Material N° 34

GUÍA TEÓRICO PRÁCTICA Nº 26

UNIDAD: GEOMETRÍA
TRIGONOMETRÍA

RAZONES TRIGONOMÉTRICAS

En el triángulo ABC, rectángulo en C (figura 1), se definen las siguientes razones:

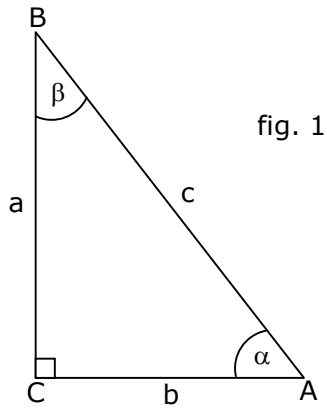


fig. 1

Seno de α =	**sen** α	=	$\frac{\text{Cateto opuesto a } \alpha}{\text{hipotenusa}}$	$= \frac{a}{c}$
Coseno de α =	**cos** α	=	$\frac{\text{Cateto adyacente a } \alpha}{\text{hipotenusa}}$	$= \frac{b}{c}$
Tangente de α =	**tg** α	=	$\frac{\text{Cateto opuesto a } \alpha}{\text{Cateto adyacente a } \alpha}$	$= \frac{a}{b}$
Cotangente de α =	**cotg** α	=	$\frac{\text{Cateto adyacente a } \alpha}{\text{Cateto opuesto a } \alpha}$	$= \frac{b}{a}$
Secante de α =	**sec** α	=	$\frac{\text{Hipotenusa}}{\text{Cateto adyacente a } \alpha}$	$= \frac{c}{b}$
Cosecante de α =	**cosec** α	=	$\frac{\text{Hipotenusa}}{\text{Cateto opuesto a } \alpha}$	$= \frac{c}{a}$

PREUNIVERSITARIO PEDRO DE VALDIVIA

EJEMPLOS

1. De acuerdo al triángulo ABC de la figura 1, ¿qué relación es verdadera?

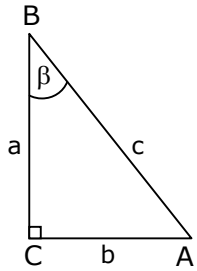


fig. 1

A) sen $\beta = \frac{c}{b}$

B) sen $\beta = \frac{a}{c}$

C) cos $\beta = \frac{b}{c}$

D) tg $\beta = \frac{b}{a}$

E) Ninguna de ellas

2. Con respecto al triángulo rectángulo ABC de la figura 2, ¿cuál de las opciones siguientes es verdadera?

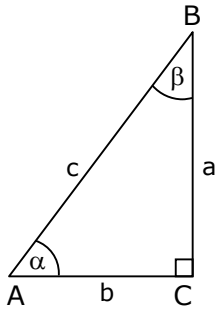


fig. 2

A) sec $\beta = \frac{c}{b}$

B) cos $\alpha = \frac{a}{c}$

C) cotg $\beta = \frac{b}{a}$

D) cosec $\alpha = \frac{c}{b}$

E) sen β = cos α

3. Con los datos de la figura 3, la expresión tg α – sen α es igual a

A) $\frac{ac - bc}{ab}$

B) $\frac{ac - bc}{bc}$

C) $\frac{bc - ac}{ab}$

D) $\frac{bc - ac}{bc}$

E) $\frac{a - c}{b}$

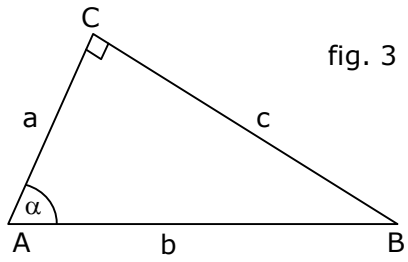


fig. 3

4. Si los catetos de un triángulo rectángulo miden 8 cm y 15 cm, entonces el seno del ángulo agudo mayor es

A) $\frac{15}{17}$

B) $\frac{8}{17}$

C) $\frac{8}{15}$

D) $\frac{15}{8}$

E) $\frac{17}{15}$

PREUNIVERSITARIO
PEDRO DE VALDIVIA

5. En la hoja cuadriculada de la figura 4, cada cuadrado tiene lado 2. Entonces, en el ΔABC la tangente del ángulo β es igual a

A) $\frac{1}{\sqrt{5}}$

B) $\frac{1}{2}$

C) $\frac{2}{\sqrt{5}}$

D) 2

E) $\sqrt{5}$

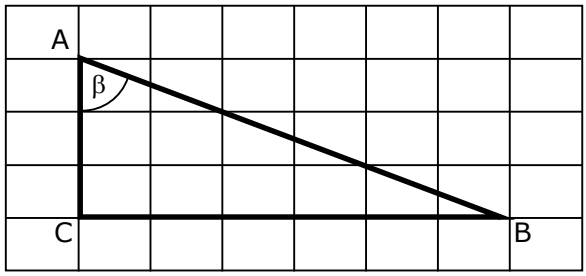


fig. 4

6. Si $\cos \alpha = \frac{8}{17}$, entonces cosec α =

A) $\frac{17}{8}$

B) $\frac{17}{15}$

C) $\frac{15}{8}$

D) $\frac{15}{17}$

E) $\frac{8}{15}$

RAZONES TRIGONOMÉTRICAS PARA ÁNGULOS DE 30º, 45º y 60º

Considerando los triángulos de las figuras 1 y 2, se tiene que:

fig. 1

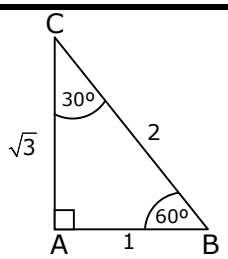
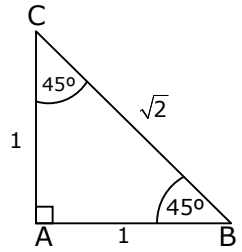


fig. 2

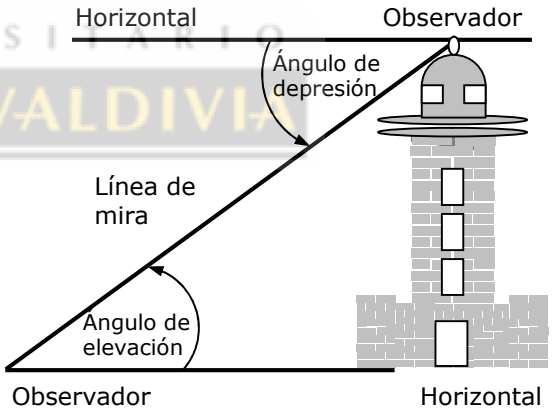


Razón \ Ángulo	30º	45º	60º
sen α	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
cos α	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
tg α	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

Ángulos de **elevación** y de **depresión** (fig. 3) son aquellos formados por la horizontal, considerada a nivel del ojo del observador y la línea de mira, según que el objeto observado esté por sobre o bajo esta última.

Con respecto a un observador, los ángulos de elevación y de depresión constituyen ángulos alternos internos entre paralelas, por lo tanto, sus medidas son iguales

fig. 3



PREUNIVERSITARIO PEDRO DE VALDIVIA

EJEMPLOS

1. Un avión despega del aeropuerto con un ángulo de elevación de 30º como se muestra en la figura 1. Si ha recorrido desde el punto de despegue una distancia de 1.000 metros, ¿a qué altura (h), respecto del suelo se encuentra?

A) $500\sqrt{3}$ metros
B) 500 metros
C) $\frac{1.000}{\sqrt{3}}$ metros
D) $\frac{100}{\sqrt{3}}$ metros
E) $\frac{1.500}{\sqrt{3}}$ metros

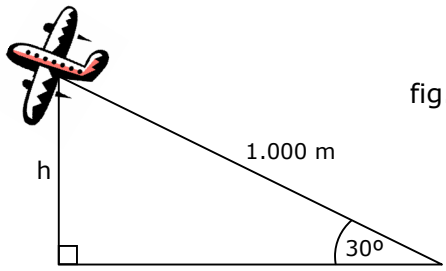


fig. 1

2. ¿Cuál es la longitud de la sombra proyectada por un edificio de 50 m de altura (fig. 2) cuando el sol se ha elevado 40º sobre el horizonte?

A) $50 \cdot \text{tg } 40º$ m

B) $\dfrac{50}{\text{sen } 40º}$ m

C) $\dfrac{50}{\text{tg } 40º}$ m

D) $\dfrac{\text{tg } 40º}{50}$

E) $\dfrac{\text{cotg } 40º}{50}$ m

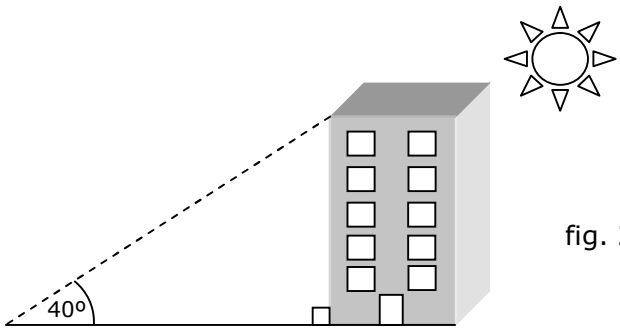


fig. 2

3. ¿Cuál es la longitud del hilo que sujeta el volantín de la figura 3, si el ángulo de elevación es de 45º?

A) $20\sqrt{2}$ m
B) 21,5 m
C) $21{,}5\sqrt{2}$ m
D) 20 m
E) $10\sqrt{2}$ m

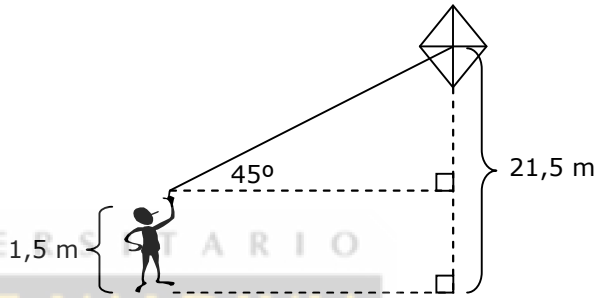


fig. 3

PREUNIVERSITARIO
PEDRO DE VALDIVIA

4. Un observador de 1,80 m observa la azotea de un edificio, según un ángulo de elevación de 60º (fig. 4). Si el punto de observación está a 12 m del edificio, ¿cuánto mide la altura del edificio?

A) 24 m
B) $12\sqrt{3}$ m
C) $8\sqrt{3}$ m
D) $(4\sqrt{3} + 1{,}8)$ m
E) $(12\sqrt{3} + 1{,}8)$ m

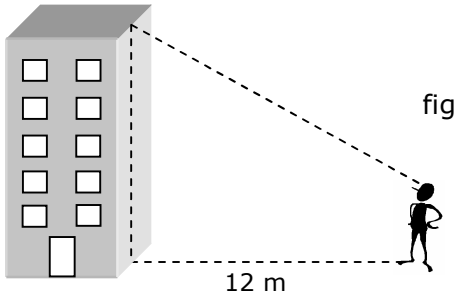


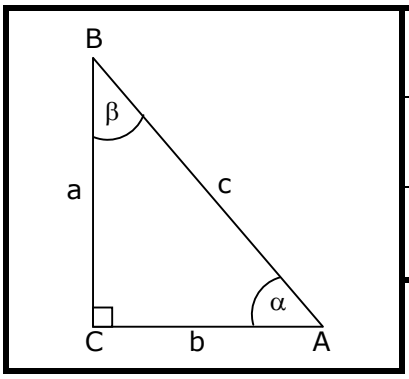
fig. 4

5. La longitud de una escalera, cuyos extremos están apoyados a un poste y al suelo es de $4\sqrt{3}$ metros. La escalera forma un ángulo con el poste de 30º. ¿A qué distancia está el pie de la escalera del poste?

A) $\dfrac{2}{\sqrt{3}}$ m
B) 4 m
C) 6 m
D) $2\sqrt{3}$ m
E) $6\sqrt{3}$ m

IDENTIDADES TRIGONOMÉTRICAS FUNDAMENTALES

Las identidades 1, 2, 3, 4 y 5 se deducen directamente de las definiciones de las razones trigonométricas. La identidad 6, se deduce combinando las definiciones con el Teorema de Pitágoras.



1. $\text{sen}\ \alpha \cdot \text{cosec}\ \alpha = 1$	4. $\text{tg}\ \alpha = \dfrac{\text{sen}\ \alpha}{\cos\ \alpha}$
2. $\cos\ \alpha \cdot \sec\ \alpha = 1$	5. $\text{cotg}\ \alpha = \dfrac{\cos\ \alpha}{\text{sen}\ \alpha}$
3. $\text{tg}\ \alpha \cdot \text{cotg}\ \alpha = 1$	6. $\text{sen}^2\ \alpha + \cos^2\ \alpha = 1$

EJEMPLOS

1. Si $k = \cos^2 60° + \cos^2 50° + \text{sen}^2\ 50°$, entonces **4k** es igual a

A) 7
B) 6
C) 5
D) 1,25
E) 1

PREUNIVERSITARIO
PEDRO DE VALDIVIA

2. Si α es un ángulo agudo, ¿cuál(es) de las siguientes igualdades es (son) identidad(es)?

I) $\text{tg}\ \alpha \cdot \text{cosec}\ \alpha = \sec\ \alpha$

II) $\dfrac{1}{1 - \cos^2\ \alpha} = \text{cosec}^2\ \alpha$

III) $(\text{sen}\ \alpha + \cos\ \alpha)\ (\text{sen}\ \alpha - \cos\ \alpha) = 2\ \text{sen}^2\ \alpha - 1$

A) Sólo I
B) Sólo II
C) Sólo III
D) Sólo I y II
E) I, II y III

3. ¿Cuál de las siguientes expresiones representa al cuadrado del coseno de α?

A) $\cos\ \alpha^2$
B) $\dfrac{1}{\text{cosec}^2\ \alpha}$
C) $1 + \text{sen}^2\ \alpha$
D) $\dfrac{1}{\sec^2\ \alpha}$
E) $\text{sen}^2\ \alpha - 1$

4. Si $\cos^2 \alpha = \frac{4}{9}$, entonces 3 sen α =

A) $\frac{5}{9}$
B) $\frac{\sqrt{5}}{3}$
C) $\frac{5}{3}$
D) $\sqrt{5}$
E) 5

5. Con los datos de la figura 1, la expresión $(\text{sen } \alpha + \cos \alpha)^2$ es igual a

A) 1
B) $\frac{b^2 + 2ac}{b^2}$
C) $b^2 + 2ac$
D) $\frac{b^2 - 2ac}{b^2}$
E) $\frac{2ac}{b^2}$

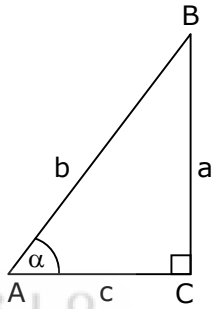


fig. 1

PREUNIVERSITARIO
PEDRO DE VALDIVIA

6. Si β es un ángulo agudo de un triángulo rectángulo, ¿cuál(es) de las siguientes igualdades **no** es (son) identidad(es)?

I) $\text{sen } \beta + \cos \beta \cdot \text{cotg } \beta = \text{cosec } \beta$
II) $\sec \beta \cdot \text{sen } \beta = \sqrt{\sec^2 \beta - 1}$
III) $\text{tg } \beta \cdot \text{sen } \beta = \cos \beta$

A) Sólo I
B) Sólo II
C) Sólo III
D) Sólo I y II
E) I, II y III

7. ¿En cuál(es) de las siguientes expresiones trigonométricas, el resultado es **siempre** igual a 1?

I) $\text{sen}^2 40º + \cos^2 50º$
II) $\text{sen } 40º + \text{sen } 50º$
III) $\frac{\text{sen } 45º}{\cos 45º}$

A) En II solamente
B) En III solamente
C) En I y en II solamente
D) En II y en III solamente
E) En todas ellas

EJERCICIOS

1. En el triángulo rectángulo en C de la figura 1, sen β – sen α es igual a

A) 0

B) $\frac{b^2 - a^2}{ab}$

C) $\frac{a^2 - b^2}{ab}$

D) $\frac{a - b}{c}$

E) $\frac{b - a}{c}$

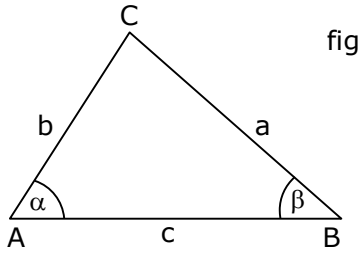


fig. 1

2. Si tg $\alpha = \frac{5}{12}$ y α es un ángulo agudo, entonces cos α =

A) $\frac{12}{5}$

B) $\frac{13}{12}$

C) $\frac{5}{12}$

D) $\frac{5}{13}$

E) $\frac{12}{13}$

PREUNIVERSITARIO
PEDRO DE VALDIVIA

3. El triángulo ABC de la figura 2, es rectángulo en C. Si sen α = 0,6 y $\overline{BC}$ = 12 cm, ¿cuánto es sen β?

A) 1,25
B) 1
C) 0,8
D) 0,75
E) 0,6

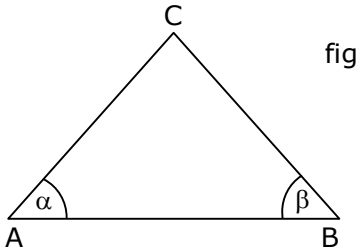


fig. 2

4. $\cos^2 60º$ – tag 45º · sen 30º =

A) $-\frac{3}{4}$

B) $-\frac{1}{4}$

C) 0

D) $\frac{1}{4}$

E) $\frac{3}{4}$

5. En la figura 3, sen $\alpha = \frac{4}{5}$ y tg $\beta = \frac{3}{5}$, entonces **x** mide

A) 3 cm
B) 5 cm
C) 9 cm
D) 12 cm
E) 15 cm

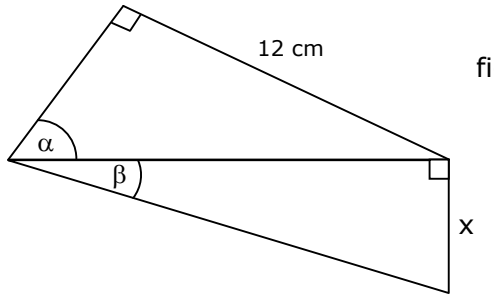


fig. 3

6. El triángulo de la figura 4, es rectángulo en C. ¿Cuál(es) de las siguientes igualdades es (son) verdadera(s)?

I) sen $\alpha = \frac{1}{2}$

II) cos $\beta = \frac{\sqrt{3}}{2}$

III) tg $\alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$

A) Sólo I
B) Sólo II
C) Sólo III
D) Sólo I y III
E) I, II y III

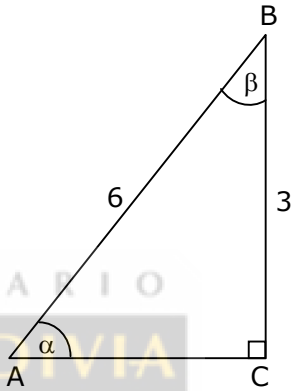


fig. 4

PREUNIVERSITARIO
PEDRO DE VALDIVIA

7. En la figura 5, cos α = 0,15 y b = 1,5 cm. Entonces, ¿cuál es la medida de la hipotenusa?

A) 100 cm
B) 15 cm
C) 12,5 cm
D) 10 cm
E) 1 cm

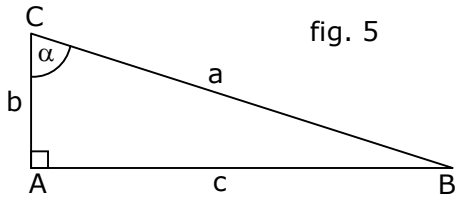


fig. 5

8. El volantín de Luchín está sujeto por un hilo tenso de 160 m de longitud y el ángulo de elevación es de 40°. ¿A qué altura está el volantín, sin tomar en cuenta la estatura de Luchín?

A) 160 · sen 40° m
B) 160 · sen 50° m
C) 160 · cos 40° m
D) 160 · sec 40° m
E) 160 · sec 50° m

9. En un triángulo rectángulo, ¿cuál de las siguientes expresiones representa a la cotangente de un ángulo agudo δ?

A) $\dfrac{\text{sen } \delta}{\cos \delta}$

B) $\dfrac{\sec \delta}{\text{cosec } \delta}$

C) $\text{tg}\left(\dfrac{1}{\delta}\right)$

D) $\dfrac{\text{cosec } \delta}{\sec \delta}$

E) Ninguna de las anteriores

10. En la figura 6, el ΔPQR es rectángulo en P. Si PQ = 4 cm y su área es 10 cm^2, entonces sen β =

A) $\dfrac{5}{\sqrt{41}}$

B) $\dfrac{4}{\sqrt{41}}$

C) $\dfrac{5}{4}$

D) $\dfrac{\sqrt{41}}{5}$

E) $\dfrac{\sqrt{41}}{4}$

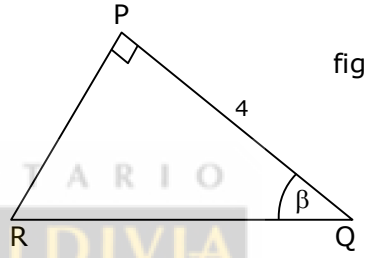


fig. 6

PREUNIVERSITARIO
PEDRO DE VALDIVIA

11. La figura 7, muestra un corte transversal del túnel del metro. El piso de éste tiene 4 m de ancho y el ángulo de elevación desde el extremo A de la base al punto C de mayor altura del túnel es de 60°. ¿Cuál es la medida de $\overline{DC}$?

A) 2 m
B) $2\sqrt{3}$ m
C) 3 m
D) 4 m
E) $4\sqrt{3}$ m

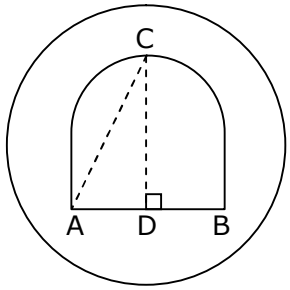


fig. 7

12. Un alpinista que baja por una ladera, por cada 20 metros que recorre baja 10 metros. Entonces, el ángulo de inclinación de la ladera es

A) 15°
B) 30°
C) 45°
D) 60°
E) 75°

13. En la circunferencia de centro O y radio r de la figura 8, la longitud de la cuerda $\overline{AB}$ está dada por

A) 2 · r · sen 20º
B) 2 · r · cos 20º
C) 2 · r · sen 70º
D) r · sen 40º
E) r · cos 70º

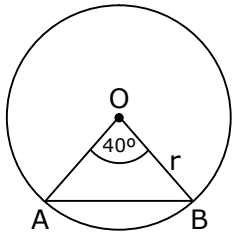


fig. 8

14. La base de un triángulo isósceles tiene una longitud de 12 cm y el coseno del ángulo adyacente a ella es $\frac{3}{5}$. Luego, el perímetro del triángulo es

A) 16 cm
B) 24 cm
C) 32 cm
D) 48 cm
E) 64 cm

15. En el triángulo ABC isósceles de base $\overline{AB}$ de la figura 9, ¿cuál(es) de las siguientes expresiones representa(n) la medida del lado $\overline{AC}$?

I) $\frac{1,8}{\cos 50º}$

II) $\frac{1,8}{\text{sen}\, 40º}$

III) 3,6 · cos 50º

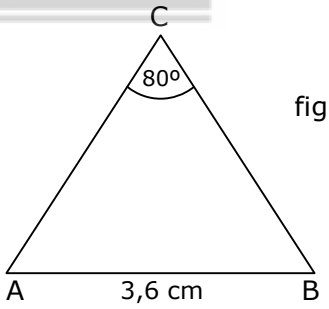


fig. 9

A) Sólo I
B) Sólo II
C) Sólo III
D) Sólo I y II
E) I, II y III

16. Si β es un ángulo agudo de un ΔABC, rectángulo en C, m = a · sen β y n = a · cos β, entonces $m^2 + n^2 =$

A) a^2
B) a
C) 1
D) 0
E) -1

17. Desde un avión que vuela a 2.000 m de altura se observa el inicio de la pista de aterrizaje 30° por debajo de la línea horizontal de vuelo (ángulo de depresión) (fig. 10). ¿Cuál(es) de las siguientes expresiones representa(n) la distancia desde el avión al inicio de la pista?

I) $\dfrac{2.000}{\text{sen } 30^{\circ}}$ m

II) $\dfrac{2.000}{\cos 60^{\circ}}$ m

III) $2.000 \cdot \text{tg } 30^{\circ}$ m

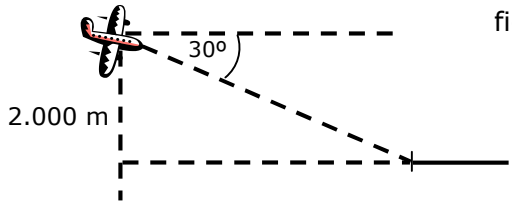


fig. 10

A) Sólo I
B) Sólo II
C) Sólo III
D) Sólo I y II
E) Sólo I y III

18. Un camión al chocar con un poste lo quiebra y la punta de éste toca el suelo a una distancia de 3 m de la base de él. Si la parte superior del poste quebrado forma con el suelo un ángulo de 45º, ¿cuál era la altura original del poste?

A) $(6 + 3\sqrt{2})$ m
B) 6 m
C) $(3 + 3\sqrt{2})$ m
D) $6\sqrt{2}$ m
E) $(3 + 1{,}5\sqrt{2})$ m

PREUNIVERSITARIO
PEDRO DE VALDIVIA

19. En la circunferencia de centro O y radio **r** de la figura 11, el ángulo del centro que subtiende la cuerda **c** es 2α. Entonces, **c** =

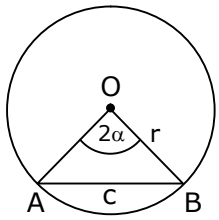


fig. 11

A) $r \cdot \text{sen } \alpha$
B) $r \cdot \cos \alpha$
C) $r \cdot \text{sen } 2\alpha$
D) $2 \cdot r \cdot \cos \alpha$
E) $2 \cdot r \cdot \text{sen } \alpha$

20. En la figura 12, el triángulo ABC es rectángulo en C y $\text{tg } \beta = \dfrac{2}{3}$. Si $\overline{AB} = 5$ cm, entonces $\overline{AC}$ =

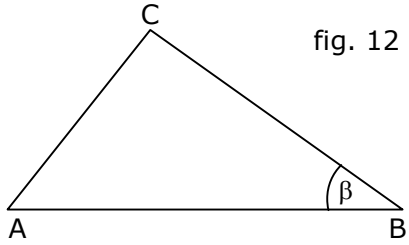


fig. 12

A) 2 cm
B) $2\sqrt{5}$ cm
C) $\dfrac{5}{\sqrt{13}}$ cm
D) $\dfrac{10}{\sqrt{13}}$ cm
E) $\dfrac{15}{\sqrt{13}}$ cm

21. En la figura 13, ¿cuál(es) de las siguientes relaciones es (son) verdadera(s)?

I) $\text{tg}\ \alpha = \frac{1}{2}$

II) $\text{sen}\ \alpha - \cos\beta = \frac{2\sqrt{5}}{5}$

III) $\text{tg}\ \alpha + \text{tg}\ \beta = \frac{5}{2}$

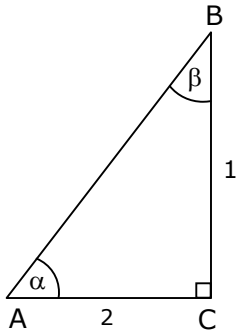


fig. 13

A) Sólo I
B) Sólo II
C) Sólo I y II
D) Sólo I y III
E) I, II y III

22. Con respecto a la figura 14, ¿cuál(es) de las siguientes relaciones es (son) verdadera(s)?

I) $\text{tg}\ \alpha = \frac{4}{3}$

II) $\cos\alpha = \frac{3}{5}$

III) $\text{sen}\ \alpha = \frac{4}{5}$

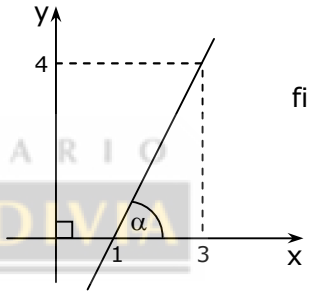


fig. 14

PREUNIVERSITARIO
PEDRO DE VALDIVIA

A) Sólo I
B) Sólo II
C) Sólo II y III
D) I, II y III
E) Ninguna de ellas

23. El vigía de un faro observa una lancha con un ángulo de depresión de 20º. Si la altura de dicho faro es 35 metros, ¿cuál es la distancia horizontal que separa a la lancha de la base del faro?

A) $\frac{35}{\text{tg } 20^o}$ m

B) $\frac{35}{\cos 20^o}$ m

C) $\frac{35}{\text{sen } 20^o}$ m

D) $\frac{\text{sen } 20^o}{35}$ m

E) $\frac{\text{tg } 20^o}{35}$ m

24. En la circunferencia de centro O de la figura 15, está inscrito el triángulo ABC. Si sen α = 0,6 y el área del triángulo es 96 cm^2, entonces ¿cuál es el área del círculo?

A) 400π cm^2
B) 100π cm^2
C) 40π cm^2
D) 25π cm^2
E) 20π cm^2

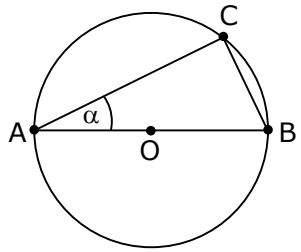


fig. 15

25. En el triángulo ABC de la figura 16, se puede determinar cos α si :

(1) $\overline{AC} : \overline{BC} = 3 : 4$

(2) $\overline{AB} = 10$

A) (1) por sí sola
B) (2) por sí sola
C) Ambas juntas, (1) y (2)
D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
E) Se requiere información adicional

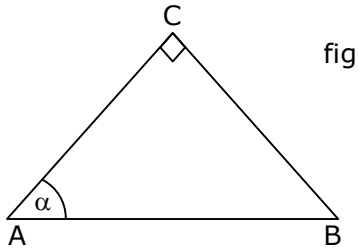


fig. 16

PREUNIVERSITARIO
PEDRO DE VALDIVIA

26. Se puede determinar el perímetro del triángulo ABC de la figura 17, si :

(1) tg $\alpha = \frac{4}{3}$

(2) $\overline{AB} = 5$ cm

A) (1) por sí sola
B) (2) por sí sola
C) Ambas juntas, (1) y (2)
D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
E) Se requiere información adicional

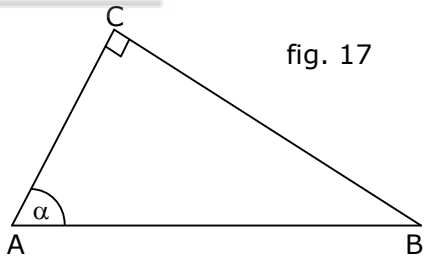


fig. 17

27. El extremo superior de una escalera se encuentra apoyado en el punto más alto de una muralla; la escalera forma con el piso un ángulo de 60º. Se puede determinar la altura de la muralla si se conoce :

(1) El largo de la escalera.

(2) La distancia entre el pie de la escalera y la muralla.

A) (1) por sí sola
B) (2) por sí sola
C) Ambas juntas, (1) y (2)
D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
E) Se requiere información adicional

28. En el triángulo PQR de la figura 18, se puede calcular sen α si :

(1) $\measuredangle QRP = 90º$

(2) Área (ΔPQR) = 24 cm^2

A) (1) por sí sola
B) (2) por sí sola
C) Ambas juntas, (1) y (2)
D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
E) Se requiere información adicional

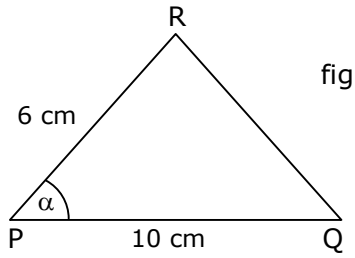


fig. 18

29. En la figura 19, tg $\alpha = \frac{3}{2}$, se puede afirmar que PR = 6 si :

(1) QR = 4

(2) $L_1 // L_2$

A) (1) por sí sola
B) (2) por sí sola
C) Ambas juntas, (1) y (2)
D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
E) Se requiere información adicional

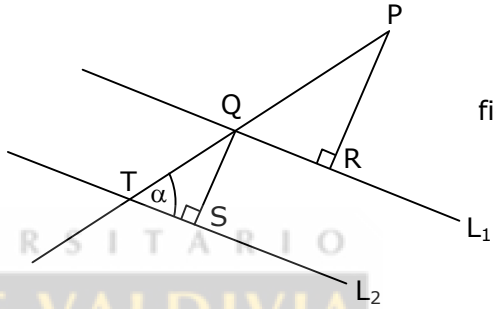


fig. 19

PREUNIVERSITARIO
PEDRO DE VALDIVIA

30. En un triángulo MNT isósceles de base $\overline{MN}$, la altura correspondiente a la base mide 1,8 metros. Se puede determinar el área del triángulo si :

(1) El triángulo es obtusángulo.

(2) La tangente correspondiente a uno de los ángulos de la base es $\frac{2}{3}$.

A) (1) por sí sola
B) (2) por sí sola
C) Ambas juntas, (1) y (2)
D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
E) Se requiere información adicional

RESPUESTAS

Ejemplos / Págs.	1	2	3	4	5	6	7
1 y 2	D	E	C	A	D	B	
3 y 4	B	C	A	E	D		
5 y 6	C	E	D	D	B	C	B

EJERCICIOS PÁG. 7

1. E	11. B	21. D
2. E	12. B	22. E
3. C	13. A	23. A
4. B	14. C	24. B
5. C	15. D	25. A
6. D	16. A	26. C
7. D	17. D	27. D
8. A	18. C	28. D
9. D	19. E	29. C
10. A	20. D	30. B

PREUNIVERSITARIO
PEDRO DE VALDIVIA

DMONMA34

Puedes complementar los contenidos de esta guía visitando nuestra web
http://www.pedrodevaldivia.cl/