{3}$

PREUNIVERSITARIO
PEDRO DE VALDIVIA

5. ¿Cuál es la ecuación de la recta que pasa por el punto (4, -1) y es paralela a la recta $2y - x + 8 = 0$?

A) $x - 2y - 2 = 0$
B) $2x + y - 7 = 0$
C) $x - 2y + 6 = 0$
D) $x - 2y - 6 = 0$
E) $x - 2y + 9 = 0$

6. Si una recta tiene ecuación $3x + 2y = -1$, ¿cuál es la ecuación de una recta perpendicular a ella y que pasa por el punto (3, -2)?

A) $2x + 3y = 0$
B) $x + 2y = -1$
C) $2x + y = 4$
D) $3x - 2y = 13$
E) $2x - 3y = 12$

EJERCICIOS

1. ¿Cuál de los siguientes puntos pertenece a la recta de ecuación $4x - 3y + 2 = 0$?

   A) (5, 6)
   B) (4, -6)
   C) (1, -2)
   D) (-2, -2)
   E) (3, 4)

2. ¿Qué valor debe tener k para que la recta $(k - 1)x + (2k + 1)y - 1 = 0$ pase por el punto (2, 1)?

   A) 2
   B) $\frac{1}{2}$
   C) 0
   D) $-\frac{1}{2}$
   E) -2

PREUNIVERSITARIO
PEDRO DE VALDIVIA

3. En el gráfico (fig. 1), ABCD es un rectángulo en que sus vértices A, B, C y D tienen por coordenadas (-2, 0), (6, 0), (6, 4) y (-2, 4), respectivamente. ¿Cuál es el valor de la pendiente de la diagonal $\overline{AC}$?

   A) $\frac{1}{2}$
   B) 1
   C) 2
   D) -2
   E) $-\frac{1}{2}$

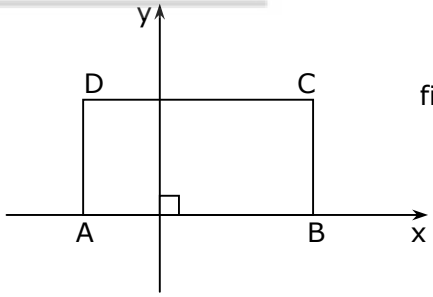


fig. 1

4. Con respecto a las rectas L_1, L_2 y L_3 de la figura 2, ¿cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?

   I) La pendiente de L_1 es cero.
   II) La pendiente de L_2 es positiva.
   III) La pendiente de L_3 es negativa.

   A) Sólo I
   B) Sólo II
   C) Sólo I y III
   D) Sólo II y III
   E) I, II y III

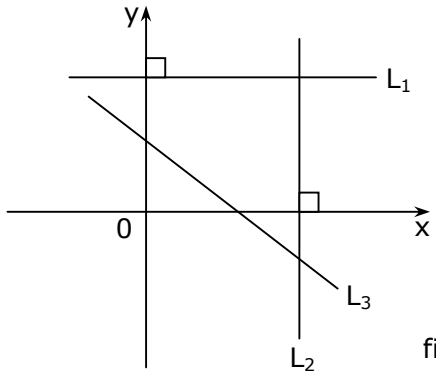


fig. 2

5. En el triángulo ABC (fig. 3), $\overline{AB}$ // $\overrightarrow{OX}$. Si m_1, m_2 y m_3 son las pendientes de $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ y $\overline{CA}$, respectivamente, entonces un orden creciente está representado por

A) $m_1 < m_2 < m_3$
B) $m_3 < m_1 < m_2$
C) $m_2 < m_1 < m_3$
D) $m_2 < m_3 < m_1$
E) $m_3 < m_2 < m_1$

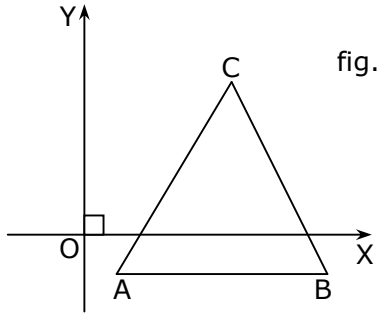
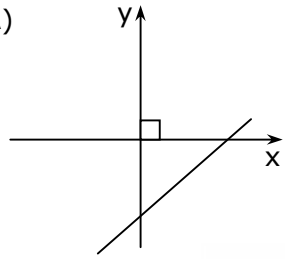
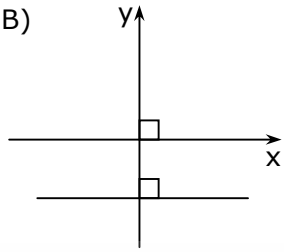
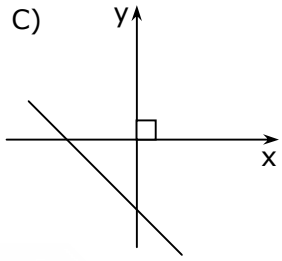


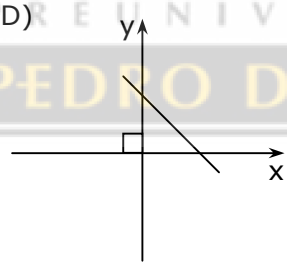
fig. 3

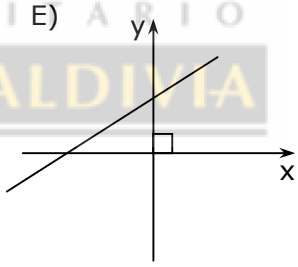
6. ¿Cuál de los siguientes gráficos podría representar a la recta y = 5x – 2?

A)


B)


C)


D)


E)


PREUNIVERSITARIO
PEDRO DE VALDIVIA

7. Si la pendiente de una recta es -3 y su coeficiente de posición es 2, su ecuación general es

A) 3x + y + 2 = 0
B) 3x – y – 2 = 0
C) 3x + y – 2 = 0
D) 3x – y + 2 = 0
E) 2x – y – 3 = 0

8. ¿Cuáles son, respectivamente, los valores de la pendiente y del coeficiente de posición de la recta 3x + 2y + 6 = 0?

A) -3 y -6
B) $-\frac{3}{2}$ y 3
C) $\frac{3}{2}$ y -3
D) $-\frac{3}{2}$ y -3
E) $\frac{3}{2}$ y 3

9. ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s) con respecto a la recta $2y + 3x - 12 = 0$?

I) La recta intersecta al eje x en el punto (4, 0).
II) La recta intersecta al eje y en el punto (0, 6).
III) La pendiente de la recta es negativa.

A) Sólo III
B) Sólo I y II
C) Sólo I y III
D) Sólo II y III
E) I, II y III

10. El área del triángulo formado por los ejes coordenados y la recta de ecuación $4x + 3y = 12$ es

A) 5
B) 6
C) 7,5
D) 10
E) 12

PREUNIVERSITARIO
PEDRO DE VALDIVIA

11. La ecuación de la recta que pasa por el punto (5, 1) y de pendiente $-\frac{1}{3}$ es

A) $x + 3y - 16 = 0$
B) $x + 3y - 8 = 0$
C) $x + 3y + 2 = 0$
D) $x - 3y + 8 = 0$
E) $x + 3y - 2 = 0$

12. La ecuación de la recta que pasa por los puntos A(-2, 4) y B(-7, -12) es

A) $16x - 9y + 4 = 0$
B) $16x + 5y + 12 = 0$
C) $5x - 16y + 74 = 0$
D) $16x - 5y - 74 = 0$
E) $16x - 5y + 52 = 0$

13. Según el gráfico de la figura 4, la ecuación de la recta L es

A) $2x + 3y = 0$
B) $3x + 2y - 6 = 0$
C) $3x + 2y - 4 = 0$
D) $2x - 3y + 6 = 0$
E) $2x + 3y - 6 = 0$

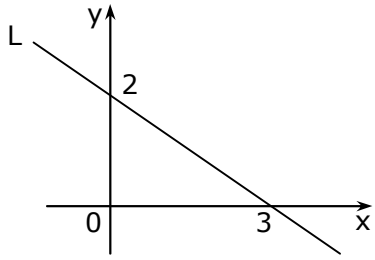


fig. 4

14. En la figura 5, ¿cuál es la ecuación de la recta L?

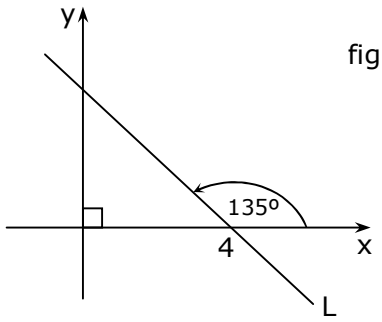
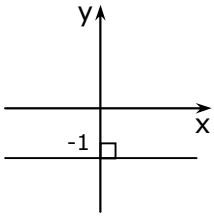
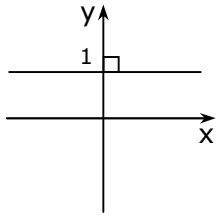


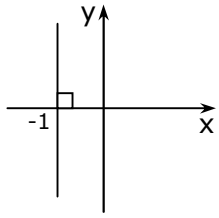
fig. 5

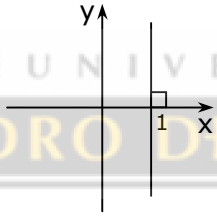
A) $x - y - 4 = 0$
B) $x - y + 4 = 0$
C) $x + y - 4 = 0$
D) $x + y + 4 = 0$
E) $x + y = 0$

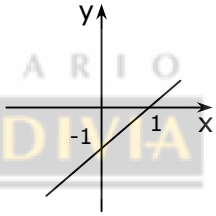
15. ¿Cuál de los siguientes gráficos corresponde a la recta de ecuación $x - 1 = 0$?

A)


B)


C)


D)


E)


PREUNIVERSITARIO
PEDRO DE VALDIVIA

16. ¿Cuál de las siguientes rectas del plano cartesiano es representada por la ecuación $y - b = 0$?

A) La recta paralela al eje y que pasa por el punto (b, 0)
B) La recta paralela al eje y que pasa por el punto (0, b)
C) La recta paralela al eje x que pasa por el punto (b, 0)
D) La recta paralela al eje x que pasa por el punto (0, b)
E) La recta que pasa por los puntos (0, 0) y (b, b)

17. El punto P de ordenada 10 está en la recta cuya pendiente es 3 y que pasa por el punto A(7, -2). Entonces, la abscisa de P es

A) 11
B) $\frac{29}{3}$
C) 7
D) -1
E) -3

18. Dada la recta L: $5 - 2y - 3x = 0$, ¿cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?

I) Una recta perpendicular a L tiene pendiente $\frac{2}{3}$.

II) La recta L intersecta al eje de las abscisas en el punto $\left(0, \frac{5}{2}\right)$.

III) Una recta paralela a L tiene pendiente $-\frac{3}{2}$.

A) Sólo I
B) Sólo II
C) Sólo I y II
D) Sólo I y III
E) Sólo II y III

19. ¿Cuál debe ser el valor de k en la ecuación de la recta $4kx + 5y - 1 = 0$ para que sea paralela a la recta $3x - 2y + 1 = 0$?

A) $\frac{15}{8}$
B) $\frac{5}{6}$
C) $\frac{8}{15}$
D) $-\frac{5}{6}$
E) $-\frac{15}{8}$

PREUNIVERSITARIO
PEDRO DE VALDIVIA

20. ¿Qué valor debe tener **k** para que las rectas $(3 - k)x + 2y - 5 = 0$ y $-4x + y - 7 = 0$ sean perpendiculares?

A) 11
B) $\frac{11}{4}$
C) $\frac{7}{2}$
D) $\frac{5}{2}$
E) -5

21. ¿Cuál es la ecuación de la recta que pasa por el punto (2, -3) y que es paralela a la recta que une los puntos (4, 1) y (-2, 2)?

A) $x + 6y + 16 = 0$
B) $x + 6y - 10 = 0$
C) $x + 6y - 20 = 0$
D) $x - 6y - 20 = 0$
E) $6x + y - 9 = 0$

22. ¿Cuál es la ecuación de la recta perpendicular al segmento AB determinado por los puntos A(2, 7), B(6, -3) y que pasa por el punto medio de éste?

A) $5x + 2y - 24 = 0$
B) $2x - 5y + 31 = 0$
C) $2x - 5y + 2 = 0$
D) $2x + 5y - 18 = 0$
E) $2x + 5y - 39 = 0$

23. Una recta L_1 pasa por el punto (2, 1) y tiene pendiente 3. Si una recta L_2, perpendicular con L_1, contiene al punto (6, -2), entonces la ordenada del punto donde se cortan L_1 y L_2 es

A) $-\frac{31}{8}$
B) $-\frac{1}{2}$
C) 1
D) $\frac{3}{2}$
E) $\frac{31}{10}$

PREUNIVERSITARIO
PEDRO DE VALDIVIA

24. En una panadería la relación entre el costo de fabricación del pan y su precio de venta es lineal. El costo de un kilogramo de pan blanco es de $ 320 y se vende en $ 600; un kilogramo de pan dulce tiene un costo de $ 680 y se vende en $ 1.050. Si el costo de un kilogramo de pan negro es de $ 340, ¿cuál es su precio de venta?

A) $ 637,5
B) $ 625
C) $ 620
D) $ 616
E) $ 525

25. Respecto a la recta que tiene pendiente $-\frac{2}{3}$ y que forma con los ejes coordenados positivos un triángulo de área 48 cm^2, ¿cuál(es) de la(s) siguiente(s) afirmaciones es (son) verdadera(s)?

I) Intersecta al eje de las abscisas en el punto (12, 0).
II) Tiene coeficiente de posición $n = 8$.
III) Su ecuación es $3y + 2x - 24 = 0$.

A) Sólo I
B) Sólo I y II
C) Sólo I y III
D) Sólo II y III
E) I, II y III

26. Se puede determinar la pendiente de una recta L si :

(1) La recta L pasa por el punto (-2, 0).

(2) El ángulo formado por la recta L y el eje x es 45º.

A) (1) por sí sola
B) (2) por sí sola
C) Ambas juntas, (1) y (2)
D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
E) Se requiere información adicional

27. Se puede determinar la ecuación de una recta si :

(1) Se conoce la pendiente y el punto donde la recta corta al eje y.

(2) Se conoce la distancia entre dos puntos de ella.

A) (1) por sí sola
B) (2) por sí sola
C) Ambas juntas, (1) y (2)
D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
E) Se requiere información adicional

PREUNIVERSITARIO
PEDRO DE VALDIVIA

28. La ecuación de la recta L se conoce si :

(1) L es paralela a la recta $2x - y + 5 = 0$.

(2) L pasa por el punto (-1, 3).

A) (1) por sí sola
B) (2) por sí sola
C) Ambas juntas, (1) y (2)
D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
E) Se requiere información adicional

29. Se puede calcular el área del triángulo OAB (fig. 6) formado por la recta L y los ejes coordenados, si :

(1) Conocemos las coordenadas del punto A.

(2) Conocemos la pendiente de la recta L.

A) (1) por sí sola
B) (2) por sí sola
C) Ambas juntas, (1) y (2)
D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
E) Se requiere información adicional

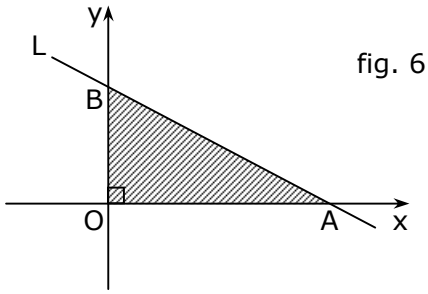
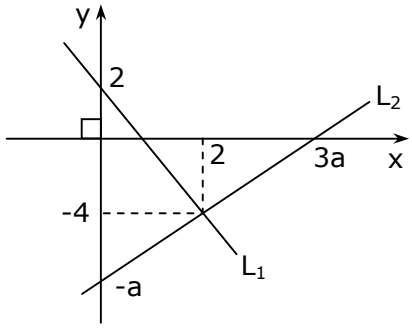


fig. 6

30. Las rectas L_1 y L_2 son perpendiculares si :

(1) L_1: $y = -3x + 2$
L_2: $3y = x - 15$

(2)



A) (1) por sí sola
B) (2) por sí sola
C) Ambas juntas, (1) y (2)
D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
E) Se requiere información adicional

PREUNIVERSITARIO
PEDRO DE VALDIVIA

RESPUESTAS

Ejemplos / Págs.	1	2	3	4	5	6
1 y 2	C	D	A	B	C	B
3 y 4	E	C	E	C	D	
5 y 6	E	D	C	D	A	A
7 y 8	C	C	B	C	D	E

EJERCICIOS PÁG. 9

1. D	11. B	21. A
2. B	12. E	22. C
3. A	13. E	23. B
4. C	14. C	24. B
5. C	15. D	25. E
6. A	16. D	26. B
7. C	17. A	27. A
8. D	18. D	28. C
9. E	19. E	29. C
10. B	20. D	30. D

DMONMA22

Puedes complementar los contenidos de esta guía visitando nuestra web
http://www.pedrodevaldivia.cl/