Matemática
Quinto año Básico
PRIMERA UNIDAD DIDÁCTICA

CUANTIFICANDO Y COMPARANDO MEDIDAS NO ENTERAS

Coordinadora
Lorena Espinoza S.

Autores

Joaquim Barbé F. Francisco Cerda B.
Lorena Espinoza S. Fanny Waisman C.
Grecia Gálvez P.

Colaboradores

Carolina Brieba B.

ÍNDICE

Quinto Básico

MATEMÁTICA
PRIMERA UNIDAD DIDÁCTICA

Cuantificando y comparando medidas no enteras

APRENDIZAJES ESPERADOS DEL PROGRAMA

- Justifican procedimientos de fraccionamiento concretos y comprueban equivalencia entre las partes.
- Representan situaciones que contienen magnitudes diversas (longitud, capacidad, tiempo) y colecciones en forma concreta, gráfica y numérica, que impliquen:
  -establecer relaciones de orden entre fracciones
  -expresar datos y/o resultados como fracciones propias e impropias
- Realizan fraccionamientos de colecciones a nivel concreto y gráfico y determinan la fracción de un número.
- En situaciones problema, resuelven adiciones y sustracciones de fracciones, hacen estimaciones y evalúan resultados.

APRENDIZAJES ESPERADOS PARA LA UNIDAD

- Realizan fraccionamientos equitativos y mediciones de longitudes y áreas, cuantificando los resultados obtenidos y justificando los procedimientos utilizados para fraccionar y medir.
- Identifican y producen familias de fracciones equivalentes, reconociendo que todas ellas expresan una misma cantidad.
- Comparan fracciones y establecen relaciones de orden entre fracciones, ubicándolas en la recta numérica.

APRENDIZAJES PREVIOS

- Reconocen las fracciones como números que permiten cuantificar el resultado de un reparto equitativo y exhaustivo de objetos fraccionables.
- Utilizan fracciones para expresar el tamaño de una o varias partes iguales, respecto al tamaño del objeto que ha sido fraccionado.
- Realizan fraccionamientos concretos de papeles con forma rectangular, en 2, 3, 4, 6 y 8 partes iguales.
- Pueden trasformar una fracción impropia en notación mixta y viceversa.

I PRESENTACIÓN

En la presente Unidad se aborda el problema matemático relativo a la medida de longitudes y áreas que consiste en *Cuantificar, Comparar y Reproducir cantidades de medida no enteras.* Interesa que niños y niñas se encuentren con la necesidad de utilizar los números fraccionarios para cuantificar cantidades que no son múltiplos de la unidad, y de establecer procedimientos para poder comparar cantidades fraccionarias. Para ello, se estudian problemas en los que hay que cuantificar el resultado de fraccionar objetos y problemas de medir cantidades de longitud que **no son múltiplo de la** unidad de medida utilizada. Se propone que niños y niñas avancen desde la realización concreta de los fraccionamientos y las mediciones, hasta poder comparar cantidades fraccionarias sin necesidad de representarlas, amplificando y/o simplificando las fracciones en caso de que sea necesario.

1. Tareas matemáticas

Las *tareas matemáticas* que niñas y niños realizan para lograr los aprendizajes esperados de esta Unidad son:

- Medir cantidades de longitud y de área no enteras y expresar el resultado de dicha medición como número mixto y/o fracción.
- Reconstruir la unidad de medida utilizada para medir una determinada cantidad.
- Reproducir cantidades de longitud y de área no enteras expresadas mediante fracciones y/o números mixtos.
- Comparar y ordenar cantidades no enteras.
- Encontrar una forma de expresar dos cantidades fraccionarias mediante un mismo denominador.
- Producir expresiones fraccionarias que representan una misma cantidad de medida (fracciones equivalentes).
- Resolver problemas que involucran ordenar, comparar y/o establecer equivalencias entre cantidades fraccionarias.

2. Variables didácticas

Las *variables didácticas* que se consideran para graduar la complejidad de las tareas matemáticas que niñas y niños realizan son:

- La relación entre la medida de los objetos y la unidad de medida utilizada: múltiplo de la unidad de medida, no múltiplo de la unidad de medida.

- La disponibilidad o no de una regla para efectuar las mediciones.

- La disponibilidad o no de usar un determinado material concreto o registro para representar las fracciones:

  - Uso de material concreto pre-fraccionado
  - Posibilidad de representar las fracciones en la recta numérica
  - Posibilidad de representar las fracciones mediante papel cuadriculado

- Posibilidad de representar las fracciones mediante el uso de papel lustre y/o rectangular.
- No es posible representar las fracciones.

- La forma en que vienen expresadas las cantidades fraccionarias:
  - Fracción.
  - Número mixto.
  - Ambas.

- Posibilidad de utilizar una regla para reproducir longitudes:
  - Es posible el uso de regla y la fracción a representar coincide con una de las divisiones de la regla.
  - Es posible el uso de regla, pero la fracción a representar está situada entre las divisiones de la regla.
  - No es posible utilizar la regla.

- La relación entre los denominadores de las fracciones a comparar y/u ordenar:
  - Denominadores iguales.
  - Denominadores múltiplos uno de otro.
  - Denominadores primos entre sí.
  -
- Características de las fracciones a comparar:
  - Fracciones unitarias.
  - Fracciones propias.
  - Números mixtos.

3. Procedimientos

Los *procedimientos* que niñas y niños construyen y se apropian para realizar las tareas matemáticas son:

- Para medir cantidades de longitud no enteras y expresar el resultado de dicha medición como número mixto:
  - o Identifican la unidad de medida y determinan cuántas veces está contenida la unidad en la cantidad a medir, superponiendo la unidad de medida sobre la cantidad a medir. Luego, si la unidad de medida no está contenida un número entero de veces, miden la longitud restante fraccionando o doblando el patrón de medida en una determinada cantidad de partes iguales (lo más sencillo es en 2 partes), hasta lograr que dicha longitud coincida con alguna de las longitudes señaladas por las marcas de los dobleces.

    En el caso de no lograr que ninguna coincida surgen dos alternativas: Identificar la longitud de la cantidad a medir aproximándola a la medida del doblez más cercano o seguir doblando la unidad de medida para generar nuevas marcas, hasta que se obtenga una marca tan cercana a la longitud a medir como sea necesario.

Finalmente, expresan el resultado de la medida como número mixto, siendo la parte entera la cantidad de veces que cabe entera la unidad de medida en la longitud a medir y la parte fraccionaria la cantidad de medida restante.

- Para reproducir cantidades de longitud no enteras expresadas mediante fracciones y/o números mixtos:
  - (Sin regla) De estar expresada la longitud en una fracción impropia, expresar esa misma cantidad, pero como número mixto. Luego, iterar en línea recta tantas unidades como la parte entera del número mixto. Doblar la unidad en tantas partes iguales como el denominador de la parte fraccionaria y añadir a la longitud ya trazada una longitud igual a la longitud que hay desde un extremo de la unidad de medida, hasta la marca del doblez que indica la fracción propia del número mixto.
  - (Con regla) Identificar la posición de la cantidad de longitud dentro de la regla. En caso de que el denominador de la fracción que expresa la cantidad de medida no coincida con el número de subdivisiones con la que está calibrada la regla, es necesario amplificar o simplificar la fracción que representa la cantidad de medida de forma que esta quede expresada mediante una fracción cuyo denominador coincida (o se aproxime lo más posible) con el número de subdivisiones (medios, tercios, cuartos...) con la que está calibrada la regla.

- Para determinar la unidad de medida utilizada:
  - (Dada una fracción unitaria de la unidad de medida utilizada) Iterar la cantidad dada tantas veces como la cifra del denominador para reconstruir la unidad.
  - (Dada una fracción no unitaria de la unidad de medida utilizada) Obtener una fracción unitaria dividiendo la cantidad dada en tantas partes iguales como el numerador de la fracción. Iterar una de esas partes tantas veces como la cifra del denominador para reconstruir la unidad.

- Para comparar, ordenar cantidades no enteras:
  - Ubicar las cantidades sobre la recta numérica y luego aplicar la noción de orden sobre la recta.
  - (Cantidades expresadas en notación mixta) Comparar las partes enteras de ambas cantidades, aquella cantidad cuya parte entera sea mayor es mayor. Si ambas partes enteras son iguales, entonces comparar las partes fraccionarias.
  - (Cantidades expresadas en notación fraccionaria) Si tienen igual denominador, comparar los numeradores de forma que la cantidad mayor será aquella cuyo numerador es mayor. De lo contrario, amplificar y/o simplificar una o ambas cantidades fraccionarias, de tal modo de expresar las dos cantidades mediante fracciones que tengan un mismo denominador.

Para encontrar una forma de expresar dos cantidades fraccionarias mediante un mismo denominador:

- o (Con material concreto) Se representan ambas cantidades con el material concreto y se trata de buscar una pieza que permita representar ambas cantidades, esto es que calce un número entero de veces en ambas cantidades. Cada una de las cantidades se expresa mediante una fracción cuyo numerador es el número de veces que calza dicha pieza en la cantidad y el denominador es el denominador de la pieza utilizada.
- o (Sin material concreto) Se van amplificando las dos fracciones sucesivamente, hasta encontrar una forma de expresar ambas cantidades mediante fracciones que tengan un mismo denominador.
- o (Sin material concreto) Una forma sistemática de expresar dos cantidades fraccionarias mediante fracciones de igual denominador, es amplificar la fracción que representa la primera cantidad por un factor igual al denominador de la fracción que representa la segunda cantidad. Luego, se realiza la misma operación con la otra fracción. Este procedimiento garantiza que ambas cantidades fraccionarias queden expresadas mediante denominadores iguales (común denominador).

- Para medir cantidades de área no enteras y expresar el resultado de dicha medición como número mixto:
  - o Identifican la unidad de área y determinan cuántas veces está contenida la unidad en la cantidad a medir, superponiendo la unidad de medida sobre la cantidad a medir.
  - o Cuadriculan la unidad para obtener partes fácilmente medibles.
  - o Dividen el área a medir en partes y reordenar estas de tal forma de obtener una figura de igual área, pero que sea fácilmente medible.

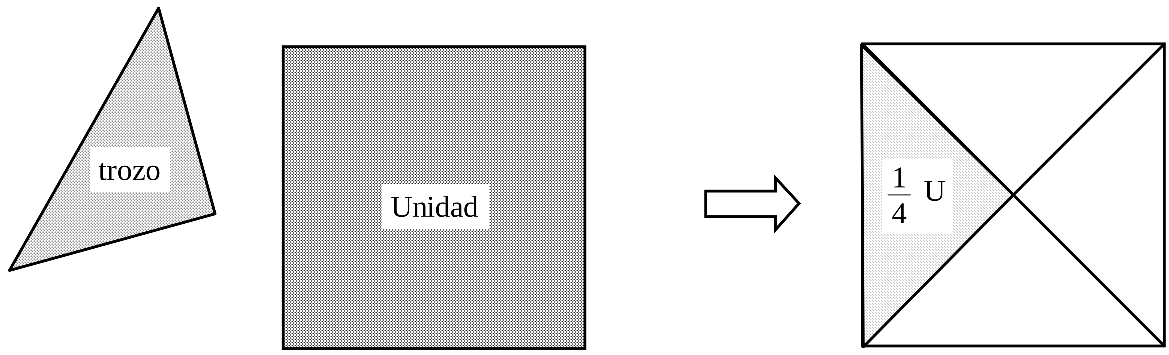
4. Fundamentos Centrales de la Unidad

- Los números naturales no son suficientes para medir magnitudes continuas (como son la longitud, el área, el volumen, el peso, el tiempo, la temperatura...), dado que entre dos cantidades de una determinada magnitud continua existen otras; sin embargo, entre un número natural y el siguiente no hay ninguno.

- La noción de fracción posee varios significados distintos. En esta Unidad el significado de fracción que se trabajará es el de medida. En ese contexto, la fracción unitaria $\frac{1}{b}$ representa aquella cantidad de medida que repetida *b* veces da como resultado la unidad.

- Al fraccionar una unidad de medida en *b* partes iguales se obtienen *b* partes de medida (o tamaño) $\frac{1}{b}$ cada parte. Esto es, $1:b = \frac{1}{b}$.

Ejemplo 1: *Determina qué cantidad de un papel lustre representa el siguiente trozo.*



Como se necesitan cuatro pedazos iguales al trozo dado para cubrir todo el papel lustre, entonces el trozo representa $\frac{1}{4}$ del papel lustre.

- Al amplificar o simplificar una fracción se obtiene otra fracción distinta, pero que representa exactamente la misma cantidad de medida por lo que se dice que ambas fracciones son equivalentes entre sí.

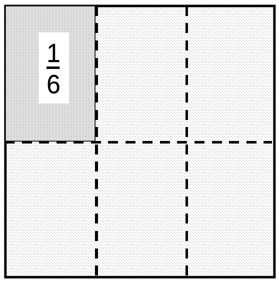
- Una fracción cuyo numerador es 1 se denomina *fracción unitaria*. Para ordenar fracciones unitarias, hay que tener en cuenta que mientras mayor sea el denominador, más pequeña es la fracción.

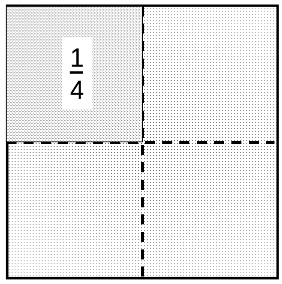
Mientras mayor sea la cantidad de partes en que se fracciona el objeto, más pequeñas son las partes obtenidas. En consecuencia, cuanto mayor sea el denominador de la fracción unitaria, menor es la cantidad que representa. Esto es:

$$Si \;\; a < b \;\; entonces \;\; \frac{1}{a} > \frac{1}{b}$$

Ejemplo: *Compara las siguientes cantidades* $\frac{1}{6}$ y $\frac{1}{4}$

Si se construye un trozo de tamaño $\frac{1}{6}$ de *unidad* y otro de tamaño $\frac{1}{4}$ de la misma *unidad* (fraccionando la unidad en 6 y 4 partes iguales respectivamente) y se comparan las áreas del $\frac{1}{4}$ y del $\frac{1}{6}$ de la unidad, se evidencia que $\frac{1}{4}$ es mayor que $\frac{1}{6}$.



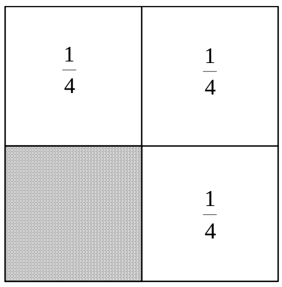


- La fracción $\frac{a}{b}$ representa la cantidad resultante de sumar *a* veces la cantidad $\frac{1}{b}$, es decir,

$$\frac{a}{b} = \overbrace{\frac{1}{b} + \frac{1}{b} + \ldots + \frac{1}{b}}^{a \ \ veces} = a \ \ veces \ \frac{1}{b} = a \times \frac{1}{b}$$

Ejemplo: Si se parte un papel lustre en 4 partes iguales y utilizo 3 de ellas para formar una figura, ¿qué parte del papel lustre he utilizado ?

He utilizado tres trozos de $\frac{1}{4}$ del papel lustre, o sea 3 *veces* $\frac{1}{4}$ del papel lustre, esto es $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$ o sea $\frac{3}{4}$ del papel lustre, fracción que nombramos como *tres cuartos*.



- La comparación de fracciones de igual denominador, que han sido obtenidas fraccionando el tamaño de objetos de un mismo tipo en partes iguales, puede basarse en la comparación de los números naturales (de los numeradores correspondientes), de modo que:

$$si \ \ a < b \ \Rightarrow \ \frac{a}{c} < \frac{b}{c}$$

Ejemplo: *Compara las siguientes cantidades* $\frac{3}{6}$ y $\frac{5}{6}$

$\frac{5}{6} > \frac{3}{6}$*, porque 5 > 3, luego 5 veces* $\frac{1}{6}$ *es mayor que 3 veces* $\frac{1}{6}$.

- La recta numérica es el resultado de asociar a cada número un único punto de una línea recta. Es decir, la recta numérica es una representación gráfica de los números que nos permite visualizar más claramente algunas de sus propiedades esenciales. El inicio de la recta se le llama origen y se designa mediante el 0. La distancia de la recta entre el punto al que se le asocia el número 0 y el punto al que se le asocia el número 1 define la unidad de longitud con la que se calibra la recta. El número que representa cada punto de la recta es la distancia de ese punto al punto 0 de la recta, utilizando como unidad de longitud la distancia del 0 al 1.

- Dado que la recta numérica se dibuja por consenso siguiendo la misma dirección de la escritura (o sea de izquierda a derecha), podemos afirmar que, dados dos números cualesquiera, el punto de la recta numérica que representa al número mayor estará situado a la derecha del punto que representa el menor. Es decir, los números en la recta quedan representados de manera ordenada en forma creciente de izquierda hacia la derecha.

- Para poder comparar dos (o más) cantidades fraccionarias expresadas con distinto denominador, primero es necesario expresar ambas cantidades mediante fracciones que tengan un mismo denominador o denominador común. Este se puede lograr amplificando y/o simplificando las fracciones que hay que comparar.

- Una forma sistemática de expresar dos cantidades fraccionarias mediante un mismo denominador, es amplificando cada una de las fracciones por el denominador de la otra. Este procedimiento garantiza la obtención de dos fracciones equivalentes a las iniciales y, a su vez, que ambas cantidades queden expresadas mediante dos fracciones con denominadores iguales.

Descripción Global del Proceso

El proceso consta de 5 etapas. En la primera etapa aborda el problema de dar un significado a las fracciones dentro del contexto de la medida y, en este contexto, establecer la noción de equivalencia ente fracciones, usando para ello material concreto. Se parte por un conjunto de actividades que tratan de establecer un significado de fracción basado en el contexto de medida, utilizando como punto de inicio el contexto parte/todo. En este nuevo contexto, la fracción ½ se entiende como aquella cantidad que repetida dos veces reproduce la unidad, definición bastante más amplia que la derivada del modelo parte/todo, donde el significado de la fracción ½ está centrado en la cantidad obtenida al dividir la unidad en dos partes iguales y considerar una de ellas.

En esta etapa se proponen actividades de ordenar cantidades de longitud fraccionarias unitarias en un primer momento, para luego ordenar cantidades de longitud con denominadores iguales y finalmente cantidades de longitud con distintos denominadores. El material concreto posibilita a los estudiantes representar cada una de las cantidades que aparecen en la Unidad, de forma que se espera que se apoyen en dichas representaciones cuanto tengan la necesidad de hacerlo.

La **etapa 1** finaliza con una secuencia de actividades cuyo propósito es el de desarrollar la noción de equivalencia entre fracciones, en las que para su resolución se deben generar fracciones equivalentes usando el material concreto.

La **etapa 2** tiene el propósito de que alumnas y alumnos desarrollen un conocimiento sólido respecto a la actividad de medir longitudes y al uso de la regla como instrumento de medición. A lo largo de la etapa se proponen, inicialmente, actividades de medición y de reproducción de medidas, para luego abordar el problema de cómo construir una regla a partir de una unidad de medida. En esta etapa se desarrolla la representación de longitudes mediante el uso de la regla como un procedimiento que permite la comparación de cantidades fraccionarias. Al final de la etapa se aborda el problema de la unidad de medida.

La **etapa 3** aprovecha el conocimiento desarrollado por los alumnos en la etapa 2 para construir la noción de recta numérica y trabajar con dicha noción. En esta etapa se abordan problemas de situar cantidades en la recta numérica, graduar la recta numérica en una determinada escala, identificar la unidad en la recta numérica, y ordenar cantidades fraccionarias mediante el uso de la recta numérica. Al final de la etapa se aborda el desarrollo y justificación del algoritmo convencional de amplificación de fracciones y se trabaja el algoritmo convencional de simplificación. En esta etapa se espera que alumnas y alumnos desarrollen un procedimiento numérico para comparar parejas de fracciones basado en la amplificación sistemática de cada una de las fracciones, hasta encontrar dos fracciones que sean equivalentes a las fracciones a comparar, pero que, a diferencia de estas, tengan denominadores iguales.

En la **etapa 4** se aborda la problemática de cómo desarrollar un procedimiento aritmético sistemático que, dadas dos cantidades fraccionarias, permita expresar ambas cantidades utilizando fracciones con denominadores iguales (o sea, con denominador común). Este procedimiento sirve de base para construir el algoritmo convencional de comparación de fracciones. Al final de la etapa se proponen un conjunto de actividades en que los alumnos deben comparar fracciones de distintos denominadores, donde la relación entre denominadores hace difícil que tengan éxito en las comparaciones utilizando algún otro tipo de procedimiento que no sea el algoritmo convencional.

La **etapa 5** extiende la problemática a la medición de áreas de diversas figuras. En esta etapa se pretende que alumnas y alumnos desarrollen la habilidad de cuantificar la fracción que representa una determinada área achurada de una figura. La primera actividad de la etapa pretende poner de manifiesto las limitaciones que tiene la definición de fracción del modelo parte/todo sustentado en las razones (partes consideradas/total de partes) para resolver los problemas de cuantificación de áreas, y ver cómo la definición de fracción desde el modelo de la medida resulta muy apropiado para estos fines. Luego, se propone un conjunto de actividades de cuantificación de áreas de diversas figuras y de dibujo de áreas. La etapa termina con el problema de cuantificar el área de cada una de las piezas del Tangram y se les pide a los alumnos que fabriquen su propio Tangrama, incentivándolos a que traten de reproducir un conjunto de figuras.

6. Sugerencias para trabajar los Aprendizajes Previos.

Antes de dar inicio al estudio de la Unidad, es necesario realizar un trabajo sobre los aprendizajes previos. Interesa que niños y niñas activen los conocimientos necesarios para que puedan enfrentar adecuadamente la Unidad y lograr los aprendizajes esperados en ella. La profesora o profesor debe asegurarse de que todos los niños y niñas:

- *Fraccionan un objeto en partes iguales y cuantifican el tamaño de las partes mediante fracciones.*

  Cada docente podrá pedir que, mediante dobleces, fraccionen un papel (unidad) en 2, 3, 4, 6 u 8 partes iguales, reconozcan a qué fracción de la unidad corresponde cada parte y, además, que identifiquen y escriban el número fraccionario correspondiente a dos o más de esas partes.
  Las técnicas a las que niños y niñas pueden recurrir para realizar los fraccionamientos son:
  - Para fraccionamientos en 2, 4 u 8 partes iguales, doblar el objeto sucesivamente por la mitad 1, 2 ó 3 veces, respectivamente. También es posible realizarlos mediante el uso de una regla.
  - Para fraccionamientos en 3 partes iguales, mediante ensayo y error; doblando en tres partes tentativas y ajustando posteriormente la medida o mediante el uso de una regla.
  - Para fraccionamientos en 6 partes iguales, doblando por la mitad los tercios o mediante el uso de una regla.

- *Transformen cantidades de notación mixta a fracciones impropias y viceversa.*

  Para transformar cantidades de notación mixta a fracciones, cada docente puede pedir a los alumnos que digan qué fracción corresponde a la cantidad $3\ ^4/_5$.

  La técnica que puede estar disponible antes del proceso es la siguiente:

  Para expresar el número mixto $3\ ^4/_5$ como fracción, se debe expresar el 3 en "quintos", como en una unidad hay 5 quintos , entonces en 3 unidades habrá (3 x 5) 15 quintos, entonces podemos reemplazar el 3 por 15/5, y ahora si le agregamos los 4/5 se obtienen 19/5.

  Para transformar la fracción 22/4 a número mixto, podemos usar el procedimiento siguiente:

  Como cada 4 cuartos forma un entero podemos hacer la división 22 : 4 para agrupar los cuartos de cuatro en cuatro y formar enteros. Dicha división da 5 como cuociente y resto 2, entonces en 22/4 tenemos 5 enteros. Luego, el resto son los cuartos que no hemos podido agrupar. De forma que tenemos que 22/4 son $5\ ^2/_4$.

II ESQUEMA

	Etapa 1	Etapa 2	Etapa 3
Aprendizajes Previos	**Tareas matemáticas** Resuelven problemas que involucran producir, ordenar, comparar y/o establecer equivalencias entre longitudes no enteras. Producen expresiones fraccionarias que representan una misma cantidad de medida.	**Tareas matemáticas** Miden y reproducen longitudes no enteras, con una unidad arbitraria de longitud. Construyen y utilizan una regla para medir y reproducir longitudes. A partir del objeto y de su medida, reconstruyen la unidad de medida utilizada en la medición.	**Tareas matemáticas** Sitúan cantidades no enteras en la recta numérica. Gradúan la recta numérica. Dado un punto de la recta y el origen determinan la posición de la unidad en la recta numérica. Comparan cantidades fraccionarias, situándolas para ello en la recta numérica.
	Condiciones • Primero se comparan fracciones unitarias, luego fracciones de igual denominador y, finalmente, fracciones de distinto denominador. • Aparecen predominantemente fracciones propias. • Posibilidad de representar las cantidades con material concreto o de no hacerlo.	**Condiciones** • La medición y reproducción de longitudes se efectúa mediante una tira de papel de tamaño unidad. • La medición y reproducción de longitudes se efectúa mediante una regla. • Las cantidades a medir y/o reproducir son menores a 4 unidades, en el caso de usar la tira de papel y menores que la longitud de la regla en el caso de usar regla. • Aparecen cantidades expresadas mediante fracciones impropias y números mixtos.	**Condiciones** • Las cantidades a situar son menores a 5 y están expresadas mediante fracciones y números mixtos. • La recta numérica viene graduada con marcas equidistantes y las cantidades a situar coinciden con esas marcas. • La recta numérica no está graduada y solo se señala la posición unidad. • La recta numérica no está graduada y se señala solo una cantidad no entera. • Utilizan la recta numérica para ordenar cantidades. • No disponen de material concreto para producir fracciones equivalentes

	Técnicas • Generan fracciones unitarias con material concreto y las comparan a través de sus longitudes. • Ordenan fracciones unitarias comparando denominadores. • Ordenan fracciones con igual denominador comparando sus numeradores • Ordenan fracciones con distinto denominador generándolas con material concreto y luego las comparan a través de su longitud. • Producen fracciones equivalentes utilizando material concreto. • Amplifican fracciones para obtener fracciones equivalentes. • Añaden fracciones equivalentes a una determinada familia de fracciones a partir de establecer ciertas regularidades.	**Técnicas** • Para medir con una tira de largo 1, esta se itera tantas veces como quepa entera en la longitud a medir y luego se dobla la tira en una determinada cantidad de partes iguales para medir el resto de longitud, tratando de que dicha longitud coincida con alguna de los dobleces. • Para reproducir cantidades mayores que la unidad, se expresa la cantidad mediante un número mixto. Se repite la unidad tantas veces como la cantidad entera indica y luego se divide la longitud de la misma en tantas partes iguales como indique el denominador de la parte fraccionaria. Luego, a la cantidad entera se le añade la longitud formada por considerar tantas partes como indica el numerador de la parte fraccionaria. • Para medir con regla se sitúa un extremo de la longitud a medir en el 0 de la regla y se identifica aquella marca de la regla que coincida (o quede más cerca) al otro extremo. • Para reproducir cantidades con regla se ubica la marca de la regla que corresponde a la cantidad a reproducir. La longitud a reproducir es la distancia entre el 0 y dicha marca.	**Técnicas** • Para situar cantidades en la recta: Identifican la unidad de medida con la que está graduada la recta, copian dicha unidad de medida en papel y la fraccionan en pares iguales según corresponda y apoyándose en los dobleces marcados en la unidad ubican la cantidad en la recta. • Para ubicar la unidad cortan una cinta de papel del mismo largo la pliegan en la cantidad de partes que señala el numerador de la fracción. La longitud obtenida después de realizar los pliegues se itera tantas veces como el denominador de la fracción, obteniendo de ese modo una longitud de tamaño unidad. • Para graduar la recta numérica se reproduce una cinta de papel de la misma longitud que el paso con el que se desea graduar la regla y se itera dicha longitud empezando desde el origen, señalando todos aquellos puntos de la recta que van coincidiendo con el extremo de la cinta. • Para obtener fracciones equivalentes a una determinada fracción amplifican o simplifican la fracción.

	Fundamentos centrales • Al ordenar fracciones unitarias obtenidas partiendo un mismo tipo de objeto en partes iguales, puede apreciarse que mientras mayor es la cantidad de partes en que se fracciona, *menor* es la fracción que cuantifica la parte, puesto que corresponde a un pedazo más pequeño del objeto. • La fracción $^{1}/_{a}$ es la cantidad que repetida *a* veces da como resultado la unidad. En consecuencia, el resultado de dividir la unidad en *a* partes iguales es la cantidad $^{1}/_{a}$ • La fracción $^{b}/_{a}$ es aquella cantidad que se obtiene al iterar b veces la cantidad $^{1}/_{a}$, por tanto 2/3 es mayor que 1/3 y menor que 3/3. Además a/a es siempre la unidad. 2/3 es el doble de 1/3, ya que es 2 veces 1/3. 5/5 es la unidad, ya que es 5 veces 1/5 y por definición 1/5 es aquella cantidad que repetida 5 veces es la unidad. • Las fracciones equivalentes son aquellas que representan una misma cantidad.	**Fundamentos centrales** • La regla es un instrumento que sirve para medir, que está graduado con una serie de marcas. A cada marca se le asocia un número que corresponde a la longitud que hay desde esa marca hasta el 0 de la regla, medida en la unidad de medida que la regla especifica. • La unidad de medida de una regla es la distancia que hay entre la marca correspondiente al 0 de la regla y la correspondiente al 1. • La distancia entre dos marcas consecutivas de una determinada regla es fija. La longitud de dicha distancia viene determinada por la cantidad de veces que hay que iterarla para reproducir la unidad. Si hay que iterarla a veces, dicha distancia es 1/a.	**Fundamentos centrales** • La recta numérica es una forma simbólica de representar los números mediante una línea recta, donde cada punto de la línea representa un número distinto. Al inicio de la recta se le llama origen y se designa el 0. La distancia entre el 0 y el 1 de la recta define la unidad de longitud con la que está calibrada la recta. La cantidad que representa cada punto de la recta es la distancia de ese punto al origen medida en dicha unidad de longitud. En este sentido, es un medio de representación de los números muy similar a la regla, ya que se basa en los mismos principios. • En la recta numérica los números están ordenados de menor a mayor de forma que para ordenar un conjunto de cantidades (siempre que sea factible representarlas simultáneamente sobre la recta) basta con representarlas sobre la recta, quedando ordenadas de menor a mayor según sea su posición en la recta. • No es posible comparar dos cantidades fraccionarias de forma numérica, si estas están dadas con distintos denominadores, ya que para poder comparar los numeradores, las cantidad de partes en que se ha fraccionado la unidad debe ser la misma. • Para comparar cantidades expresadas mediante distinto denominador, es necesario expresar previamente ambas cantidades con un mismo denominador, utilizando para ello fracciones equivalentes.

Etapa 4	Etapa 5	Evaluación	Aprendizajes Esperados
Tareas matemáticas Desarrollan el procedimiento de amplificación de fracciones como método de encontrar fracciones equivalentes y una justificación de dicho procedimiento. Determinan una forma de expresar dos cantidades fraccionarias mediante un mismo denominador. Resuelven problemas que involucran comparar y establecer equivalencias entre cantidades fraccionarias.	**Tareas matemáticas** Miden, cuantifican y reproducen cantidades de área achurada dentro de figuras rectangulares. Dibujan figuras que representan una determinada cantidad de área.	Evaluación de los aprendizajes esperados de la unidad mediante una prueba escrita.	

Condiciones • Las cantidades a comparar no están necesariamente expresadas mediante un mismo denominador. • No se dispone de material concreto.	**Condiciones** • La unidad viene fraccionada en partes iguales o no. • Las partes en que se fracciona la unidad son rectangulares o bien tienen otra forma. • Las cantidades de área a reproducir vienen expresadas mediante fracciones propias, impropias y números mixtos con denominadores 2, 3, 4, 6, 8, 9 , 12 y 24.		
Técnicas Para comparar dos fracciones con denominadores distintos se expresan ambas cantidades como fracciones equivalentes que tengan denominadores iguales y luego se comparan. Para expresar dos fracciones mediante otras equivalentes que tengan denominadores iguales: - amplifican sistemáticamente ambas fracciones hasta encontrar dos fracciones que sean equivalentes a las fracciones a comparar que tengan igual denominador. - se amplifica la primera por un factor igual al denominador de la segunda y viceversa.	**Técnicas** • Fraccionar la unidad en partes iguales de forma tal que el área achurada de la unidad coincida exactamente con una determinada cantidad de partes. • Determinar cuántas veces hay que repetir el área achurada para cubrir exactamente la unidad. • Fraccionar el área achurada en una determinada cantidad de partes iguales y determinar cuántas veces hay que repetir una de esas partes para cubrir la unidad. • Cuadricular la unidad para obtener partes fácilmente medibles. • Dividir el área a medir en partes y reordenarlas de tal forma de obtener una figura de igual área, pero que esta sea fácilmente medible.		
Fundamentos centrales • Para comparar cantidades expresadas mediante distinto denominador es necesario expresar previamente ambas cantidades con un mismo denominador, utilizando para ello fracciones equivalentes. • Una forma sistemática de expresar dos cantidades fraccionarias mediante un mismo denominador es amplificando cada una de las fracciones por el denominador de la otra. Este procedimiento garantiza la obtención de dos fracciones equivalentes a las iniciales y, a su vez, que ambas cantidades queden expresadas mediante dos fracciones con denominadores iguales.	**Fundamentos centrales** • Todos los anteriores.		

III ORIENTACIONES PARA EL DOCENTE:

1. DESARROLLO DE LOS FUNDAMENTOS CENTRALES

La noción de fracción es una de las nociones más complejas de enseñar, y en torno a la cual, tanto el profesorado como el alumnado reconocen sentirse inseguros. ¿Por qué resulta difícil la enseñanza de estos números?

Primero, hay que entender que la noción de fracción que se maneja a lo largo de la enseñanza no es única, y responde a las diversas interpretaciones que surgen al utilizar dicha noción en distintos contextos.

En primer lugar está la noción de fracción como una relación entre la parte y el todo. Esta relación está caracterizada por tener un *todo* que se divide en una cierta cantidad de partes iguales. La fracción indica la relación que existe entre el número de partes consideradas y el total de partes en las que se dividió el todo, asociándole a dicho *todo* el valor unidad.

Esta noción es la primera que suele aparecer en las secuencias de enseñanza y tiene una gran importancia para el desarrollo posterior de otras nociones más complejas.

Sin embargo, es necesario ampliar de la interpretación de fracción como parte/todo a un contexto más amplio, si se quiere profundizar en la noción de fracción como número.

Las principales limitaciones de la interpretación de fracción como parte/todo son:

- Inexistencia de un patrón de medida; la medida siempre se expresa en relación a su todo.
- Dificultad de dar sentido a cantidades mayores que la unidad, dado que se identifica la unidad con el total.
- Dificultad de dar sentido a una cantidad obtenida mediante otro procedimiento que no sea el fraccionar en partes iguales la unidad.
- Las fracciones que aparecen una vez que se ha realizado la partición tienen todas un mismo denominador (o se parte en tercios, o en cuartos, o en quintos,...); es difícil de imaginar tener simultáneamente un tercio y un cuarto de un mismo todo, perdiendo la idea de densidad (si se dividió la unidad en quintos, resulta difícil imaginar que entre 1/5 y 2/5 puedan existir otras cantidades, ya que al estar hechas las porciones o tomo una o tomo dos).

Para superar todas estas limitaciones de la interpretación de fracción como parte/todo, en esta Unidad proponemos trabajar con el modelo de fracción como medida. La idea es que el modelo parte/todo sirva de germen para el modelo de la fracción como medida.

En esta Unidad hemos optado por no incluir ninguna otra interpretación de fracción que no sea la de medida, para de ese modo tratar de evitar confusiones. Esto no significa que el resto de interpretaciones de fracción no sean importantes o no deban ser abordadas, muy por el contrario, creemos que es necesario estudiarlas, y por ello es que las explicitamos, para que de ese modo puedan ser tratadas en Unidades posteriores.

Las interpretaciones de fracción que estamos dejando fuera de esta Unidad son las de la fracción como razón, la fracción como operador y la fracción como un cuociente.

En la interpretación de la fracción como razón, la fracción representa un índice comparativo entre dos cantidades. Las razones pueden ser comparaciones parte/parte, parte/todo o bien, establecer una relación entre dos magnitudes distintas. Así, en esta interpretación 3/5 puede significar que en una colección de pelotas hay 3 blancas por cada 5 rojas (parte-parte) o bien, que tomamos tres partes de cada 5 (parte-todo) o bien, que en andar tres metros nos demoramos cinco segundos 3/5 m/s (relación entre distancia recorrida y tiempo empleado). Las principales limitaciones de esta interpretación están en la dificultad que supone darle un significado a la suma de razones y en que es difícil imaginar las fracciones como números que expresan una cantidad; más bien, estas aparecen asociadas a una relación entre dos cantidades que son comparadas mediante un cuociente.

Es importante hacer notar la diferencia entre considerar una fracción como razón o como medida, en particular dentro del ámbito parte/todo, en el que coexisten ambas interpretaciones. En ese sentido, la interpretación de parte/todo como razón lleva a la definición de fracción como la cantidad de partes que se consideran del total, entendiendo que el todo representa la unidad y que esta se ha fraccionado en partes iguales; en ese aspecto, 2/5 se interpreta como "dos" porciones de "cinco". Sin embargo, en la interpretación de la medida, 2/5 se interpreta como un número que cuantifica una determinada cantidad de medida no entera. 2/5 de unidad es, de hecho, aquella cantidad de medida que repetida cinco veces da exactamente 2 unidades.

Si bien es cierto que la interpretación de fracción como razón otorga un procedimiento para la producción de una determinada cantidad, dicha interpretación presenta bastantes limitaciones en el contexto de la medida, por lo que en esta Unidad proponemos reemplazar dicha definición por la definición del concepto de la medida que es más amplia.

La interpretación de la fracción como operador se apoya en la idea de un número que actúa sobre una determinada cantidad para modificarla. En este aspecto, el operador 3/5 significa "el triple de la quinta parte de". Un tipo de problemas característicos que utilizan esta interpretación de las fracciones son "calcule cuántos alumnos son las 3/4 partes de una clase de 40 alumnos" o bien, "calcule el 19% de $12.500". Esta noción de fracción aparece explícitamente en el Programa de Estudio de 5º año básico, de forma que debiera ser tratada más adelante con los alumnos y alumnas de este año, dado que esta Unidad no se hace cargo de su estudio.

- Los números naturales no son suficientes para medir magnitudes continuas (como son la longitud, el área, el volumen, el peso, el tiempo, la temperatura...), dado que entre dos cantidades de una determinada magnitud continua existen otras, sin embargo, entre un número natural y el siguiente no hay ninguno. Por el contrario, el conjunto de las fracciones sí es suficiente para medir, dado que entre dos fracciones siempre es posible encontrar otra.

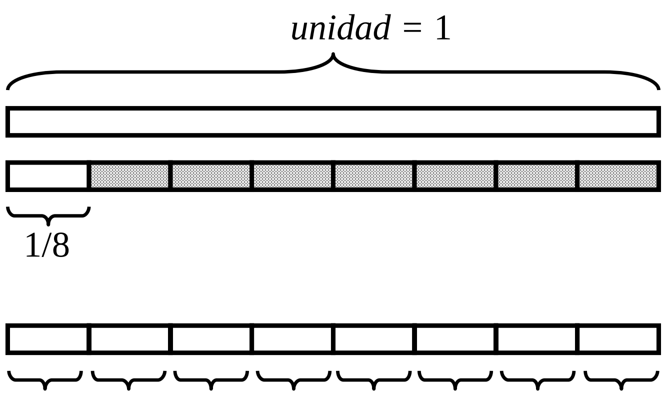
Esta propiedad numérica de las fracciones se llama **densidad en la recta numérica** y es lo que nos permite expresar cualquier medida con ellas. Al aparecer la densidad desaparece la noción de antecesor y sucesor. Estas dos propiedades no pueden coexistir, ya que si entre dos cantidades dadas siempre es posible encontrar otra, entonces no es posible encontrar una cantidad que sea la siguiente de otra y si, dada una cantidad, hay otra que es justo la que le sigue, entonces no puede haber densidad, pues entre esas dos cantidades no es posible encontrar ninguna otra.

La tarea de construir un nuevo sistema de numeración para unos números nuevos (como son las fracciones) no es para nada trivial. Junto con construir un nuevo sistema de numeración para representar estos números, es necesario ver si en las cuatro operaciones aritméticas básicas (+,-,×, ÷) mantienen el mismo significado o bien, es necesario redefinir ciertos aspectos de estas. Además, al tener un nuevo sistema de numeración hay que volver a construir los algoritmos para las operaciones aritméticas básicas y el algoritmo de comparación.

- En el contexto de medida, la fracción unitaria $\frac{1}{b}$ define aquella cantidad de medida que repetida *b* veces da como resultado la unidad.

En el antiguo Egipto, la necesidad de medir con precisión cantidades menores a la unidad utilizada para medir, llevó a resolver dicho problema fraccionando la unidad en partes iguales. De ese modo, surgieron las fracciones unitarias, en las que un dibujo parecido a un sombrero encima del número *b* indicaba que en realidad el número representado era 1/*b*.

Por ejemplo, 1/8 es aquella cantidad de medida que repetida 8 veces da una unidad. Una forma de obtener 1/8 es fraccionando una unidad en 8 partes iguales. 1/8 representa la cantidad que cada una de dichas partes "cubren" de la unidad. Dicha fracción se nombra como un octavo.



$$8/8 = 8 \times 1/8 = 1/8 + 1/8 + 1/8 + 1/8 + 1/8 + 1/8 + 1/8 + 1/8 = \textit{unidad}$$

En este contexto es importante destacar que la noción de fracción no representa una división o bien, una relación, sino que es considerada como una determinada cantidad de medida, o sea un número, que al no ser entera nos vemos obligados a expresarla mediante un nuevo sistema de numeración distinto al Sistema de Numeración Decimal usando dos números naturales, el numerador y el denominador.

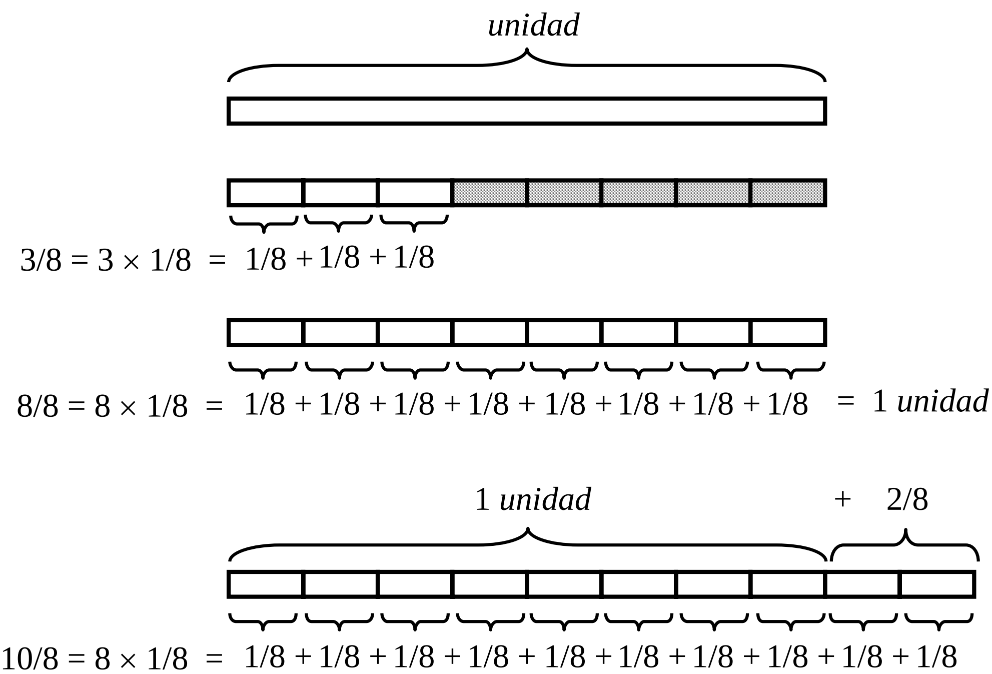
- La fracción $\frac{a}{b}$ representa la cantidad resultante de iterar *a* veces la cantidad $\frac{1}{b}$, es decir,

$$\frac{a}{b} = \overbrace{\frac{1}{b} + \frac{1}{b} + \dots + \frac{1}{b}}^{a\ veces} = a\ \mathit{veces}\ \frac{1}{b} = a \times \frac{1}{b}$$

En esta Unidad es importante trabajar con la noción de que *a/b* indica una cierta cantidad que puede considerarse como a veces la cantidad 1/*b*. Dicha fracción se lee como *a b-avos* (*Ej: 3/14 tres catorceavos, 22/18 veintidós dieciochoavos...*). Además, en términos genéricos a *a* se le denomina el numerador de la fracción mientras que a *b* el denominador.

Aquí consideramos importante realizar un trabajo sobre la cantidad que representa la fracción *b*/*b*. En particular, ver que esa fracción es justamente la unidad, dado qué, por definición, la cantidad 1/*b* es aquella cantidad que repetida *b* veces, da como resultado la unidad y *b*/*b* es justamente la cantidad resultante de repetir *b* veces 1/*b.*

También es importante hacer notar que no siempre *a* (el numerador de la fracción) tiene que ser menor que *b* (el denominador), dado que la cantidad 1/*b* puede iterarse tantas veces como se desee. En el caso de que el numerador de la fracción sea mayor al denominador, la fracción expresa una cantidad mayor a la unidad y a ese tipo de fracciones se les denomina fracciones impropias. Cuando el numerador de la fracción es menor al denominador, la fracción expresa una cantidad menor a la unidad y, en ese caso, a ese tipo de fracciones se les llama fracciones impropias.



Ejemplos:

- *3/8 es la forma de expresar la cantidad que se obtiene al tomar 3 fracciones de un octavo. 3/8 es una fracción propia.*
- *8/8 es la forma de expresar el resultado que cuantifica la cantidad de 8 fracciones de un octavo. Dado que un octavo es aquella cantidad que repetida ocho veces da como resultado la fracción unidad, entonces ocho octavos es la unidad.*
- *10/8 es la forma de expresar el resultado que cuantifica la cantidad de considerar 10 fracciones de un octavo. 10/8 es una fracción impropia. Dicha cantidad puede ser expresada también como número mixto, $1\,^{2}/_{8}$, o sea una unidad y dos "octavos".*

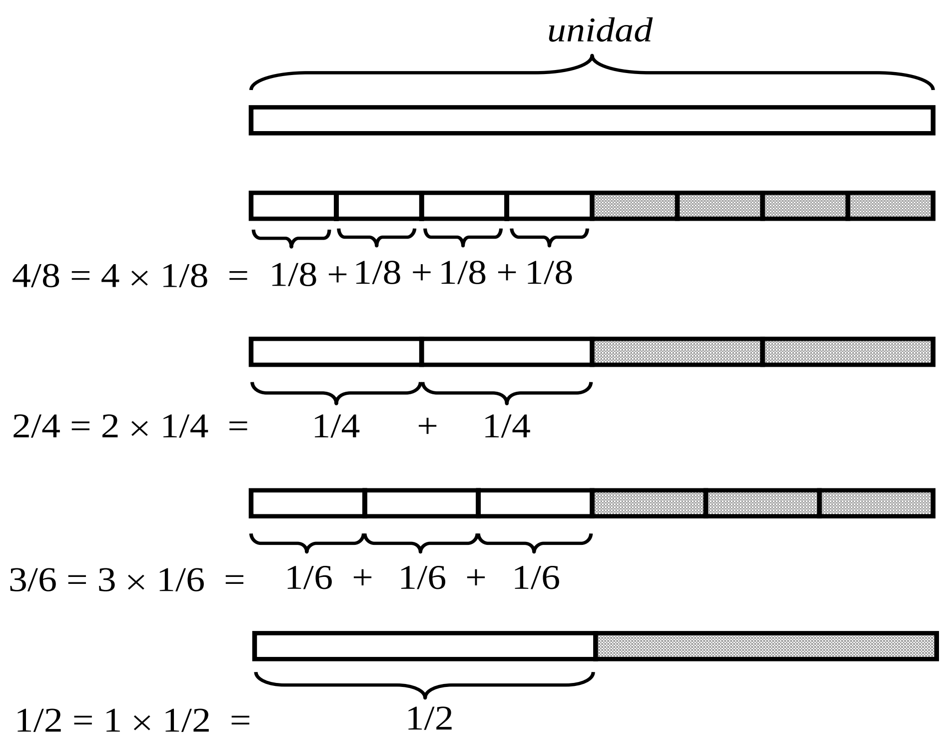
A partir del razonamiento anterior se puede ver que, en general, la cantidad *a/b* será:

- menor que 1 si es que $a < b$, dado que no alcanzo a reconstruir la unidad
- igual a 1 si $a = b$
- mayor que 1 si $a > b$ dado que reconstruyo una cantidad más larga que la unidad

- Al amplificar o simplificar una fracción se obtiene otra fracción distinta, pero que representa exactamente la misma cantidad de medida, por lo que se dice que ambas fracciones son equivalentes entre sí.

Este es un tema bastante complejo, pues entender que una misma cantidad se puede designar por distintas fracciones no es una tarea fácil, dado que en el sistema de numeración decimal, utilizado para los naturales, la representación de una determinada cantidad es única.

Dos (o más) fracciones que expresan una misma cantidad son llamadas fracciones equivalentes. Así, la equivalencia es una relación que se establece entre un conjunto de fracciones que expresan una misma cantidad.



El hecho de que una misma cantidad acepte múltiples formas de representación, dentro de un sistema de numeración, presenta numerosos inconvenientes. Por ello los egipcios se daban el trabajo de expresar cualquier fracción no unitaria como suma de fracciones unitarias, privilegiando ese tipo de notación sobre todas las demás.

Una forma de abordar la multiplicidad de notaciones es a partir de la idea de que al cambiar el denominador, se está cambiando el referente en que está expresado la medida. Así, por ejemplo, $^2/_4$ está expresado en base a “cuartos de unidad”, mientras que $^4/_8$ está expresado en "octavos de unidad", sin embargo, ambas fracciones expresan una misma cantidad, dado que ambas cubren exactamente la mitad de la unidad.

Una justificación posible para la técnica de amplificación de fracciones que se trabaja en esta Unidad, es ver que cuando se multiplica el numerador de una fracción por un determinado factor, la cantidad resultante es igual a la cantidad inicial por dicho factor, mientras que si se multiplica el denominador por un factor, la cantidad resultante es igual a la cantidad inicial reducida tantas veces como el factor aplicado. En consecuencia, si se aplica un mismo factor al numerador y denominador, la cantidad inicial es igual a la cantidad final.

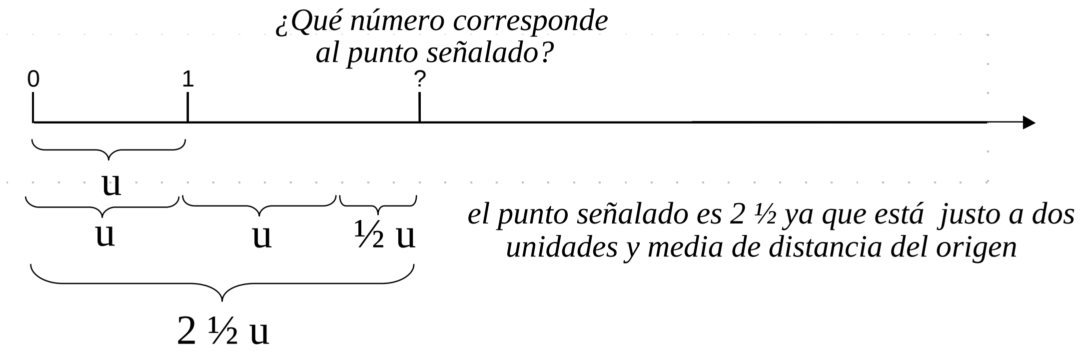
Ej.: Si se multiplica el numerador de la fracción $\frac{4}{6}$ por 2 se obtiene $\frac{4\times 2}{6}=\frac{8}{6}$ cantidad que es el doble de $\frac{4}{6}$.

Si se multiplica el denominador de la fracción $\frac{4}{6}$ por 2 se obtiene $\frac{4}{6\times 2}=\frac{4}{12}$ cantidad que es exactamente la mitad de $\frac{4}{6}$.

Ahora, si se multiplica el numerador y denominador de la fracción $\frac{4}{6}$ por 2 se obtiene $\frac{4\times 2}{6\times 2}=\frac{8}{12}$ cantidad que es igual a $\frac{4}{6}$, ya que al doblar el numerador hemos doblado la cantidad, pero al doblar el denominador la hemos reducido a la mitad, y la mitad de el doble de una cantidad es ella misma.

En la introducción de la amplificación de fracciones es importante poner énfasis en el hecho de que este procedimiento no es la multiplicación. Para los estudiantes es fácil confundir ambas nociones, dado que para amplificar se utiliza la operación de multiplicar. En ese aspecto proponemos que, antes de introducir la técnica de amplificación convencional, alumnas y alumnos reconozcan que para doblar, triplicar, cuadruplicar… una cierta cantidad fraccionaria, se multiplica el numerador de la fracción por 2, 3, 4… y que al multiplicar el denominador de una fracción por 2, 3, 4…, la cantidad se reduce a la mitad, la tercera parte, la cuarta parte…

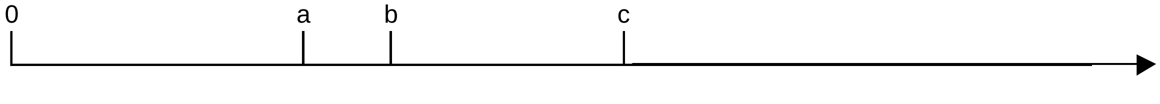
- La recta numérica es el resultado de asociar a cada número un único punto de una línea recta. Es decir, la recta numérica es una representación gráfica de los números que nos permite visualizar más claramente algunas de sus propiedades esenciales. Al inicio de la recta se le llama origen y se designa mediante el 0. La distancia en la recta entre el punto al que se le asocia el número 0 y el punto al punto que se le asocia el número 1 define la unidad de longitud con la que se calibra la recta. El número que representa cada punto de la recta, es la distancia de ese punto al punto 0 de la recta, medida utilizando como unidad de longitud la unidad con la que está calibrada la recta.



En la recta numérica, el criterio utilizado para asociar los números con los puntos de una determinada recta es el mismo que el criterio utilizado en la regla, que es la distancia al origen. Usando este criterio, basta con asociar dos números distintos a dos puntos de la recta, para que la posición del resto de los números quede fijada en la recta. Lo más habitual es asociar el número 0 al punto de la recta que queremos considerar como origen y el 1 a aquel punto de la recta que esté a la distancia que vamos a considerar como unidad de longitud.

- Dado que la recta numérica se dibuja por consenso siguiendo la misma dirección de la escritura (o sea, de izquierda a derecha), entonces podemos afirmar que, dados dos números cualesquiera, el punto de la recta numérica que representa al número mayor estará situado a la derecha del punto que representa el menor. Es decir, los números en la recta quedan representados de manera ordenada en forma creciente de izquierda hacia la derecha.

Si se tienen tres cantidades, *a*, *b*, y *c*, cuya posición en la recta numérica es la siguiente:



Entonces, podemos afirmar que $a < b < c$, ya que la distancia a la que el punto *a* se encuentra del origen, es menor que la distancia a la que se encuentra el punto *b* y esta, a su vez, es menor que la distancia a la que se encuentra el punto *c*.

- Para poder comparar numéricamente dos (o más) cantidades fraccionarias cualesquiera expresadas con distinto denominador, es necesario primero expresar ambas cantidades mediante fracciones que tengan denominadores iguales (denominador común). Esto se puede lograr amplificando y/o simplificando las fracciones que hay que comparar.

Las técnicas de comparar y ordenar fracciones son bastante complejas, dado que, pese a que las fracciones expresan una cantidad, en este caso se deben comparar parejas de naturales (numerador y denominador) entre sí. De hecho, este problema no es de ahora; precisamente por ello, los egipcios utilizaban solo fracciones unitarias, expresando cualquier cantidad fraccionaria a/b como suma de fracciones unitarias $1/b$.

Proponemos desarrollar técnicas de comparación de fracciones en tres pasos:

- comparar fracciones unitarias $1/b$, $1/c$, $1/d$ ...
- comparar fracciones con un mismo denominador a/b, c/b, d/b...
- comparar fracciones con distintos numeradores y denominadores

El propósito principal del primer paso es destrivializar la noción de comparación de fracciones y poder generar una técnica con su justificación para comparar fracciones unitarias. Es muy probable que, en un primer momento, dado que todos los numeradores son 1, algunos alumnos comparen los denominadores y ordenen las fracciones de mayor a menor según sea mayor el denominador. Una forma de resolver este problema es tratar de que alumnas y alumnos, en conjunto, participen en la construcción de sus procedimientos. Para ello se puede empezar con recuperar el significado de $1/b$ como la cantidad que representa el tamaño de cada una de las partes al fraccionar la unidad en b partes iguales. Pese a ser evidente para la mayoría que en cuantas más partes fraccionemos una misma unidad, más pequeñas serán las partes, sin embargo, a la hora de ordenar las fracciones unitarias, varios proceden a ordenarlas en forma inversa. Esto se debe a que consideran las fracciones como números naturales y, por tanto, aplican los mismos criterios que los utilizados en los naturales,

Ej.: Ordene de menor a mayor las fracciones 1/7, 1/3 *y* 1/5
Respuesta errónea: 1/3, 1/5, 1/7
Justificación: Porque $3 < 5 < 7$

Sin embargo, quien dé la respuesta anterior puede distinguir perfectamente que el tamaño de la porción resultante de fraccionar una unidad (sea torta, pizza...) en 7 partes iguales, es mucho menor que el tamaño de la porción obtenida al fraccionar esa misma unidad en 3 partes iguales.

En ese caso, el problema puede estar en que pese a existir una asociación entre la fracción con la que se representa cada parte y la cantidad en la que se repartió (*Ej.: si dividí la torta en 7 partes iguales, cada parte se representará por la fracción 1/7*), no hay una reflexión sobre el significado de la cantidad que representa dicha fracción (*Ej.: la fracción 1/7 significa que siete veces dicha cantidad me reproduce la unidad*). Por ello es conveniente reforzar el trabajo descrito en el primer punto sobre el significado de $1/b$.

En el segundo paso se comparan cantidades fraccionarias con denominadores iguales. Para ello basta con utilizar la noción de que a/b indica la cantidad resultante obtenida de repetir a veces la cantidad $1/b$ como para determinar que aquella fracción que tenga el numerador mayor será la que expresará una cantidad mayor (*Ej.: comparar* 5/8 *con* 3/8*;.* 5/8 *es mayor que* 3/8*, dado que* 5/8 *son* 5 *veces* 1/8*, mientras que* 3/8 *son* 3 *veces* 1/8).

El tercer paso es bastante más complejo que los dos primeros y requiere de un proceso relativamente más largo y laborioso que los anteriores para la elaboración de un procedimiento que permita realizar dicha comparación.

Los hitos en ese proceso son tres; en primer lugar, darse cuenta de que no es posible comparar directamente dos cantidades que están expresadas mediante dos fracciones con denominadores distintos. Esto es debido a que al tener las fracciones distinto denominador, las cantidades están cuantificadas utilizando distintos fraccionamientos de la unidad. Es decir, los "cuartos de unidad" se pueden comparar ente sí, ya que todos los cuartos de unidad son del mismo tamaño, sin embargo, una determinada cantidad de "cuartos" no se puede comparar con otra cantidad de "tercios", ya que un cuarto es de tamaño distinto a un tercio. Por tanto, para poder comparar cantidades distintas de "cuartos" y "tercios", primero hay que encontrar una forma de expresar ambas cantidades utilizando un mismo fraccionamiento de la unidad, o sea, con denominadores iguales.

- Una forma sistemática de expresar dos cantidades fraccionarias mediante un mismo denominador, es amplificando cada una de las fracciones por el denominador de la otra. Este procedimiento garantiza la obtención de dos fracciones equivalentes a las iniciales y, a su vez, que ambas cantidades queden expresadas mediante dos fracciones con denominadores iguales.

Ejemplo: ¿Qué cantidad es mayor $\frac{3}{5}$ ó $\frac{4}{7}$?

Dado que la primera cantidad está expresada en base a "quintos" y la segunda en base a "séptimos", es necesario encontrar una forma de expresar ambas cantidades utilizando un mismo fraccionamiento de la unidad (denominadores iguales).

Dicho fraccionamiento puede determinarse calculando para cada fracción una lista de fracciones equivalentes,

$$\frac{3}{5}=\frac{6}{10}=\frac{9}{15}=\frac{12}{20}=\frac{15}{25}=\frac{18}{30}=\frac{21}{35}=\frac{24}{40}=\ldots$$

$$\frac{4}{7}=\frac{8}{14}=\frac{12}{21}=\frac{16}{28}=\frac{20}{35}=\frac{24}{42}=\frac{28}{49}=\frac{32}{56}=..$$

hasta encontrar dos fracciones equivalentes a las cantidades a comparar que tengan denominadores iguales. En este caso $\frac{21}{35}$ y $\frac{20}{35}$, como $\frac{21}{35}$ es mayor que $\frac{20}{35}$ entonces podemos afirmar con seguridad que $\frac{3}{5}$ es mayor que $\frac{4}{7}$.

Como podemos apreciar, el proceso de búsqueda de un fraccionamiento de la unidad tal que sirva simultáneamente para expresar dos cantidades fraccionarias que viene expresadas con distinto denominador, puede ser bastante largo y engorroso.

En la cuarta etapa de esta Unidad proponemos desarrollar una forma sistemática de, dadas dos fracciones con distinto denominador, encontrar otras dos que sean equivalentes a las primeras, pero que ambas tengan denominadores iguales.

El problema se reduce a determinar aquellos factores de amplificación que permiten expresar las cantidades $\frac{3}{5}$ y $\frac{4}{7}$ mediante dos fracciones con denominadores iguales.

$$\frac{3\times ?}{5\times ?}= \qquad\qquad \frac{4\times ?}{7\times ?}=$$

Está claro que si amplificamos la primera fracción por un factor igual al denominador de la segunda y viceversa, obtendremos dos fracciones equivalentes a las primeras, pero que tienen denominadores iguales.

$$\frac{3\times 7}{5\times 7}=\frac{21}{35} \qquad\qquad \frac{4\times 5}{7\times 5}=\frac{20}{35}$$

Dado que dicho procedimiento asegura que ambas cantidades queden expresadas mediante un mismo denominador, y que dicho denominador no es utilizado en el proceso de comparación, entonces no es necesario efectuar el producto en los denominadores, pudiendo dejarlo indicado.

$\frac{3}{5}=\frac{21}{5\times 7}$ $\quad$ $\frac{4}{7}=\frac{20}{7\times 5}$ $\quad$ por tanto podemos decir que $\frac{3}{5}$ es mayor que $\frac{4}{7}$.

Una “reducción escolar” de este algoritmo bastante utilizada en la cultura escolar, conocida como “productos cruzados”, es que para comparar dos fracciones se multiplica el numerador de la primera por el denominador de la segunda y el numerador de la segunda por el denominador de la primera, asociando el primer producto con la primera fracción y el segundo producto con la segunda fracción. Luego se comparan ambos productos, siendo la fracción mayor aquella que está asociada con el producto mayor. En caso de que ambos productos sean iguales, entonces ambas fracciones son equivalentes.

Por ejemplo para comparar $\frac{5}{6}$ con $\frac{7}{9}$ mediante este algoritmo reducido, se calculan primero los “productos cruzados” 5 x 9 y 6 x 7. Luego se comparan dichos productos 45 > 42, concluyéndose de ello que 5/6 es mayor que 7/9.

En realidad, lo que se hizo fue amplificar el 5/6 por 9 y el 7/9 por 6, con lo que se obtiene 45/54 y 42/54, dado que ya se sabe de antemano que los denominadores de las fracciones amplificadas van a ser iguales (puesto que se amplifica cada fracción por el denominador de la otra) y por tanto la fracción mayor va a ser la que tenga un mayor numerador. Entonces basta con comparar los numeradores de las fracciones amplificadas 45 y 42, sin necesidad de calcular ni de escribir los denominadores.

Es importante entender que esta "reducción escolar" del algoritmo dificulta enormemente la comprensión de la lógica subyacente al algoritmo, dado que al omitir los denominadores de las fracciones que se están comparando se oculta el hecho de que para poder comparar las dos cantidades, es necesario expresarlas mediante fracciones con denominadores iguales y que detrás del cálculo de "productos cruzados" en realidad se esconde la amplificación de las fracciones a comparar. Por ello, recomendamos no estudiar en esta Unidad la técnica de los "productos cruzados" y exigir a los alumnos que, cuando comparen fracciones, no omitan los denominadores de las fracciones que están comparando. En todo caso, se les puede sugerir que, dado que los denominadores de las fracciones amplificadas no son utilizados en la comparación, en el proceso de amplificación no calculen los productos que aparecen en el denominador, sino que basta con que los dejen indicados.

Se sugiere a los docentes revisar un software relacionado con fracciones, que se encuentra disponible en Internet. Las instrucciones para ingresar a él son las siguientes:

- Ingresar a www.nwnet.org.uk
- Ingresar a Software and Guidance
- Ingresar a Interactive Teaching Programs
- Descargar el programa Fractions 1.1

2. ESTRATEGIA DIDÁCTICA

En la presente Unidad se abordan problemas matemáticos relativos a la medida de longitudes y áreas que consisten en *Cuantificar, Comparar y Reproducir cantidades de medida no enteras.* En esta Unidad se propone trabajar exclusivamente con longitudes y área, dado que estas magnitudes suelen ser fácilmente medibles dentro de la sala de clase y pueden ser representadas fielmente mediante dibujos sobre papel. Para solucionar dichos problemas, en una primera etapa alumnas y alumnos disponen de material concreto que les permitirá representar las cantidades. Posteriormente, se propone que construyan y utilicen la regla como instrumento que permite medir, comparar y reproducir cantidades. Luego, el estudio se centra en la representación de cantidades sobre la recta numérica y en cómo esta puede ser utilizada para comparar cantidades fraccionarias. El estudio prosigue desarrollando un algoritmo numérico de comparación de fracciones. La Unidad finaliza extendiendo la problemática de cuantificar longitudes a cuantificar áreas.

Se ha elegido el contexto de *medida,* porque permite plantear situaciones problemáticas en que los números naturales no permiten responder y, además, es el contexto más adecuado para desarrollar la comparación de cantidades y, posteriormente, extender la problemática al campo de problemas aditivo, la que se aborda en la segunda Unidad Didáctica de 5º básico. Dicho contexto es muy adecuado para la introducción de la recta numérica, objeto de estudio dentro de esta Unidad. En efecto, para medir magnitudes continuas, como son la longitud, el área, el volumen, peso, etc., se necesitan números que tengan la propiedad de densidad en la recta numérica, lo que significa que entre dos números dados siempre exista otro.

En este nivel, alumnas y alumnos debieran saber que los números naturales no son suficientes para expresar cantidades y tener procedimientos para fraccionar una unidad en partes iguales y relacionar el estudio de las fracciones con aquellos números que permiten expresar cantidades menores que la unidad.

Desde el punto de vista de la enseñanza, la Unidad se centra en que los niños y niñas:

- *Experimenten situaciones de medición de longitudes y áreas, donde la cantidad a medir no sea múltiplo de la unidad de medida y utilicen adecuadamente fracciones y números mixtos para expresar el resultado de sus mediciones.*
- *Utilicen adecuadamente la regla como instrumento para medir longitudes y sean capaces de fabricar su propia regla dada una unidad de medida arbitraria.*
- *Representen cantidades en la recta numérica e identifiquen puntos de la recta.*
- *Desarrollen diversos procedimientos para comparar cantidades no enteras, incluyendo el algoritmo convencional de comparación de fracciones.*
- *Resuelvan problemas que requieren de la comparación de cantidades no enteras.*

A continuación aparecen descritas cada una de las etapas de la Unidad, detallando las tareas matemáticas que se realizan en cada etapa y las actividades que se efectúan para ello; los conocimientos matemáticos que se ponen en juego al realizarlas; la intención didáctica que se persigue en cada caso; y algunas orientaciones para la gestión del docente. La descripción de cada etapa está organizada en función de las clases en que está subdividida, incluyendo en cada clase una descripción de las actividades y la puntualización del cierre correspondiente.

Algunos aspectos importantes para una buena gestión del proceso de enseñanza aprendizaje, y que son comunes a cualquier clase, son:

- Iniciar cada clase poniendo en juego los conocimientos de la(s) clase(s) anterior(es).
- Dejar espacio para que niñas y niños propongan y experimenten sus propios procedimientos.
- Mantener un diálogo permanente con los alumnos y propiciarlo entre ellos, sobre el trabajo que se está realizando, sin imponer formas de resolución.
- Permitir que se apropien íntegramente de los procedimientos estudiados.
- Promover una permanente evaluación del trabajo que se realiza.
- Finalizar cada clase con una sistematización y justificación de lo trabajado.

Primera etapa

En la primera etapa se plantean las tareas matemáticas siguientes:

- Resuelven problemas que involucran producir, ordenar, comparar y/o establecer equivalencias entre longitudes no enteras.
- Producen expresiones fraccionarias que representan una misma cantidad de medida.

Clase 1

La **etapa 1** se inicia planteando dos actividades (**Actividad 1** de la **Ficha 1**) cuyo propósito es verificar si los alumnos disponen de técnicas de fraccionamiento de longitudes en medios, cuartos y tercios. A su vez, se aprovecha la actividad para introducir un nuevo significado de fracción, basado en la medida. En este contexto, si al repetir (yuxtaponer) una determinada longitud cuatro veces se obtiene una unidad de medida, entonces dicha cantidad es 1/4 de esa unidad. Obviamente, si se divide en cuatro partes iguales la unidad, cada una de las partes mide ¼, dado que al iterar cuatro veces cualquiera de las partes obtenidas se reconstruye la unidad.

La clase prosigue con la **Actividad 2**, en la que se espera que consoliden el significado que tiene una determinada fracción unitaria en el contexto de la medida, apoyándose en el material concreto. Para reforzar esta idea se sugiere pedir a los alumnos que, dada una pieza ya cuantificada, anticipen cuántas de estas piezas se necesitan para formar una unidad.

Una vez que hayan relacionado las distintas piezas, según sea su tamaño, con el número de veces que caben en la unidad, se les pide que las ordenen de menor a mayor a partir de los datos de la tabla (sin el material). Dado que todas las cantidades a comparar son fracciones unitarias de un referente equivalente (la tira), se espera que puedan ordenarlas sin necesidad de recurrir al material concreto, utilizando argumentos del tipo 1/5 es más pequeño que ¼, ya que para cubrir toda la tira necesito 5 piezas de 1/5, mientras que solo necesito 4 de ¼.

En caso de que haya estudiantes con dificultades en ordenar las fracciones unitarias, se les puede guiar mediante preguntas como ¿cuántas piezas de ¼ vas a necesitar para cubrir toda la tira?

Una vez que la mayoría de alumnos hayan completado la tabla y ordenado las fracciones unitarias, se sugiere que utilicen el material concreto para corroborar y corregir, en caso de que sea necesario, sus respuestas.

Después, realizar un pequeño cierre en el que se sistematicen los aspectos siguientes:

- 1/6 de tira es aquella cantidad de tira que hay que repetirla 6 veces para llegar a tener una tira completa.
- Cuanto mayor sea la cantidad de piezas que sacamos de una tira, más pequeñas son las piezas.
- ¼ de tira es mayor que 1/5 de tira, porque para completar una tira necesito cuatro piezas de ¼ de tira, mientras que necesito 5 piezas de 1/5 de tira.

La etapa sigue con la **Actividad 3**, en la que se pide que fabriquen piezas dadas sus medidas (que son fracciones no unitarias), utilizando para ello las tiras enteras. En esta actividad alumnas y alumnos disponen únicamente de una pieza de cada tamaño para establecer las medidas de las piezas solicitadas.

Dado que tienen piezas correspondientes a fracciones unitarias, pero solo una pieza de cada tamaño, se espera que las utilicen como “patrones de medida” para fabricar las piezas solicitadas. Por ejemplo, para fabricar una pieza de 3/5 de tira se espera que iteren tres veces la pieza 1/5 sobre la tira unidad y luego corten.

Esta actividad tiene dos propósitos, por un lado, que los estudiantes adquieran la técnica de iterar una determinada longitud para obtener una medida fraccionaria, y por otro lado, que se den cuenta de que no siempre es necesario partir la unidad en 5 partes iguales y de estas tomar tres para obtener la fracción 3/5. De hecho, con las piezas que tienen disponibles pueden cortar de una misma tira medidas correspondientes a fracciones de distintos denominadores. En este sentido, después de que los alumnos hayan obtenido varias piezas de una misma tira se les puede preguntar ¿en cuántas partes iguales dividiste la unidad para generar las piezas solicitadas? Pregunta que tiene por respuesta que no se dividió la unidad en ninguna cantidad de partes iguales, sino que simplemente se cortaron de dicha unidad las piezas de las medidas solicitadas, utilizando como “patrones” las piezas correspondientes a fracciones unitarias.

La última medida solicitada, 4/3, no es posible de fabricar con una tira unidad, dado que su longitud excede el largo de ella. El propósito de solicitar la fabricación de esta pieza es, precisamente, poner de manifiesto que existen cantidades fraccionarias mayores que la unidad. Dichas cantidades pueden ser fabricadas utilizando el mismo procedimiento de iterar la pieza 1/3 cuatro veces sobre una tira de longitud lo suficientemente larga para fabricar la pieza solicitada. El profesor(a) les sugiere que fabriquen la pieza utilizando para ello un material que consideren adecuado, como por ejemplo una hoja tamaño oficio.

Clase 2

La etapa prosigue con la **Actividad 4**, en la que se pide a los estudiantes que ordenen de menor a mayor cuatro grupos de fracciones, solicitándoles que traten de realizar los ordenamientos sin recurrir al material concreto. En los grupos a) y c) las fracciones que aparecen tienen todas un mismo denominador, por lo que se espera que las ordenen fácilmente, basándose en el significado de fracción no unitaria utilizado en la actividad anterior. Se espera que, para ordenar fracciones con denominadores iguales, los estudiantes desarrollen argumentos del tipo "si para producir 3/8 tengo que iterar tres veces la medida 1/8, entonces puedo decir que la medida 3/8 es menor que 5/8, dado que para obtener 5/8 tengo que iterar cinco veces la medida 1/8", y por tanto no tengan la necesidad de recurrir al uso del material concreto.

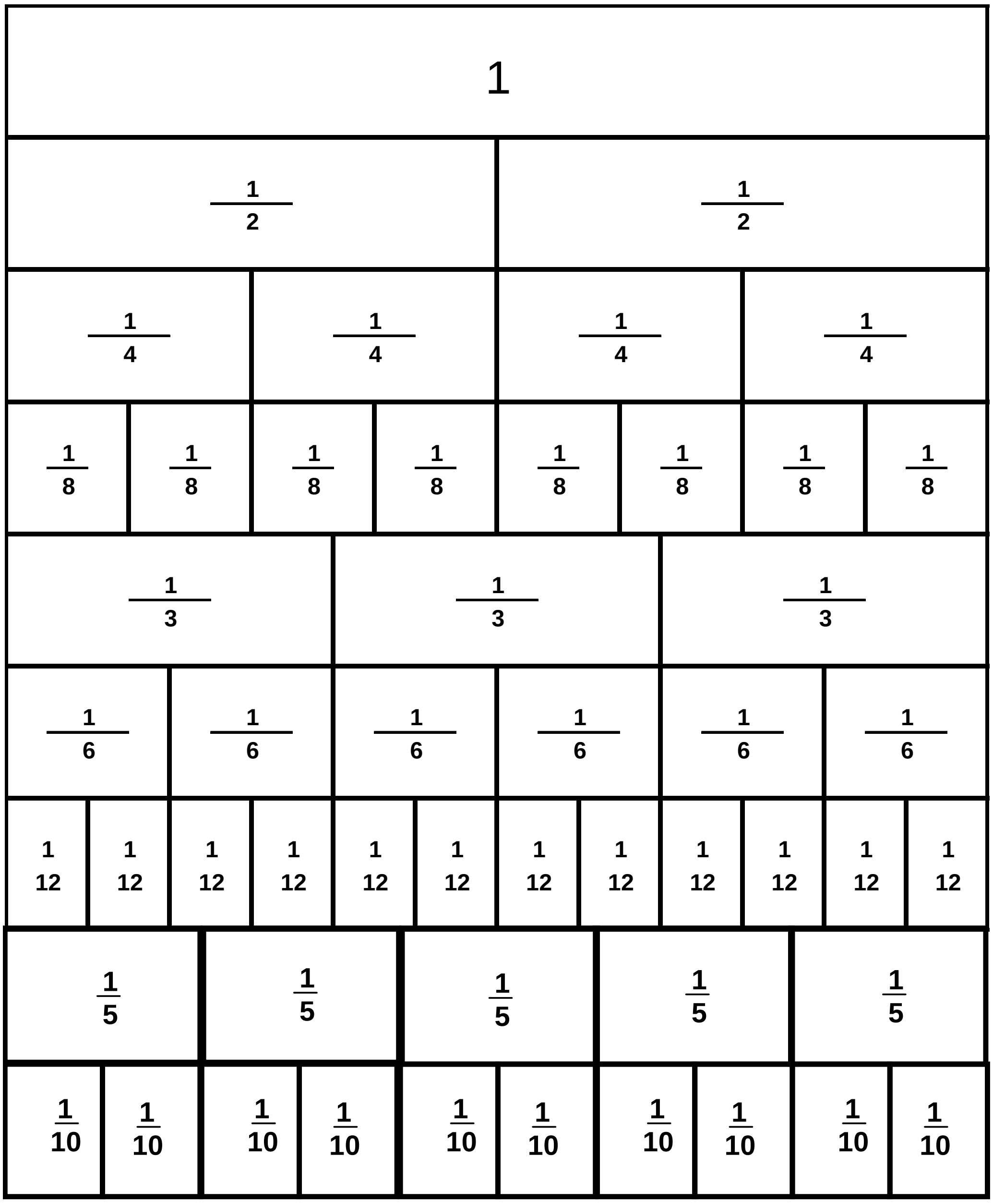
Todas las fracciones que aparecen en el grupo b) son unitarias, por lo que se espera que los alumnos se basen en los procedimientos desarrollados en la actividad 2 de esta misma etapa, en la que se ordenaban fracciones unitarias. Se espera que, al ordenar las fracciones unitarias, desarrollen argumentos del tipo "dado que para construir una tira con piezas de 1/5 necesito cinco piezas, mientras que de 1/10 necesito 10, entonces las piezas de 1/5 son mas largas que las de 1/10 por lo que podemos afirmar que 1/5 es mayor que 1/10" para justificar sus procedimientos.

En el grupo d) aparecen fracciones no unitarias con distintos denominadores, con lo que se espera que los alumnos no sepan ordenar correctamente las fracciones de este grupo sin recurrir al material concreto. En este caso se espera que usen el material concreto para representar las distintas cantidades de la lista, y, una vez representadas, las ordenen según sea la longitud de las mismas.

La intención de esta actividad es que alumnas y alumnos sean capaces de establecer procedimientos numéricos para comparar fracciones con denominadores iguales y fracciones unitarias, y que reconozcan que ninguno de dichos procedimientos les sirve para ordenar fracciones no unitarias con distintos denominadores, por lo que por ahora deben recurrir a representar las cantidades con material concreto.

Las **Actividades 5** y **6** plantean la tarea de construir tantas franjas de igual medida como sea posible utilizando piezas de un mismo tamaño en cada franja, con el material concreto disponible. La primera de estas actividades toma la forma de un juego en parejas y la segunda la de un ejercicio individual. El propósito de estas actividades es que los estudiantes reconozcan que una misma longitud puede expresarse utilizando distintas fracciones, reconozcan estas fracciones como fracciones equivalentes, y se den cuenta de que para obtener una fracción equivalente a una dada, solo sirven determinados fraccionamientos de la unidad.

Se les puede sugerir que, con el material concreto, armen tiras de longitud unidad utilizando piezas de un mismo color, empezando a construir la tira por las piezas de ½ tira y luego debajo de ella seguir construyendo otra tira, pero esta vez, utilizando las piezas de tamaño la mitad de las anteriores y seguir con otra tira de forma que nuevamente las piezas sean la mitad de las anteriores. Cuando ya no dispongan de piezas más pequeñas que hagan lo mismo, pero con la pieza de 1/3 de tira, y luego con 1/5, de forma de obtener la composición siguiente con el propósito de que les ayude a visualizar las equivalencias entre fracciones.



La **Actividad 7** constituye un desafío para que los estudiantes busquen procedimientos que les permitan incrementar las familias de fracciones equivalentes que han obtenido, agregando fracciones cuyos denominadores no corresponden a fraccionamientos del material concreto disponible. Se espera que sean capaces de observar algún tipo de regularidad en las secuencias de fracciones equivalentes y que usen de ella para calcular nuevas fracciones. En esta etapa no vamos a privilegiar un determinado procedimiento sobre otro.

Por ejemplo en la familia de fracciones equivalentes siguiente $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{4}{8} = \ldots$ se pueden observar las siguientes regularidades:

i) En los numeradores aparece la secuencia numérica, mientras que en los denominadores los resultados de la tabla del 2.

ii) Al dividir cada denominador por su numerador, siempre se obtiene como cuociente el 2.

iii) En la secuencia, en el numerador se van agregando de a 1, mientras que en el denominador de a 2.

iv) El denominador es siempre el doble del numerador.

v) Parte de la secuencia se obtiene al ir duplicando el numerador y el denominador $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{4}{8} = \frac{8}{16} = \ldots$

vi) La secuencia se obtiene al multiplicar el numerador y denominador de la primera fracción por 2, por 3, por 4…

Cualquiera de las descripciones anteriores permite añadir nuevas fracciones equivalentes a la secuencia.

El hecho de que las fracciones equivalentes estén escritas según orden creciente de numeradores y denominadores facilita la detección de regularidades. En este sentido, el profesor o profesora puede ayudar a quienes no sean capaces de establecer ninguna regularidad, sugiriéndoles que escriban las fracciones en orden creciente de los numeradores y/o denominadores.

La **Actividad 8**, pretende ayudar a sistematizar el cierre de la etapa.

Cierre de la etapa 1

- *Para comparar y ordenar fracciones con igual denominador basta comparar sus numeradores. Una fracción es mayor que otra si su numerador es mayor que el de la otra.*
- *Una fracción es unitaria si cabe un número entero de veces en la unidad. Su numerador es 1. Una fracción unitaria es mayor que otra si su denominador es menor que el de la otra.*
- *Una forma de producir una fracción determinada, por ejemplo 3/7, es iterar 3 veces la fracción 1/7 sobre la unidad.*
- *Iterando 7 veces la fracción 1/7 se obtiene la unidad. En general, iterando n veces la fracción 1/n se obtiene la unidad.*
- *Si dadas dos fracciones distintas, ambas expresan la misma cantidad de medida, entonces decimos que son equivalentes. Por ejemplo, ½, 2/4, 4/8 son fracciones equivalentes.*
- *Una forma de verificar si dos fracciones son o no equivalentes es representando la cantidad de medida que expresan. Si ambas cantidades son iguales, entonces decimos que las fracciones son equivalentes. En caso contrario no lo son.*

Segunda etapa

En la segunda etapa los estudiantes abordan las tareas matemáticas siguientes:

- Miden y reproducen longitudes no enteras, con una unidad arbitraria de longitud.
- Construyen y utilizan una regla para medir y reproducir longitudes.
- A partir del objeto y de su medida, reconstruyen la unidad de medida utilizada en la medición.

Clase 3

La **etapa 2** se inicia planteando a alumnas y alumnos dos actividades (**Actividades 9** y **10** de la **Ficha 3**) de medición de longitudes no enteras con una unidad de medida arbitraria.

Para el desarrollo de ambas actividades es muy importante respetar la condición de que los alumnos no pueden llevar las Fichas al lugar donde se encuentran las cintas. Es importante que copien la unidad de medida sobre un papel que se pueda doblar fácilmente y que los dobleces queden marcados en el papel, pero que a su vez, mantenga una cierta rigidez al desdoblarlo. En la Actividad 9 solo pueden llevar la unidad de medida que ellos han copiado y pueden realizar tantos viajes como necesiten. En la Actividad 10 se pide expresamente que corten todas las cintas en un solo viaje, pudiendo llevar, además de la unidad, el mensaje de su compañero o compañera.

Además, hay que velar para que las cintas estén lo suficientemente lejos de los asientos de los alumnos. En este sentido sugerimos que el profesor(a) distribuya por la sala un conjunto de mesas (mínimo 1 mesa por cada 8 alumnos) y coloque 8 cintas y 8 tijeras en cada mesa y que los alumnos deban ir a cortar las cintas no precisamente en la mesa más cercana, sino que deban caminar una cierta distancia desde sus puestos.

Para el desarrollo de la Actividad 10 el profesor o profesora indica que, al ir a cortar las cintas, cada compañero de una misma pareja debe ir a una mesa distinta, dado que en el proceso de corte los alumnos tienen que interpretar el mensaje por sí mismos, sin poder consultar a su pareja sobre qué quiso decir cuando escribió una determinada instrucción.

El propósito de ambas actividades es que los estudiantes se familiaricen con la actividad de medir longitudes y la necesidad de utilizar cantidades fraccionarias para expresar la medida de ciertas longitudes, enfatizando el significado de las fracciones como números que nos permiten expresar medidas. Este contexto realza la interpretación de la fracción como un único número, en contraposición a la interpretación de la fracción como razón, donde lo que se destaca es una relación entre dos números (el numerador y el denominador).

Una vez finalizadas ambas actividades, se hace una pequeña puesta en común sobre cómo midieron las cintas y la información que escribieron en los mensajes con la intención de compartir los procedimientos que fueron exitosos y las dificultades que tuvieron.

Luego, cada docente propone a alumnas y alumnos que, en forma individual, realicen la **Actividad 11**, y va revisando que manejen los procedimientos adecuados para medir y reproducir longitudes mientras hacen la actividad. Apoya a quienes tienen más dificultades y luego pone en común los resultados, los anota en la pizarra y sistematiza los aspectos siguientes:

- La longitud de un objeto se especifica con un número y la unidad de medida utilizada para medirlo.
- El número indica la cantidad de veces entera que hay que iterar la unidad de medida y fracción de ella para reproducir una longitud equivalente a la del objeto medido.

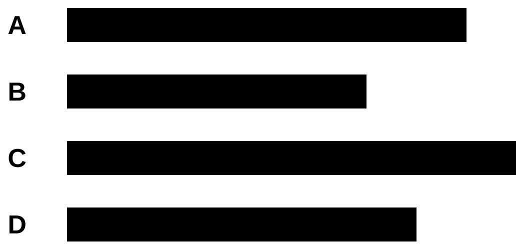
Clase 4

La etapa prosigue con la **Actividad 12** de la **Ficha 4**. Antes de repartir la Ficha 4, cada docente evoca las actividades de medir cintas realizadas en la clase anterior y pregunta si conocen alguna persona que para medir en casa o en el trabajo, siga todo el procedimiento que hicieron los alumnos en la clase anterior, es decir, tomar la unidad y repetirla tantas veces como sea necesario y luego fraccionarla para terminar de medir el objeto.

Luego, pregunta cómo miden ellos las cosas. Se espera que digan que con regla e, incluso, saquen alguna. Entonces, el profesor(a) anuncia que en esta clase precisamente lo que se hará es construir una regla y que la actividad se realizará en parejas. Dado que la tarea es construir la regla (no copiarla), pide que guarden sus reglas y señala que no pueden usarlas durante la clase. Se cerciora de que todos hayan guardado las reglas y reparte la Ficha 4; a cada pareja les reparte dos tiras de cartulina y una unidad de medida.

Es muy importante que el profesor(a) no mencione ni insinúe a los alumnos que las unidades que reparte son distintas. Reparte las unidades por filas, alternando unidades de distinta medida entre una pareja y la siguiente, cuidando al hacerlo que los alumnos no se den cuenta de que tienen distintos tamaños. Para ello, le sugerimos que prepare una pila con todas las unidades a repartir, de tal forma que en la pila queden ordenadas las unidades de forma alternada según los distintos tamaños.

Las cuatro medidas de las unidades son las siguientes:



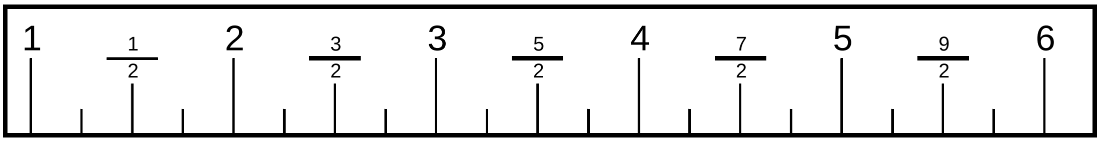
La intención de entregar unidades distintas es que alumnas y alumnos vivan una experiencia que les permita reflexionar sobre que el resultado de una medida depende de la unidad de medida, por lo que para poder reproducir las medidas de un compañero a partir de la cantidad, es necesario que sepamos con qué unidad de medida midió.

Por ello, en un primer momento los alumnos deben creer que las unidades de medida son todas iguales. Si alguna pareja se da cuenta de que su unidad de medida no es igual a la de otro grupo, el profesor(a) debe quitarle importancia a este hecho y decir que se preocupen de construir su regla, señalándoles que, además de las unidades, recuerden marcar los medios y los cuartos. A cada pareja les pide que construyan primero una regla y luego, cuando estén seguros de que la regla está bien hecha, la utilicen para hacer la otra regla. La idea es que a los estudiantes se les ocurra que para hacer la segunda regla no hace falta que hagan todo el proceso de nuevo, basta con que pongan una tira encima de la otra, de tal forma que les permita copiar las marcas de la regla que han construido en la tira en blanco. Luego, copian los números.

En este momento es muy importante que el profesor o profesora observe el trabajo de cada pareja, dado que es muy probable que, pese a que conocen la regla, algunos de ellos se equivoquen en detalles a la hora de construirla. El docente debe ayudar a aquellas parejas que cometan algún error en el proceso de construcción, guiándolos con preguntas que les permitan darse cuenta del error cometido, así como sugerir que empiecen a construirla de nuevo utilizando la otra cara de la tira o bien, el otro lado.

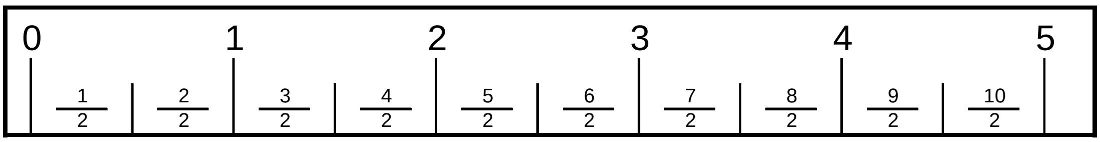
A continuación listamos ciertos errores que es probable que aparezcan en el proceso de construcción de la regla y sugerimos una forma de abordarlos.

- A la primera marca de la regla le asocian el número 1 en lugar del 0

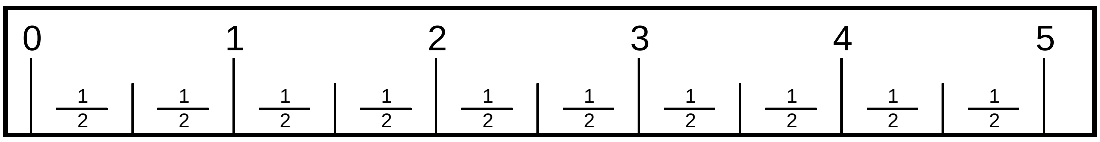


En este caso se puede orientar a los alumnos y alumnas sugiriéndoles que midan la unidad que se les ha dado con la regla que están construyendo**.** Los estudiantes deberían darse cuenta de que la unidad debe medir 1 en la regla, sin embargo, si en la regla que están construyendo empiezan a enumerar las marcas desde el 1, el resultado de medir la unidad con la regla va a dar 2, cuando debiera dar 1.

- Ubican los números (enteros o fracciones) entre las marcas, asociando cada número al espacio que hay entre marca y marca.

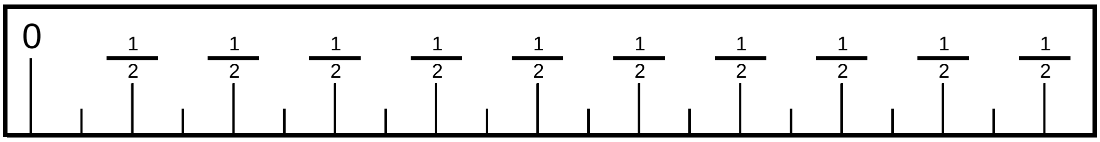


o bien



El hecho de que a cada punto de la regla se le asocie un número distinto, es una noción que, inicialmente, puede resultar compleja. A esta dificultad contribuye la experiencia previa que han tenido los alumnos con representaciones de objetos parecidos. Tanto en la representación de los naturales mediante la cinta numerada, como la forma de representar una determinada fracción de una cantidad, en ambos casos los números se asocian a un determinado espacio (una casilla de la cinta numerada o bien, al área que designa la fracción), por ello no es de extrañar que algunos alumnos y alumnas tengan dificultades para desarrollar la asociación de cada punto de la regla con la distancia de ese punto al 0. En ese caso se les puede orientar diciéndoles que, en realidad, a cada punto de la regla le corresponde un único número, que es la distancia de ese punto a la primera marca de la regla, señalada con un 0. O sea, que el ¼ en la regla es aquel punto de la regla que está situado justo a ¼ de unidad de distancia del 0 y no es que a todo el trozo de regla desde el 0 hasta el ¼ se le llame ¼.

- A todos los puntos los designan con una misma fracción:



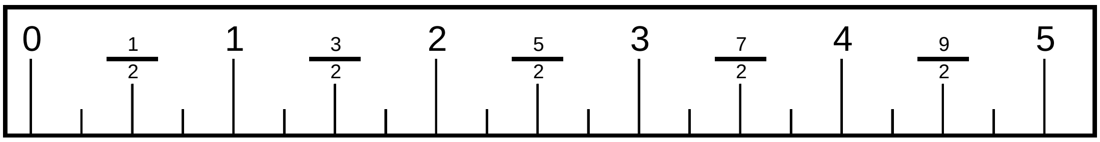
Este suele ser un error bastante común y, al igual que el anterior, procede del trabajo que normalmente se hace con alumnas y alumnos en una etapa anterior, que tiene que ver en cómo se designa cada parte al fraccionar una unidad en partes iguales, ya que en ese caso a cada parte se le asocia una misma fracción.

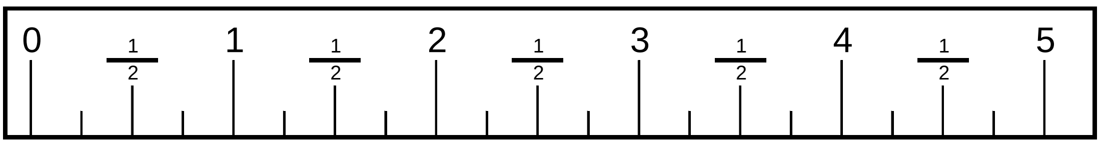
Por ejemplo, si se divide una cinta en cuatro partes iguales, normalmente se representa de la forma:

$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$

En estos casos podemos sugerir a los alumnos y alumnas que dibujen una unidad rectangular y que la dividan en cuatro partes iguales y designen cada una de las partes. Luego, se les pide que sobre ese mismo dibujo señalen cómo se representa el ½ y el ¾, y luego se les pregunta: si empezamos a contar el ¾ desde el inicio de la unidad, ¿hasta qué largo de la unidad llegamos? Entonces, al punto que está situado justo a esa distancia del origen es que le llamamos ¾. Claro que la distancia entre el $^2/_4$ y ¾ es justo ¼, pero en la regla, a cada marca no le asociamos la distancia de esa marca con la anterior, sino que le asociamos la distancia de esa marca a la marca 0 de la regla. Por tanto, la regla es una forma distinta de representar los números que la que se usa para representar las partes de una unidad.

Luego, dos formas correctas de dibujar la regla son las siguientes:





En el primer caso las cantidades fraccionarias vienen designadas con fracciones impropias, de forma que representan la distancia de ese punto al 0, mientras que en la segunda regla se usa de la notación mixta, con lo que las cantidades fraccionarias designan la distancia de ese punto al entero menor más cercano. Si se indicaran con números las marcas de los cuartos, a la primera marca entre enteros se le designaría con ¼, mientras que la segunda ya está designada por ½, y la tercera se designaría con ¾.

A medida que las parejas van terminando las reglas, empiezan con la **A**ctividad 12 **a)**, en la que tienen que reproducir determinadas longitudes usando la regla que han construido. Las medidas a reproducir vienen expresadas en notación fraccionaria y números mixtos. Siete de las nueve cantidades son medidas que coinciden con alguna de las marcas de la regla, sin embargo, hay dos medidas que utilizan octavos de unidad. El propósito de introducir estas medidas es que, por un lado, los alumnos se den cuenta de que en los puntos señalados en la regla no están todas las medidas posibles, sino que están solo algunas y además, que traten de, dada una medida que no corresponde a ninguna marca de la regla, saber ubicarla en la regla para poder reproducirla. Se han escogido los octavos, dado que corresponden justo a la mitad del espaciado mínimo de la regla (que es el cuarto) de forma que, pese a no estar señalados, son fácilmente ubicables.

El profesor o profesora debe presta mucha atención a si los alumnos utilizan la regla correctamente o no, ayudando a corregir los errores a quienes no la utilizan correctamente.

Los errores más frecuentes en el uso de la regla al reproducir medidas o medir longitudes son los siguientes:

- Considerar como inicio de la medida el inicio físico de la regla, en lugar de la marca 0.
- Cuando las marcas de la regla están designadas utilizando notación mixta, olvidarse del entero y representar solo la parte fraccionaria.

Ejemplo: la medida es 2 ¾ y al representarla se representa únicamente ¾.

- Cuando las marcas de las reglas están designadas en notación fraccionaria, mezclar dicha notación con la notación mixta.

Ejemplo: la medida es 3/2 y al representarla se representa 3 ½ o bien, la medida del objeto es 1 ¼, pero una vez medida con regla la expresan como 1 5/4.

A medida que las parejas van terminando de dibujar las cintas, se intercambian la Ficha 4 con otra pareja que ya haya finalizado para realizar la **A**ctividad 12 **b)**. El propósito de esta actividad es que los alumnos reaccionen con sorpresa ante el hecho de que ninguna de las medidas que están revisando coinciden. Cada docente tiene que tener la precaución de que las parejas que se intercambian las Fichas tengan distinta unidad de medida, pero sin que los alumnos se den cuenta. Para ello basta con que se fije que las cintas dibujadas por cada pareja sean de largos distintos. Dado que la diferencia de longitudes entre las cintas dibujadas será mayor cuanto mayor sea la cantidad, recomendamos fijarse en si las cintas más largas de cada Ficha son de la misma longitud o no. En caso de que no lo sean, significa que los patrones de cada pareja son distintos.

Para un buen desarrollo de la actividad es muy importante al inicio, incentivar a niñas y niños a que sean cuidadosos al medir las cintas dibujadas por sus compañeros. Cuando una pareja esté bien segura de que está midiendo bien y que todas las cintas que dibujaron sus compañeros están mal dibujadas, entonces ponga en duda la forma en que lo hicieron sus compañeros. Cada docente debe propiciar que de los propios alumnos surja el rumor de que todo está mal y nada coincide y que sean ellos mismos quienes extiendan dicho rumor. Una vez que el rumor ya se ha extendido por toda la clase, el profesor(a) puede ir preguntando a los alumnos qué es lo que está pasando y propicie el encuentro entre los grupos que se han intercambiado las Fichas. Sería conveniente que en ese encuentro, además de las Fichas, los estudiantes lleven consigo la regla y la unidad de medida que les dio el profesor. Se espera que los alumnos sean capaces de darse cuenta de que la unidad de medida de cada grupo es distinta y que por ese motivo las medidas no coinciden. De hecho, la última cinta dibujada es justamente la unidad de medida, con lo que una pareja bien podría contrastar la unidad utilizada por sus compañeros con la unidad que utilizarán, comparando su unidad con el dibujo de la última cinta dibujada por sus compañeros(as).

Pide a cada pareja que busque otra pareja de la clase que tenga la misma unidad que ellos y que comparen ahora las medidas de las cintas que han dibujado. Concluyen que las medidas coinciden, puesto que han utilizado una misma unidad de medida.

Luego, puede contar a sus alumnos que si hubiesen nacido en el siglo XIX se habrían encontrado con este problema, pues en esa época, en una misma región podían llegar a tener más de 20 unidades de medida distintas y la mayoría de ellas con un mismo nombre, *vara*. Puede comentar que todavía hoy se usan varias unidades de longitud, y preguntar a los alumnos si saben cómo se miden las pantallas de televisor y de computador y con qué unidades. Luego puede comentar que como son rectangulares, se mide la diagonal en pulgadas y que una pulgada son aproximadamente 2 ½ cm.

Luego, pide realizar la Actividad 12 **c)** de la Ficha en parejas y la corrige.

Cierre de la etapa 2

- Las fracciones nos permiten expresar cualquier longitud**,** mientras que los números naturales no.
- La longitud de un objeto se especifica con un número y la unidad de medida utilizada para medirlo. El número indica la cantidad de veces que hay que iterar la unidad de medida y fracción de ella para reproducir una longitud equivalente a la del objeto medido.
- La regla es un instrumento que nos permite medir longitudes de forma mucho más eficiente que la de ir iterando la unidad de medida.
- A cada punto de la regla le corresponde una cantidad de medida distinta, que es la distancia que hay entre el punto 0 de la regla hasta ese punto, medida en las unidades con la que esté calibrada la regla.
- En la historia del hombre la unidad de medida utilizada no siempre ha sido la misma, ni tampoco ha sido única, hecho que generó muchos problemas en el pasado, pues los resultados de una medición dependían de con qué unidad se medía. Al dar una medida es muy importante decir con qué unidad de medida se efectuó la medición.

La etapa finaliza con la aplicación de la 1ª prueba parcial de la unidad. Una vez aplicada esta prueba, se sugiere que el profesor realice una corrección de la prueba en la pizarra, preguntando a niñas y niños los procedimientos que utilizaron, explicitando los errores más comunes cometidos y reforzando aquellos aspectos en que los alumnos presentaron mayores dificultades.

Etapa 3

En esta etapa se propone un trabajo bastante profundo en torno a la recta numérica.
Las tareas principales que alumnas y alumnos abordan en esta etapa son:

- Sitúan cantidades no enteras en la recta numérica.
- Gradúan la recta numérica.
- Dado un punto de la recta y el origen, determinan la posición de la unidad en la recta numérica.
- Comparan cantidades fraccionarias, situándolas para ello en la recta numérica.

En el desarrollo de la etapa se trata de aprovechar todo el trabajo que se hizo en la etapa anterior con la regla, para utilizarlo como base para estudiar la recta numérica, ya que los conceptos matemáticos que están detrás de ambos objetos son muy similares. De hecho, el problema de medir con regla una determinada longitud cuando dicha longitud no coincide con ninguna marca de la regla, es análogo al problema de asociar una cantidad a un determinado punto de la recta numérica y el problema de reproducir una determinada cantidad de longitud mediante la regla, es análogo al problema de asociar un punto de la recta numérica a un determinado número.

Clase 5

La etapa parte proponiendo que desarrollen la **Actividad 13** de la **Ficha 5**, donde se pide a los alumnos y alumnas que midan y reproduzcan diversas longitudes, utilizando una regla milimetrada.

Luego cada docente lee el texto sobre la historia del metro que se encuentra en el anexo (pág. 81-82). Pide que relacionen dicha historia con lo que les sucedió en la clase anterior al comprobar las medidas de las cintas que habían dibujado sus compañeros y respondan a las preguntas de la **Actividad 14**. Se espera que conozcan que no siempre hubo unas unidades de medida internacionales, y que recién en el último siglo la humanidad logró ponerse de acuerdo para adoptar una unidad de medida de longitud común en todas las regiones y países. También, que reconozcan las ventajas de tener no solo una unidad de medida común, sino que también una forma común de subdividir la unidad en 10 partes iguales. Esta forma común de medir hace que comparar las medidas sea mucho más fácil, ya que todas vienen expresadas mediante unidades y décimos de unidades.

El profesor o profesora menciona que a la vez que se decidió utilizar el metro, también se decidió que para medir distancias bastante grandes, se usarían unidades que fuesen múltiplos de 10, 100 y 1000 metros, y que para medir distancias pequeñas se usaría las fracciones el décimo de metro (1/10 metros), el centésimo de metro (1/100 metros) y el milésimo de metro (1/1000 metros). Luego pregunta si alguien sabe, ha oído alguna vez o bien, si le sugieren algo los prefijos griegos deca, hecto, kilo y los prefijos latinos deci, centi y mili.

Luego, escribe en la pizarra la tabla siguiente:

Nombre	**unidades de metro**	**Abreviatura**	**uso habitual**
Kilómetro	1.000 m	Km.	*
Hectómetro	100 m	Hm.	
Decámetro	10 m	Dm.	
Metro	**1 m**	**m.**	*
decímetro	1/10 m	dm.	
centímetro	1/100 m	cm.	*
milímetro	1/1000 m	mm.	*

destacando que, de estas, las unidades más utilizadas son el kilómetro, el metro, el centímetro y el milímetro.

Luego, se inicia el trabajo con la recta numérica a través de la **Actividad 15** de la **Ficha 6**. Esta actividad se inicia con un texto; sugerimos que alumnas y alumnos lean y discutan detenidamente cada una de las propiedades descritas de la recta numérica.

Se sugiere que cada docente haga una pequeña introducción sobre la recta numérica y pida a distintos alumnos que vayan leyendo en voz alta cada una de las propiedades. Después de leer una determinada propiedad, puede preguntar qué entienden de la propiedad que se ha leído y pedir a una alumna o alumno que la explique o dibuje en la pizarra. Finalizada la lectura de las propiedades, y basándose en estas, discuten en parejas sobre si están bien dibujadas o no cada una de las rectas numéricas. Se corrigen los resultados mediante una puesta en común de los mismos.

Las principales características de la recta numérica descritas en la Ficha son:

- Al igual que sucede con la regla, cada punto que forma la recta numérica corresponde a un número distinto.

  Esta propiedad establece una correspondencia biunívoca entre cada punto de la recta y cada número. O sea, a cada punto de la recta le corresponde un único número y a cada número le corresponde un único punto.

- Al inicio de la recta se le llama origen y se le asocia siempre el número 0.

Esta característica es convencional, si embargo, es de gran importancia señalar un punto inicial de referencia desde el cual se va a dibujar el resto de la recta numérica; por eso es que se le llama origen y se señala con el 0.

- El número 1 se asigna al punto de la recta que está exactamente a una unidad de medida de distancia desde el origen.

  La distancia entre el punto que designa el número 1 y el punto que designa el número 0 es la distancia que define la unidad de medida de la recta numérica dibujada. A partir de la posición del 0 y de esa distancia, quedan determinadas las posiciones de todos los otros números en la recta.

- El número que representa un punto de la recta equivale a la distancia de ese punto al origen medida con la misma unidad de medida que la utilizada para determinar la posición del 1.

  Esta es una característica muy importante de la recta numérica, clave para que los alumnos puedan entenderla. De hecho, es el criterio que determina la posición de cada número en la recta.

Es probable que varios alumnos tengan dificultades en entender el criterio de distancia utilizado para asignar a cada punto de la recta un número. Por ello, dada su importancia, sugerimos que el profesor(a) se detenga un poco en él. Uno de los obstáculos que se pueden presentar al estudiar la recta numérica es entender que cada número viene representado por un punto, y no por un trozo de recta. Es probable que esta dificultad provenga del uso de la cinta numerada, como una forma de representación de los naturales, y por tanto, que algunos alumnos traten de extender esa representación a la recta numérica.

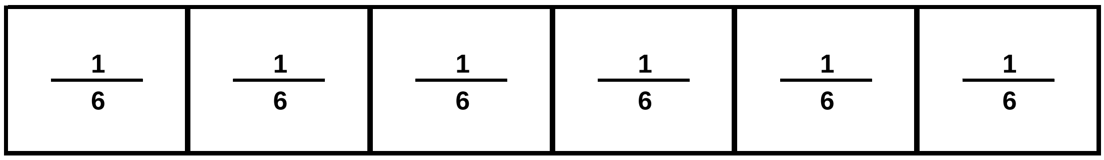
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	...

Cinta numerada

La cinta numerada es un dispositivo útil para representar los naturales, pero no sirve para representar fracciones, dado que en la cinta numerada cada número ocupa un espacio, y en ella se representan todos los números naturales. El número que va en una casilla es el número siguiente al de la casilla anterior, y así sucesivamente. Es decir, la cinta numerada se construye en base a la noción de sucesor.

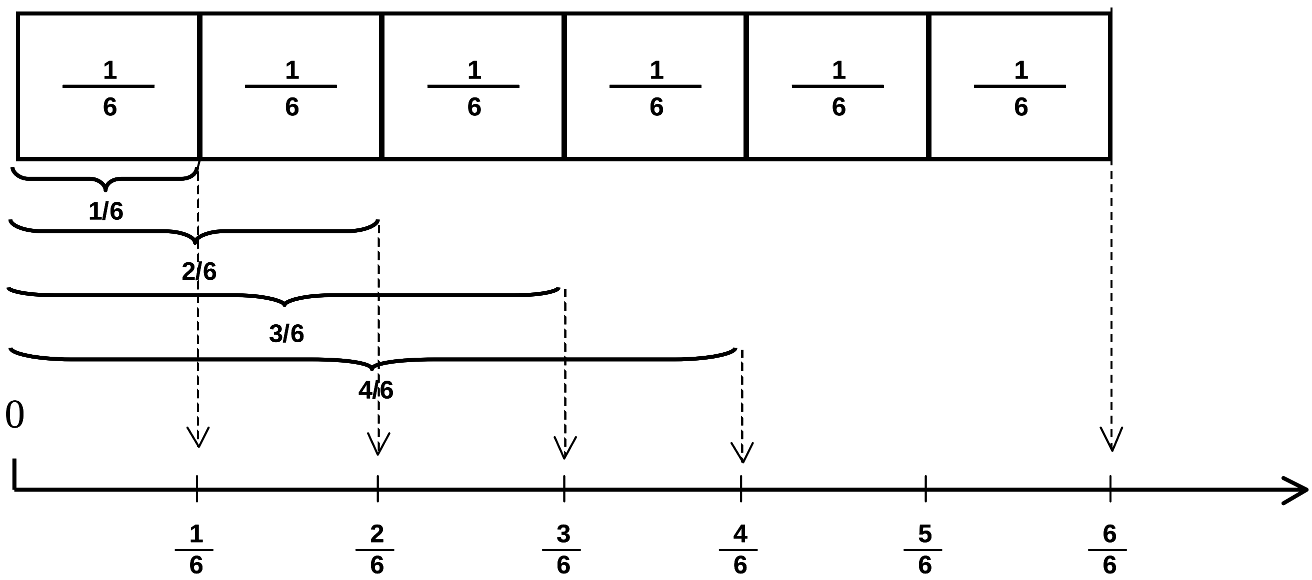
Resulta que entre dos fracciones siempre podemos encontrar otra, por tanto, no existe una determinada cantidad fraccionaria que le siga a otra. Es decir, en las fracciones no hay sucesor. Por eso es muy importante que el docente evite cualquier analogía de la recta numérica con la cinta numerada, y que propicie la analogía entre la recta numérica y la regla para medir, dado que la regla sí tiene las propiedades esenciales de la recta numérica, mientras que la cinta numerada no.

También, puede confundir a los estudiantes usar representaciones del tipo parte/todo como apoyo para comprender la recta, dado que dichas representaciones traen los mismos inconvenientes que la cinta numerada. Por ejemplo, si representamos un entero dividido en seis partes y cuantificamos cada parte con un sexto,

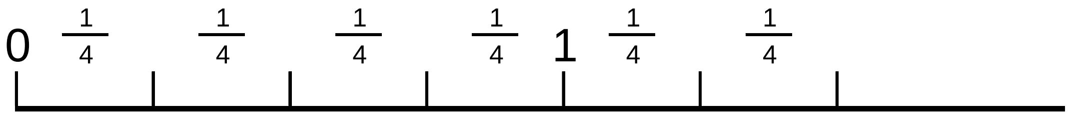


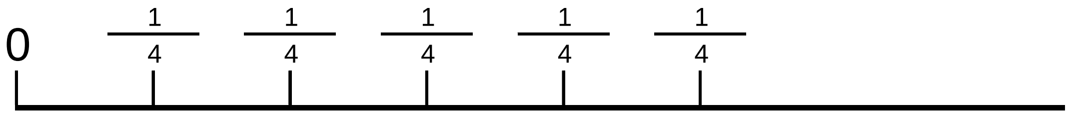
parte/todo

resulta que en esta representación la fracción se asocia a toda una región y no a un punto como en la recta numérica, y en esta representación solo pueden existir los sextos, de forma que entre un sexto y el siguiente no hay nada. Recomendamos no utilizar este tipo de representaciones o utilizarlas con mucha cautela en esta etapa (no obstante que habían sido muy útiles en la primera etapa para establecer equivalencias) y que, de hacerlo, insistir en que lo que se representa en la recta no son cada una de las partes, sino la distancia de las diversas cantidades al 0. Un ejemplo que podría ayudar a ver eso sería completar el dibujo parte/todo con unas llaves que marcasen la distancia al origen de la unidad al ir considerando una, dos, tres o más partes, tal y como muestra el ejemplo siguiente:

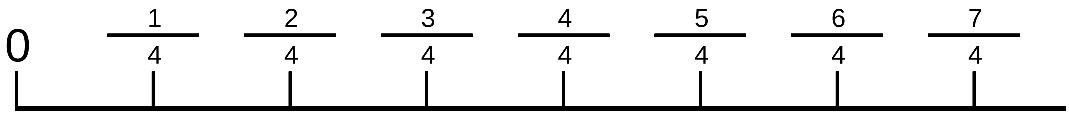


De hecho, un error muy común a la hora de situar puntos en la recta numérica es interpretar las marcas de la recta como si designaran partes de un todo, en lugar de utilizar el criterio de distancia al origen. Un ejemplo de este error, es que cuando se pide dibujar los cuartos en la recta numérica, algunos alumnos podrían dibujar



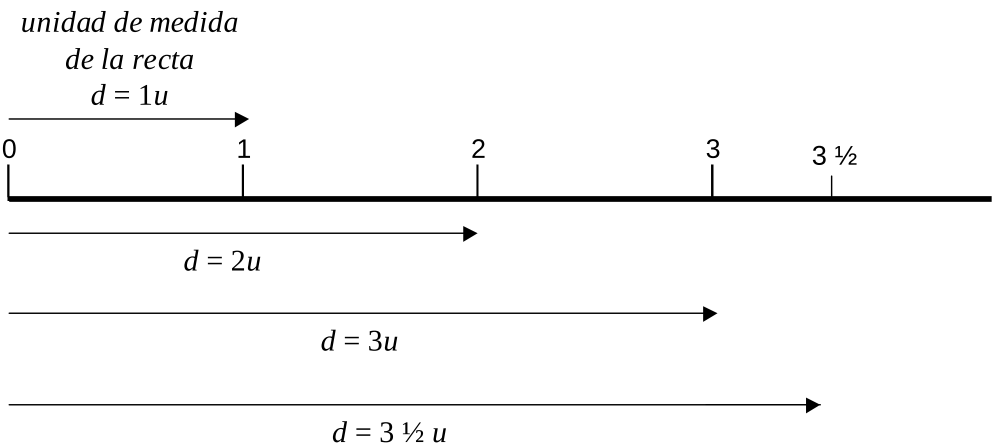


en lugar de dibujar



que es el dibujo correcto, correspondiente a asociar a cada punto de la recta la distancia a la que está del origen.

El criterio de asociar a cada punto con aquel número que expresa la distancia de ese punto al origen en la unidad de medida de la recta es, precisamente, el que define la relación biunívoca entre cada punto y el número en la recta numérica, de forma que para situar un número en una recta numérica basta con reproducir una longitud equivalente a dicho número, tomando como unidad de medida la distancia entre el 0 y el 1 de esa misma recta numérica.



recta numérica

- Dados dos puntos de la recta, siempre hay otros que están entre ellos.

  Esta propiedad se conoce matemáticamente como densidad en los números reales (o bien densidad en la recta numérica). La existencia de dicha propiedad en el conjunto de las fracciones es la que hace que las fracciones no tengan sucesor ni antecesor, y a su vez que sirvan para medir magnitudes continuas, dado que si entre dos longitudes siempre podemos encontrar otra, entonces para medir necesitamos unos números que también posean dicha propiedad.

  Para abordar el problema de la densidad el profesor(a) puede plantear el juego de buscar la fracción mas pequeña posible, distinta de 0.

- La recta numérica tiene un inicio, pero a diferencia de la regla, la recta numérica no tiene final. Como no podemos dibujarla toda dibujamos solo un trozo de ella; a veces se dibuja una flecha para indicar que la recta continúa en esa dirección.

  Aquí es importante hacer notar que utilizar la flecha para indicar la continuación de la recta es una convención y que no todo el mundo la usa. Conviene eso sí que la clase se ponga de acuerdo si va a utilizar dicha convención o no. Sugerimos que se tome la convención de representar la flecha, dado que es la opción que toman los Programas de Estudio de Matemáticas tanto en cuarto año básico, como en quinto y octavo.

- Los números en la recta están ordenados de menor a mayor empezando por el 0 y aumentando hacia la derecha.

  Es importante detenerse a pensar que esta característica de la recta numérica es una consecuencia del criterio de distancia al origen utilizado para establecer la correspondencia entre los puntos de la recta y los números. Así, el número 1 en la recta numérica está antes del 2, ya que el primero se encuentra justo a una distancia de una unidad de longitud del origen, mientras que el segundo se encuentra a una distancia de dos unidades del origen. De hecho, el número 2 está situado en la recta justamente al doble de distancia del origen que el número 1.

Una vez que alumnas y alumnos han leído las propiedades, por parejas tratan de identificar cuáles de las rectas numéricas están correctamente dibujadas y cuáles no. Es importante que para determinar si una recta está o no bien dibujada, discutan sobre si dicho dibujo cumple o no con las características que se ha especificado en la lectura anterior. Una vez que han finalizado, se hace una corrección mediante una puesta en común de los resultados, que el profesor(a) puede aprovechar para repasar las características de la recta numérica.

Al final de la clase cada docente plantea el desafío de que traten de encontrar la fracción más pequeña posible, distinta del 0, para que así en la próxima clase la puedan dibujar en la recta numérica. Pide que en la próxima clase cada alumna y alumno traiga anotada en un papel esa fracción.

Clase 6

El profesor o profesora retoma el desafío planteado en la clase anterior de encontrar la fracción más pequeña posible. Da un par de minutos para que quienes no han traído ninguna fracción escrita piensen en una. Luego, pide a varios alumnos que le digan la fracción que creen ellos es la más pequeña y las escribe en el pizarrón. Si alguien propone una fracción que no sea unitaria, por ejemplo 4/100, el profesor responde que si alguien puede imaginar una fracción más pequeña que esa y que tenga igual denominador. Se espera que los alumnos lleguen a la conclusión de que, de existir la fracción más pequeña posible, esta tiene que ser unitaria, dado que si se propone como candidata la fracción a/b con a $\neq$1, la fracción 1/b es siempre más pequeña.

Una vez descartadas las fracciones no unitarias, se espera que los alumnos rápidamente concluyan que la fracción unitaria más pequeña es aquella que tiene el denominador mayor (puesto que se ha dividido el entero en más partes). Una vez que los estudiantes han llegado a esta conclusión, la profesora propone que cada vez vayan diciendo una fracción más pequeña que la anterior, y las va anotando en la pizarra. Después de han dicho cuatro o cinco fracciones, es probable que varios alumnos lleguen a la conclusión de que tal fracción no existe, dado que el denominador se puede agrandar tanto como se quiera, y por tanto no hay un cantidad mínima, sino que dada una cantidad muy pequeña, siempre podemos encontrar otra que todavía lo sea más.

Luego, sin borrar del pizarrón las últimas fracciones anotadas, cada docente puede plantear el siguiente desafío: ¿Sabrían encontrar el número que sigue al 1? Si alguien dice el 2, el profesor aprovecha de decir en voz alta que él cree que entre el 1 y el 2 hay otros números, y preguntar a los alumnos si se les ocurre alguno. En caso de que estén muy perdidos, el profesor(a) puede sugerir que formen números mixtos utilizando la unidad y una de las fracciones escritas en la pizarra y que digan si son o no mayores que 1, los escribe en la pizarra y pide que identifiquen cuál de esos números es el más pequeño, y solicita que inventen otro número que sea más grande que 1, pero más pequeño que los escritos en la pizarra, y si es posible, que traten de encontrar el número mayor que 1 más pequeño posible. El docente guía la discusión relacionando el hecho de que al no haber una fracción que sea la más pequeña de todas, tampoco hay ningún número que sea el que sigue al 1, y por tanto no hay siguiente. Esto sucede para todos los números, entonces si se tienen fracciones, la noción de sucesor desaparece, así como no hay una longitud que siga a la otra.

Luego de la discusión, la profesora o profesor recuerda qué es la recta numérica y cómo se sitúa un determinado número en ella, sabiendo la posición de la unidad. Puede plantear un problema en el pizarrón, donde dibuja dos rectas numéricas señalando en cada una de ellas el 0 y el 1 y les pregunta dónde situarían el 3, dónde situarían el 1/3 y dónde situarían el 2/3. Hace pasar al pizarrón tres alumnos(as), de forma que señalen en la recta los puntos que corresponden a dichas cantidades.

Se reparte la **Ficha 7** y se plantea que hagan la **Actividad 16**. Inicialmente, es probable que a más de un alumno le cueste situar los primeros puntos. El profesor(a) puede apoyar a los alumnos con mayores dificultades diciéndoles que si no saben el número que corresponde a la primera marca de la recta numérica, entonces que tomen la distancia del 0 a esa marca y traten de ver cuántas veces cabe en la unidad. Si cabe 4 veces, entonces es que esa distancia es $\frac{1}{4}$ de la unidad , y si esa distancia es $\frac{1}{4}$ de la unidad, entonces, ¿qué número le corresponde a la marca? Se sugiere realizar la corrección de la actividad haciendo pasar alumnas y alumnos voluntarios al pizarrón.

Luego, se trabaja la **Actividad 17**, sugiriéndoles que copien la unidad en una tira de papel y la utilicen para poder situar con precisión las cantidades solicitadas en la recta numérica. Al representar dichas cantidades, los estudiantes van a encontrar que hay varias cantidades que se corresponden a un mismo punto, sin embargo, tal como se estudió, en la recta numérica la asociación entre un punto y una cantidad es biunívoca, lo que significa que a cada cantidad le corresponde una sola posición en la recta y que a cada punto de la recta se le asocia una única cantidad. Entonces, ¿qué esta pasando? Es importante que los alumnos tengan la oportunidad de reflexionar en este punto, de tal forma que comparen aquellas cantidades que corresponden a un mismo punto y que se den cuenta de que son equivalentes. Una vez ubicadas las fracciones en la recta se espera que alumnas y alumnos las ordenen utilizando el criterio de la distancia al 0, o sea, que cuanto más cerca del cero, más pequeña es la cantidad y cuanto más lejos, más grande.

La **Actividad 18** está relacionada con la tarea matemática de determinar la unidad de la recta numérica a partir de un punto dado. Los casos **A** y **B** no debieran presentar mayores dificultades para los alumnos, dado que en el primero basta con duplicar la distancia del $\frac{1}{2}$ para obtener la unidad, y en el segundo basta con determinar la tercera parte de la distancia desde el 0 al 3. Sin embargo, los casos **C** y **D** son distintos, ya que los puntos dados corresponden a fracciones no unitarias, de forma que para determinar la unidad, primero se debe determinar la posición de la fracción unitaria con igual denominador que la fracción dada. Por ejemplo, en el caso **C** se tiene la posición del $\frac{3}{4}$, entonces, para completar la unidad falta añadirle $\frac{1}{4}$, pero ¿cuánto es un cuarto? El profesor(a) puede sugerir que dividan la distancia del $\frac{3}{4}$ a la unidad en tres partes iguales y que determinen cuánto mide cada una de las partes. Si con tres partes iguales llego a $\frac{3}{4}$ puedo saber que cada parte es $\frac{1}{4}$, entonces puedo ubicar el $\frac{1}{4}$, que corresponde a la primera marca y luego repito cuatro veces esa longitud para obtener la unidad. El mismo razonamiento sirve para el caso **D**, pero en esta ocasión al no haber ninguna otra marca hace que el problema sea más difícil.
La **Actividad 19** es individual. A estas alturas del estudio se espera que alumnos y alumnos no tengan mayores dificultades para resolver esta actividad, de manera que da oportunidad al docente de fijarse si es que hay alumnos que tienen dificultades para realizar la actividad, puesto que eso significa que probablemente no han entendido las actividades anteriores, en cuyo caso habría que volver a repasarlas, y enfatizar que la recta numérica es muy similar a una regla y que para situar los números en la recta se sigue la misma lógica que en la regla.

Cierre de la etapa 3

- La unidad de medida de longitud es el metro y se abrevia (m). Para medir largas distancias se usa la unidad kilómetro que son 1000 m, mientras que para medidas pequeñas se usan los centímetros (cm) que son la centésima parte de un metro y los milímetros (mm) que son la milésima parte de un metro.
- La recta numérica es una forma de asociar cada número a un punto de la recta, similar a la regla, que permite representar los números dibujando una línea recta. Al inicio de la línea se le llama origen y se designa con el 0. La distancia que hay entre el punto que representa al 0 y el punto que representa al 1 es la unidad de longitud de la recta. El número que se le asocia a cada punto de la recta es la distancia de ese punto al punto de origen, medida con dicha unidad de longitud.
- Entre dos números de la recta siempre es posible encontrar otros. Esto se debe a que no hay una fracción que sea la más pequeña posible.
- Una manera de ordenar fracciones es representándolas en la recta numérica, dado que en la recta numérica las cantidades quedan representadas de menor a mayor, según sea la distancia a la que se encuentran del origen de la recta.
- Si al representar dos cantidades en la recta numérica estas quedan en una misma posición, es que ambas cantidades son equivalentes.

Etapa 4

En esta etapa se desarrolla un procedimiento aritmético sistemático que, dadas dos cantidades fraccionarias, permita expresar ambas cantidades utilizando fracciones con denominadores iguales (o sea, con denominador común). Este procedimiento, que utiliza de la amplificación y del producto de denominadores, sirve de base para construir el algoritmo convencional de comparación de fracciones. Al final de la etapa se propone un conjunto de actividades en que los alumnos y alumnas deben comparar fracciones con distintos denominadores, donde la relación entre algunos de los denominadores de las fracciones hace difícil que tengan éxito en las comparaciones utilizando algún otro tipo de procedimiento que no sea el algoritmo convencional.

Las tareas matemáticas de la etapa son:

- Desarrollan el procedimiento de amplificación de fracciones como método de encontrar fracciones equivalentes y una justificación de dicho procedimiento.
- Determinan una forma de expresar dos cantidades fraccionarias mediante un mismo denominador.
- Resuelven problemas que involucran comparar y establecer equivalencias entre cantidades fraccionarias.

Clase 7

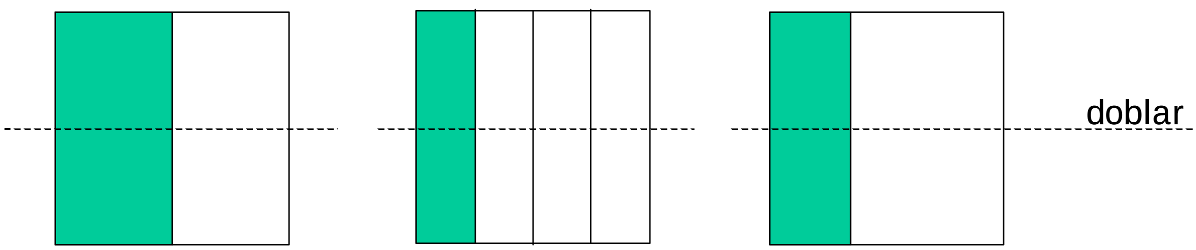
La etapa se inicia recordando al curso el problema de buscar algún método para obtener fracciones equivalentes abordado en la Actividad 19 de la clase anterior y recuerda algunos de los métodos desarrollados por los alumnos. También puede recordar alguno de los métodos que desarrollaron en la Actividad 7 de la clase 2. Distribuye la **Ficha 9** y pide a una alumna y a un alumno que lean en voz alta la conversación de Amelia y Tomás, mientras el resto sigue la lectura; propone a los alumnos que discutan con su compañero la conversación entre Amelia y Tomás y respondan a las preguntas de la actividad.

El propósito de esta actividad es que discutan sobre si el procedimiento de amplificar es el mismo que el de multiplicar. Es muy frecuente que los alumnos confundan ambos procedimientos, dado que en ambos casos se multiplica, de forma que es probable que si usted pide que amplifiquen una fracción por 2 y luego les pregunta qué hicieron, algunos respondan que duplicaron la fracción, estableciendo una contradicción, ya que por un lado la fracción amplificada es equivalente a la primera y por tanto designa la misma cantidad, pero por otro lado se ha obtenido multiplicando por dos el numerador y el denominador, de manera que es a su vez el doble de la primera.

Una forma de lograr que alumnas y alumnos resuelvan esta contradicción es que profundicen en el significado de qué sucede cuando se multiplica por dos el numerador de una determinada fracción, y luego qué sucede cuando se multiplica por dos el denominador, puntos que se abordan en la **Actividad 21.**

Sugerimos que deje unos minutos para la discusión en la **Actividad 20** y que deje dicha actividad sin corregir, y en lugar de eso plantee a los alumnos que desarrollen la Actividad 21; una vez concluida, retoman las preguntas planteadas en la Actividad 20.

La Actividad 21 plantea que representen las fracciones ½, 1/3 y ¼ en papel lustre, pero utilizando solo dobleces verticales, tal y como muestra el dibujo y luego doblen por la mitad, horizontalmente, los tres papeles lustre, y respondan las fracciones que representan las zonas achuradas de cada papel lustre.



Se espera que los alumnos, después de doblar los papeles lustres por la mitad, respondan que en esta nueva situación las fracciones representadas son 2/4, 2/6 y 2/8. Las preguntas de la actividad tienen la intención de ayudar a los estudiantes a la reflexión sobre que pese a que la nueva situación puede expresarse mediante otras fracciones, la cantidad de área achurada no ha aumentado ni disminuido, de forma que las nuevas fracciones obtenidas siguen expresando la misma cantidad que las antiguas, y que por tanto son equivalentes a las fracciones iniciales.

Es verdad que al doblar por la mitad los papeles lustre en forma horizontal, cada una de las partes queda dividida en dos, y por tanto si antes teníamos una parte achurada, ahora tenemos dos. En este sentido, no es del todo incorrecto considerar que la cantidad de partes se ha duplicado, dado que hemos pasado de tener una sola parte achurada en cada figura a tener dos. Sin embargo, el área achurada no ha cambiado, debido a que si bien se ha duplicado el número de partes achuradas, las nuevas partes son más pequeñas. De hecho, tienen justo la mitad del tamaño que tenían antes de doblarlas. O sea, tenemos el doble de partes, pero de la mitad del tamaño, con lo cual en realidad tenemos la misma área achurada del inicio. Este procedimiento se puede relacionar con el de Amelia, pensando que justamente lo que sucede al duplicar el numerador es que la cantidad se duplica, dado que tomo el doble de partes, pero luego duplicamos el denominador, de forma que la cantidad de partes en que se divide el entero pasa a ser el doble, lo que significa que las nuevas partes tienen la mitad del tamaño.

Lo mismo sucede al amplificar por cuatro, ya que se cuadruplica la cantidad de partes, pero a su vez cada una de las nuevas partes son la cuarta parte de las originales. Se espera que alumnas y alumnos relacionen el procedimiento de amplificar con el de dividir cada parte en partes más pequeñas, modificando la fracción, pero no la cantidad. Propiciar dicha reflexión es precisamente el objetivo que tienen las preguntas del apartado b) de la actividad, preguntas que se espera que, además de responder, las comprueben con las piezas que se usaron en la primera etapa.

Es habitual referirse a una amplificación usando el término multiplicación, cosa que además de ser incorrecta suele confundir a los alumnos. De manera que le sugerimos que sea muy cuidadoso en el lenguaje que emplea al amplificar fracciones. Amplificar por 7 una fracción no es multiplicarla por 7.

Luego, se propone que los alumnos ejerciten la técnica de amplificar resolviendo individualmente los ejercicios de la **Actividad 22**. Luego, cada docente sistematiza el procedimiento de amplificar y una correcta interpretación del mismo.

Clase 8

El profesor inicia la clase preguntando a los alumnos si recuerdan qué significa amplificar una fracción y qué características tiene la fracción amplificada. Pide que den un par de ejemplos en voz alta y/o en el pizarrón. Distribuye la **Ficha 10** y pide que respondan individualmente la **Actividad 23.**

El propósito de esta actividad es que los estudiantes logren desarrollar un procedimiento numérico para comparar fracciones con distintos denominadores. En el apartado a) aparecen una lista de fracciones a amplificar, de tal forma que todas las fracciones amplificadas tengan denominador 12. En esta etapa se espera que los alumnos sean capaces de amplificar las fracciones sin necesidad de recurrir a material concreto o a representarlas, sino que utilicen la técnica de amplificación, por lo que sugerimos que los alumnos no tengan disponible material concreto para responder en esta actividad. De todas formas queda a criterio del docente permitir que si algún alumno(a) no es capaz todavía de amplificar fracciones usando el procedimiento de amplificación, use sus propias representaciones o material concreto, pero no sin que haya intentado antes realizar la actividad sin material concreto y con apoyo de su compañero.

En el apartado **b)** de la actividad se solicita ordenar una lista de fracciones con distintos denominadores, de menor a mayor. Sin embargo, la mayoría de fracciones que aparece (de hecho todas salvo el 2/3), son las mismas fracciones que se amplificaron en la actividad anterior. Se espera que alumnas y alumnos se den cuenta de que son las mismas y se les ocurra recurrir a las fracciones amplificadas con denominador 12 para realizar la ordenación, y que para comparar el 2/3 lo amplifiquen por 4, de modo de obtener una fracción con denominador 12.

Creemos que es importante que, una vez establecido el orden de las fracciones equivalentes, se ordene la lista inicial de las fracciones, ya que de ese modo se refuerza la idea de que el problema inicial era el de ordenar fracciones expresadas con denominadores distintos, y que para poder resolverlo se usó el recurso de amplificar las fracciones de la lista de forma que todas las fracciones equivalentes obtenidas tuviesen denominadores iguales. Ese procedimiento fue el que nos permitió ordenar una lista que, inicialmente, sin amplificar las fracciones, no nos era posible de ordenar.

En el apartado **c)** se espera que, para comparar las cantidades, alumnas y alumnos sean capaces de recorrer las listas de fracciones equivalentes en busca de aquella pareja de fracciones equivalentes que tengan denominadores iguales. Es decir, que para comparar 5/7 con 4/5 recorran simultáneamente la lista de fracciones equivalentes a 5/7 y a 4/5 en busca de encontrar dos fracciones, una en cada una de las listas, de forma que ambas tengan denominadores iguales, en este caso 25/35 y 28/35 y luego comparen ambas fracciones, de modo que entonces puedan establecer que 5/7 es menor que 4/5.

Finalmente, en el apartado **d)** se propone al curso que comparen tres parejas de fracciones sin ningún apoyo. Se espera que sean capaces de encontrar aquellos factores de amplificación que les permitan obtener fracciones amplificadas con denominadores iguales o bien, que amplifiquen cada una de las fracciones para generar listas de fracciones equivalentes y luego procedan a comparar siguiendo el mismo procedimiento que en el apartado c). La actividad concluye con una puesta en común de los resultados, destacando que en todos los casos, para poder comparar las fracciones se han tenido que expresar primero mediante fracciones equivalentes con denominadores iguales.

Luego, se propone que realicen la **Actividad 24**. El propósito de esta actividad es introducir la noción de simplificación y que los alumnos relacionen esta noción con la amplificación, entendiendo que simplificar es justamente el proceso inverso al de amplificar.

La clase finaliza con una pequeña síntesis donde se recoge lo aprendido; luego, en parejas, responden a las preguntas formuladas en la **Actividad 25.**

Clase 9

Como ya se vio en la clase anterior, un procedimiento numérico que permite comparar fracciones con denominadores distintos es el de amplificar una o ambas fracciones hasta encontrar una pareja de fracciones que tenga denominadores iguales y que sean equivalentes a las fracciones que se desea comparar. El problema es que si no se dispone de algún tipo de procedimiento que permita encontrar dichas fracciones, la búsqueda puede resultar muy larga y engorrosa. Por tanto, es necesario desarrollar algún método que, dadas dos fracciones cualesquiera, permita expresar ambas cantidades mediante fracciones equivalentes de forma tal que las dos fracciones resultantes tengan denominadores iguales.

Existen diversos métodos que permiten hacerlo, y que son estudiados dentro de la enseñanza básica. Sin embargo, rara vez los alumnos se ven enfrentados a resolver problemas cuyo propósito es justamente el de desarrollar uno de estos métodos.

Los distintos métodos que habitualmente se estudian son:
- El "producto de denominadores".
- El "mínimo común múltiplo de los denominadores".
- Simplificar ambas fracciones hasta que sean irreductibles, para luego volver a amplificarlas, utilizando el mínimo común múltiplo de los denominadores.

De los tres métodos hemos escogido el primero, dado que suele ser el más económico, ya que la búsqueda del mínimo común múltiplo conlleva todo un procedimiento relativamente largo y no evita el tener que amplificar las fracciones. Respecto al procedimiento de simplificar primero las fracciones a comparar, dicho procedimiento es de hecho todavía más complejo y engorroso, ya que primero debemos determinar el máximo común divisor entre el numerador y el denominador de cada fracción, luego simplificar las fracciones, y buscar nuevamente el mínimo común múltiplo. Además, este método tiene el agravante de que es posible que uno de los factores que haya que utilizar para amplificar una de las fracciones termine siendo el mismo factor por el cual se ha dividido el numerador y denominador de la fracción al simplificarla.

Por otro lado, el hecho de trabajar con las nociones de múltiplos y divisores en fracciones puede llevar a confusiones a los alumnos, puesto que resulta que en las fracciones dichas nociones no tienen sentido. Dadas dos fracciones cualesquiera, siempre es posible encontrar una tercera tal que al multiplicarla por la primera sea igual a la segunda. Esto significa que todas las fracciones son múltiplos entre sí y todas las fracciones son divisoras entre sí. Es decir que la noción de múltiplo y divisor, tan llena de significado en los naturales, carece de sentido en los racionales.

También existe un método ampliamente difundido en el ámbito escolar para comparar fracciones, que es de hecho una reducción del método de los "producto de denominadores", conocido como "los productos cruzados". Si bien, dicho método resulta ser muy económico (basta con calcular los productos del numerador de la primera fracción por el denominador de la segunda y viceversa, y luego comparar el resultado de ambos productos) a su vez esconde toda la problemática que hay detrás de la comparación de las fracciones y resulta difícil relacionarlo con las propiedades de las fracciones; por ello tampoco recomendamos su uso en esta Unidad. En el desarrollo de los fundamentos centrales se puede encontrar una descripción más detallada del mismo (pág. 29) y de cómo justificarlo.

Visto lo anterior, queda justificada nuestra elección de utilizar el método conocido como "producto de denominadores" para comparar cantidades, siempre y cuando no se sea capaz de predecir los factores de amplificación a simple vista. Dicho método consiste en que dadas dos fracciones cualesquiera con distintos denominadores, se amplifica la primera fracción por un factor igual al denominador de la segunda y viceversa, con el fin de obtener dos fracciones equivalentes a las primeras, pero con denominadores iguales. El desarrollo detallado del método y su justificación se puede encontrar en el desarrollo de las ideas centrales de esta Unidad (págs. 28-30)

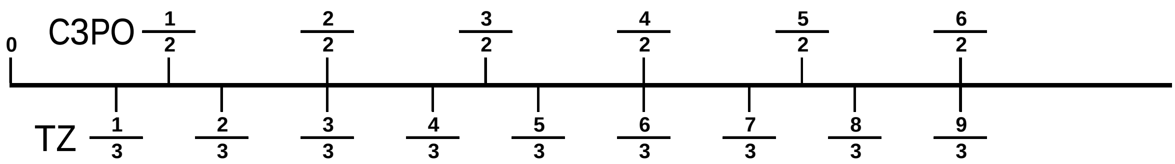
La clase se inicia presentando el problema del robot barredor, de la **Ficha 11**. Es importante que cada docente se detenga a plantear el problema, asegurándose de que alumnas y alumnos lo entienden.

Para poder resolver el siguiente problema planteado:

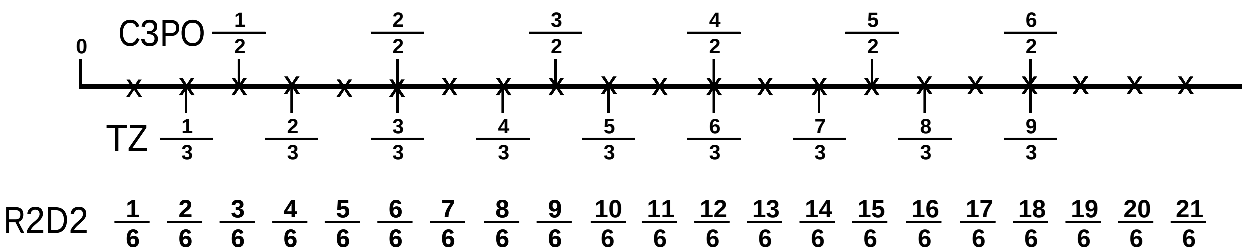
"Si el robot C3PO está programado para andar por la recta numérica con pasos de ½ unidad, y el robot TZ para andar con pasos de 1/3 de unidad, ¿con qué largo de pasos hay que programar a R2D2 para que pase por todos los puntos de la recta por los que pasa C3PO y TZ"? :

Hay que buscar una determinada fracción tal que, al ir iterándola sobre la recta numérica, pase por todos los "tercios" de la recta y, a su vez por todos los "medios". Una vez encontrada dicha fracción, en este caso 1/6, podemos afirmar que entonces cualquier fracción que tenga como denominador el 3 o el 2 puede ser expresada mediante una fracción equivalente, pero con denominador 6.

Esto se puede ver más fácilmente si se representan las pisadas de cada robot sobre la recta:



Si ahora se busca con qué paso hay que programar a R2D2, observando el dibujo se puede deducir que R2D2 tiene que pasar por 1/3, luego por ½ y luego por 2/3, y además que ½ es justamente el punto medio entre 1/3 y 2/3, distancia que obviamente es 1/3. Así, un candidato es justamente la mitad de 1/3, que es 1/6. Probemos entonces con esa distancia, marcando una cruz por donde pasará R2D2 si se programa con pasos de 1/6:



resulta ser que dicha distancia sirve. Una vez encontrada la distancia, podemos afirmar que todos los puntos de la recta por los que pasan C3PO y TZ se pueden escribir utilizando fracciones con denominador 6. O sea, que podemos decir que el denominador 6 es un "común denominador" a los "medios" y los "tercios", ya que cualquier "medio" o "sexto" puede ser expresado mediante una fracción con denominador 6. Este problema permite dar una idea muy clara de qué se entiende por buscar un "común denominador".

Ahora bien, no siempre resulta tan sencillo determinar el paso de R2D2, por ejemplo, en el caso de que C3PO esté programado con un paso de 5/7 y TZ con un paso de 3/5 es muy difícil lograr determinar el paso con el que hay que programar R2D2 a partir del dibujo de los pasos sobre la recta de C3PO y TZ.

En ese caso se puede hacer el siguiente tipo de razonamiento; con pasos de 1/7 se pasa por todos los puntos por los que pasa C3PO, y con pasos de 1/5 se logra pasar por todos los puntos por los que pasa TZ. Si se escoge como paso 1/(7x5), es decir, la fracción unitaria cuyo denominador es el "producto de los denominadores" (de ahí procede el nombre de ese método) o sea 1/35, entonces se puede asegurar que con ese paso, R2D2 pasará por todos los "séptimos" y por todos los "quintos", ya que al dar cinco pasos pasará por la fracción 5/35, fracción que es equivalente a 1/7 y al dar siete pasos pasará por la fracción 7/35, fracción que es equivalente a 1/5. O sea, que podemos asegurar que el denominador 35 es un "denominador común" a los denominadores 5 y 7.

También, es posible llegar a establecer la solución general al problema de encontrar un común denominador haciendo el razonamiento siguiente: ¿Qué divisiones de la unidad en partes iguales me permiten formar séptimos de unidad? Obviamente, una de las divisiones es en siete partes iguales, o sea, en séptimos. Ahora bien, ¿es esta la única división de la unidad que me permite formar séptimos? La respuesta es que no, no es la única. Por ejemplo, si se divide la unidad en 14 partes iguales, también es posible formar séptimos, basta para ello que se junten dos catorceavos. Sucede algo similar al dividir la unidad en 21 partes iguales, y de hecho al dividir la unidad en cualquier múltiplo de siete. O sea, que podremos formar séptimos siempre y cuando el total de partes en que se haya subdividido la unidad sea múltiplo de siete. Al tratar de buscar aquellas divisiones de la unidad que permitan formar quintos, pasa exactamente lo mismo, o sea, se podrán formar quintos siempre y cuando la unidad haya sido dividida en un número de partes que sea múltiplo de 5. De forma que si necesitamos dividir la unidad en una determinada cantidad de partes, tal que con ellas se puedan formar quintos y séptimos, entonces tenemos que dividir la unidad en una cantidad de partes que sea múltiplo de cinco y siete. En particular, uno de estos múltiplos es justamente el producto de 7x5 (o sea, el producto de denominadores), 35, pero en realidad sirve cualquier múltiplo de 35.

Por supuesto, el propósito de este problema no es que los alumnos de quinto año básico lleguen a probar que una forma de encontrar el "denominador común" a dos fracciones dadas es realizando el producto de los denominadores. Más bien, se espera que vean que efectivamente el producto de los denominadores cumple con la propiedad de ser "denominador común" a ambas fracciones y que comprendan el significado de ser "denominador común" de dos fracciones dadas.

Al finalizar la actividad, se propone corregirla mediante una puesta en común; sugerimos que cada docente haga una síntesis de lo que se ha realizado introduciendo las palabras "denominador común". De manera que puede decir a los alumnos que aquel denominador que permite expresar a la vez cualquier "quinto" y cualquier "tercio", se llama "denominador común" de los quintos y los tercios, y una forma de encontrarlo es haciendo el producto de los denominadores, que en este caso es 5 x3, o sea, 15.

La **Actividad 28**, propone un problema que, para ser resuelto, alumnas y alumnos deben ir comparando parejas de fracciones sucesivamente, para llegar a determinar finalmente cuál es la fracción mayor del conjunto.

Respecto a las parejas de fracciones que aparecen, hay algunas en que ambas fracciones son unitarias, otras en que ambas fracciones tienen un mismo denominador, otras en que ambas fracciones tienen distinto denominador, pero una es mayor que la unidad y la otra menor, y fracciones con distintos denominadores y ambas menores o mayores que la unidad.

Se espera que alumnas y alumnos utilicen diversas técnicas para comparar las parejas de fracciones. Así, en el caso de que ambas fracciones tengan un mismo denominador, comparen los numeradores. En el caso de que sean unitarias comparen los denominadores. En el caso de que una sea mayor a la unidad y otra menor, sean capaces de reconocer la que es mayor y la que es menor, comparando el numerador con el denominador de cada fracción. Finalmente, en el caso de que no se pueda aplicar ninguno de los criterios anteriores, se espera que amplifiquen ambas fracciones, multiplicando el numerador y denominador de la primera por un factor igual al denominador de la segunda y viceversa.

Se propone corregir la actividad mediante una puesta en común viendo los diversos procedimientos que se utilizaron para comparar las fracciones en cada caso y destacando los procedimientos más pertinentes para comparar cada una de las parejas de fracciones que aparecen en el problema.

Luego, la profesora o profesor destaca como método general (pero no siempre el más económico) para comparar fracciones, el método de amplificar las dos fracciones, utilizando como factores de amplificación el denominador de la segunda fracción para amplificar la primera y el denominador de la primera para amplificar la segunda, de forma que se obtengan dos fracciones equivalentes a las primeras, pero con denominadores iguales, y llama a dicho método “producto de denominadores”.

Escriba una tabla en la pizarra similar a la siguiente:

MÉTODOS PARA COMPARAR FRACCIONES

Tipo de fracciones	**Método**	**Es mayor la fracción que tiene**
Fracciones unitarias	Comparación de denominadores	Menor denominador
Fracciones denominadores iguales	Comparación de numeradores	Mayor numerador
Fracciones denominadores distintos	Producto de denominadores	Amplificada con mayor numerador

Lo anterior, sin poner ni los métodos ni la respuesta de qué fracción es la mayor, sino que para llenar la tabla pregunta al curso. Una vez llena, deja un tiempo para que la copien en sus cuadernos.

Propone a los alumnos y alumnas que hagan individualmente la **Actividad 29**, con la intención de que ejerciten y se apropien de los métodos descritos.

Cierre de la etapa 4

- Al multiplicar el numerador y denominador por un mismo factor se obtiene una fracción equivalente. Dicho procedimiento se llama amplificación. La amplificación de fracciones y la multiplicación son procedimientos distintos y no hay que confundirlos.
- Al dividir el numerador y denominador de una fracción por un mismo divisor se obtiene una fracción equivalente. Dicho procedimiento se llama simplificación y es el inverso de la amplificación.
- Para comparar fracciones unitarias se comparan los denominadores, siendo mayor aquella fracción que tiene un menor denominador.
- Para comparar fracciones con denominadores iguales se comparan los numeradores, siendo mayor aquella fracción cuyo numerador es mayor.
- Para comparar fracciones no unitarias con distintos denominadores, se amplifica la primera por el denominador de la segunda y viceversa, de forma que se obtienen dos fracciones equivalentes a las iniciales, pero con denominadores iguales.
- El producto de denominadores siempre es un denominador común.

La etapa finaliza con la aplicación de la 2ª prueba parcial de la unidad. Una vez aplicada esta prueba, se sugiere que el profesor realice una corrección de la prueba en la pizarra, preguntando a niñas y niños los procedimientos que utilizaron, explicitando los errores más comunes cometidos y reforzando aquellos aspectos en que los alumnos presentaron mayores dificultades.

<u>Etapa 5</u>

Esta etapa extiende la problemática a la medición de cantidades de área. Al extender el problema de la medida a dos dimensiones, aparecen nuevos problemas que no existían en una dimensión. Uno de ellos es el de cómo saber si dos áreas son o no equivalentes. En el caso de las longitudes, ver que dos longitudes dadas son equivalentes es un problema trivial, dado que basta con que al superponerlas coincidan. Sin embargo no sucede la misma situación con el área, dado que el hecho de que dos figuras posean una misma área no significa por ello que sean iguales y por tanto, la técnica de superponer las figuras para ver si tienen la misma área o no, fracasará la mayoría de las veces. Para poder cuantificar áreas, es necesario desarrollar ciertos procedimientos y habilidades adicionales a los trabajados para cuantificar longitudes.

Ello supone enfrentar a los alumnos y alumnas a situaciones problemáticas que pongan de manifiesto la necesidad de desarrollar estos nuevos procedimientos necesarios para la cuantificación de áreas.

En esta etapa se pretende que los alumnos desarrollen la habilidad de cuantificar la fracción que representa una determinada área achurada de una figura. La primera actividad de la etapa pretende poner de manifiesto las limitaciones que tiene la definición de fracción del modelo parte/todo sustentado en las razones ($^{\text{partes consideradas}}/_{\text{total de partes}}$) para resolver los problemas de cuantificación de áreas, y ver cómo la definición de fracción desde el modelo de la medida resulta muy apropiado para estos fines. Luego se proponen un conjunto de actividades de cuantificación de áreas de diversas figuras y de dibujo de áreas. La etapa termina con el problema de cuantificar el área de cada una de las piezas del Tangrama y se pide a los alumnos que fabriquen su propio Tangrama, incentivándolos a que traten de reproducir un conjunto de figuras.

Las tareas matemáticas de la etapa son:

- Cuantifican áreas de figuras o bien de partes de ellas.
- Representan cantidades de área fraccionarias mediante figuras.
- Desarrollan procedimientos que les permitan establecer si, dadas dos áreas, estas son equivalentes o no.

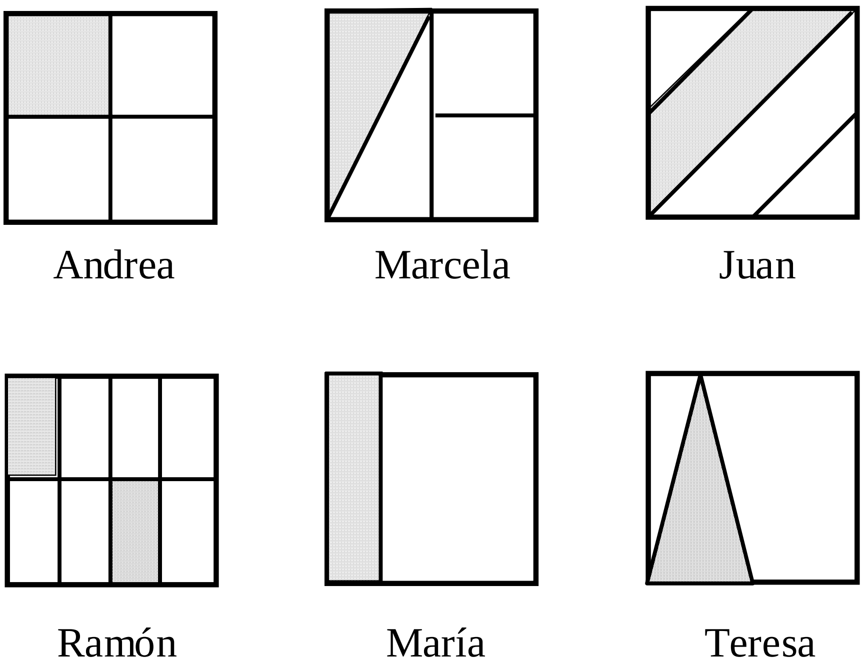
Clase 10

La clase se inicia planteando la **Actividad 30** de la **Ficha 12**. El propósito de esta actividad es el de problematizar a los alumnos respecto a la complejidad que introduce en el proceso de cuantificación el hecho de que las cantidades a cuantificar sean áreas en lugar de longitudes.

Con esta actividad se espera que alumnas y alumnos logren desarrollar ciertos procedimientos que les permitan saber cuantificar una determinada cantidad de área achurada de una figura.

La actividad plantea reconocer si una determinada área achurada dentro de un cuadrado representa la cuarta parte del cuadrado o no.

Las figuras de la actividad tienen la característica de que son variadas, y cada una de ellas ha sido elaborada con un determinado propósito.



Así, la figura de Andrea responde a la visión más clásica de qué es un cuarto, que es aquella parte que se obtiene al dividir la unidad en cuatro partes iguales y achurar una de ellas, definición que se enmarca dentro del modelo parte/todo.

Si bien es cierto que dicha definición se ajusta al dibujo de Andrea, y que es una definición muy útil para la producción de cuartos, sin embargo ni Marcela ni Ramón ni María ni Teresa, han dividido la unidad en cuatro partes iguales, por lo que según esa definición el área achurada de sus dibujos no representaría un cuarto.

Una forma de ampliar la definición es cambiando el *iguales* por *equivalentes en área*, de forma que la nueva definición quedaría en que un cuarto es la parte de la unidad que se obtiene al dividir esta en cuatro partes equivalentes en área. Esta nueva definición, más amplia que la anterior, incluiría como cuarto, además del dibujo de Andrea, el dibujo de Marcela, sin embargo, siguen quedando fuera los dibujos de Ramón, María y Teresa.

De hecho, observando el dibujo de Ramón y María queda claro que no se puede definir el cuarto en función del número de divisiones que se realizan de la unidad, ya que Ramón dividió la unidad en ocho partes iguales, mientras María la dividió en dos partes de tamaños distintos, y está claro que ambas cantidades son un cuarto de unidad.

Así, surge la necesidad de tener una definición de cuarto que sea independiente del número de divisiones que se realizan de la unidad. Una forma de resolver este problema es definiendo el cuarto desde el modelo de la medida, o sea, definir el cuarto por la medida que tiene. Esta definición es:

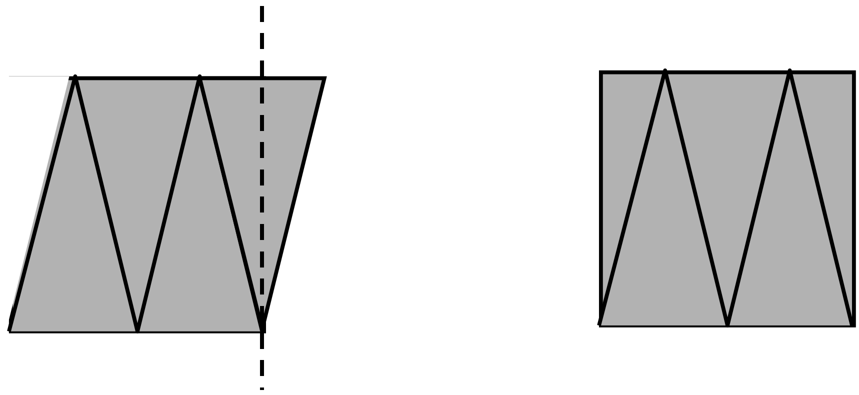
un cuarto de área es aquella cantidad de área que al repetirla cuatro veces se obtiene una unidad de área.

Definición que se ajusta a todos los dibujos, salvo el de Juan, y por tanto podemos decir que tanto el dibujo de Andrea, como el de Marcela, Ramón, María y Teresa, son cuartos, ya que al cuadruplicar el área achurada en cualquiera de ellos se obtiene una unidad de área, mientras que el dibujo de Juan no representa un cuarto dado que al cuadruplicar el área achurada de Juan se obtiene más de una unidad de área.

Obviamente que según esta definición resulta que al dividir la unidad en cuatro partes iguales, se obtienen cuatro cuartos, dado que al iterar cuatro veces cualquiera de las cuatro partes se obtiene la unidad.

Sin embargo, el caso de Teresa, si bien cumple con la definición, plantea un nuevo problema y es que no es obvio que con cuatro pedazos iguales al achurado se cubra exactamente una unidad de área, dado que por la forma de los pedazos no es posible reconstruir el cuadrado que representa la unidad. Como ya se ha mencionado, esta problemática no existía con las longitudes, dado que la única posibilidad de que dos longitudes fuesen equivalentes era que al superponer ambas longitudes coincidieran. Aquí tenemos que con cuatro piezas iguales a la dibujada por Teresa no es posible formar la figura que estamos considerando como unidad.

Entonces, ¿cómo podemos afirmar que la figura que dibujó Teresa es efectivamente un cuarto? Para ello es necesario demostrar que la figura que se obtiene al repetir cuatro veces la figura del dibujo de Teresa tiene también un área de una unidad. Para eso podemos cortar uno de los cuatro triángulos por su altura mayor y reubicar una de las mitades obtenidas de tal forma de cubrir la unidad.



Esta habilidad de saber ver si dadas dos áreas son equivalentes entre sí es muy necesaria a la hora de cuantificar áreas.

Por supuesto que el dibujo de Juan no representa un cuarto, dado que pese a que dividió el entero en cuatro partes y achuró una, al iterar cuatro veces la parte que achuró se obtiene una figura de mayor área que el entero.

Una vez que los alumnos hayan discutido sobre sus opiniones respecto a los dibujos, el docente dirige una breve puesta en común con la intención de que alumnas y alumnos escuchen las diversas opiniones que tienen. Entonces, el profesor(a) solicita voluntarios para que lean en voz alta el texto de la **Actividad 30**, y pide que discutan en parejas sobre las opiniones que tienen los distintos personajes y que respondan a las preguntas formuladas.

Después de una puesta en común de las respuestas, sugerimos que el profesor explicite la definición de un cuarto en base a la medida, y que reparta la **Ficha 11** para que los alumnos traten de cuantificar las diversas áreas de las figuras de la **Actividad 31**, empleando dicha definición.

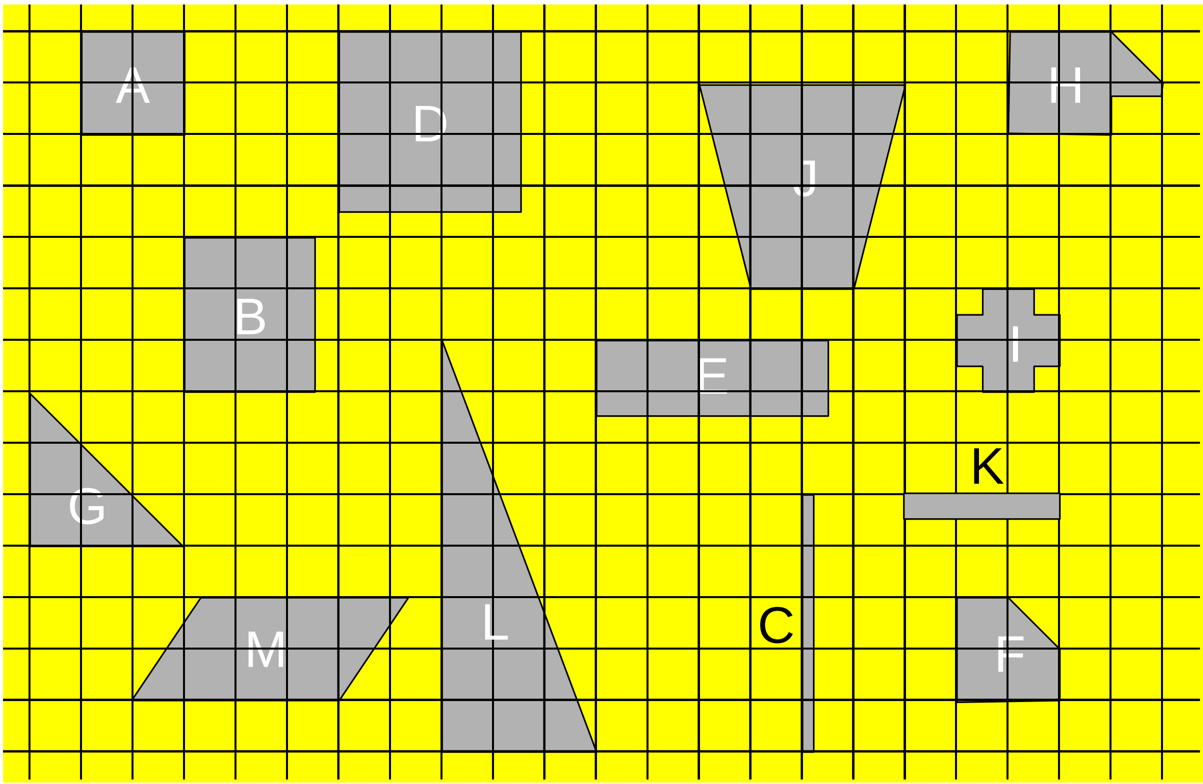
La **Actividad 32** propone a los alumnos que produzcan con papel lustre distintas áreas, pero que todas ellas sean de 1/8 del papel. La idea de esta actividad es que no solo reconozcan que dada una fracción de área existen una multitud de figuras que pueden representarse con esa área, sino que, además, sean capaces de producir ellos mismos diversas figuras distintas pero que tienen una misma área. De ese modo se espera que, al verse enfrentados a la tarea de producir distintas figuras con una misma área, asimilen dicha propiedad.

Clase 11

Sugerimos que inicie la clase recordando lo estudiado en la clase anterior, y en particular que pida al curso que expliquen un método para saber si una determinada área achurada de una figura corresponde a un cuarto de la figura o no.

Se reparte la **Ficha 14** y se pide a los alumnos que representen las fracciones de la **Actividad 33** en su cuaderno, utilizando como unidad un rectángulo de 4x3 cuadraditos.

Luego, por parejas, realizan la **Actividad 34**, en la que miden las áreas de las distintas figuras achuradas, utilizando como unidad de medida un cuadrado de la cuadrícula sobre la que están dibujadas.



Se espera que alumnas y alumnos no tengan inconvenientes en cuantificar el área de la **figura A**, dado que todos sus lados coinciden con el cuadriculado y por tanto, para cuantificarla basta con contar cuántos cuadros ocupa, o sea, 4 cuadrados.

En la **figura B** se espera que reconozcan que tiene más de seis cuadrados. De hecho, la figura ocupa seis cuadrados y tres mitades de cuadrado, dado que al juntar dos mitades de cuadrado se obtiene un cuadrado, entonces la medida del área es 71/2 cuadrados.

El área de la **figura C** es relativamente sencilla de obtener, dado que cada cuadrado de la figura está achurado ¼, así que el área de la figura es 5/4 de cuadrados o bien, 1 ¼. Sucede algo similar con la figura K, en este caso se tienen tres mitades de cuadrado achuradas, o sea, que el área es 3/2 de cuadrado o bien, 1 ½ cuadrado.

La **figura D**, además de los 9 cuadrados, tiene tres medios cuadrados a un lado y tres medios cuadrados al otro, además del pedazo de la esquina que es ¼. O sea, que el área es los 9 cuadrados completos, más los tres cuadrados que se pueden formar juntando las seis mitades, más el cuarto de cuadrado, lo que da un área de $12\ ^{1}/_{4}$ cuadrados.

En la **figura E**, al combinar las mitades de cuadrados más los cuadrados enteros resulta un total de 6 cuadrados completos más medio cuadrado y más un cuarto de cuadrado. Aquí no se espera que los alumnos resuelvan el problema expresando dichas áreas como fracción y sumándolas, sino que sean capaces de reorganizar los trocitos de área, de tal forma que sean capaces de medirla. De ese modo, si represento el medio y el cuarto de cuadrado que me sobran dentro de un mismo cuadrado, obtengo un área que no llega a completar el cuadrado. Es fácil darse cuenta de que el pedazo que queda por cubrir es justo ¼ del área del cuadrado (dado que al repetir dicho pedazo cuatro veces se obtiene la unidad), entonces el área achurada es ¾. También es posible darse cuenta de que es ¾ dividiendo el cuadrado en cuatro partes iguales, de tal forma que tres de las partes reproduzcan exactamente el área achurada.

La **figura F** es fácil de obtener su área, dado que no es necesario realizar ningún reordenamiento de la misma, siendo esta 3 1/2 cuadrados.

El área de la **figura G** se puede obtener añadiendo a los 3 cuadrados 3 medios cuadrados, lo que da un total de 4 ½ cuadrados. Otra forma de obtener el área es midiendo el área que se obtiene al juntar a G otra pieza igual a esta, de tal forma que todos los bordes de la nueva figura que se obtenga coincidan con las líneas del cuadriculado. En este caso se obtiene un cuadrado de 3x3, o sea, un área de 9 cuadrados, luego el área de G es la mitad de 9, o sea, 4 ½ cuadrados.

La **figura H** plantea un problema similar al de la figura E, dado que está formada por cuatro cuadrados enteros más medio y un cuarto del cuadrado, o sea, 4 ¾.

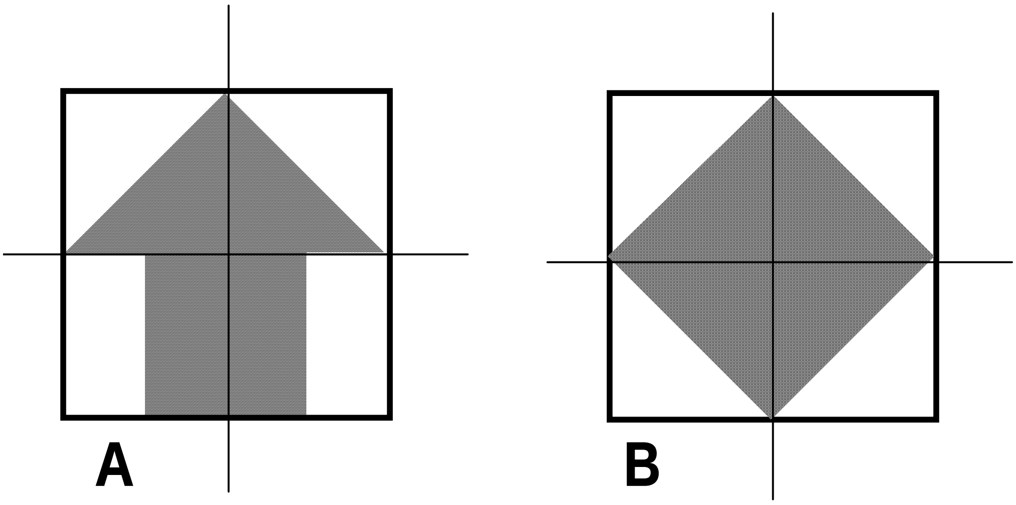
La **figura I** forma una cruz que ocupa 4 cuadrados, pero en cada cuadrado le falta ¼ del área, de forma que en realidad el área de la cruz son 3 cuadrados.

El área de las **figuras J** y **M** resultan más complejas de medir, ya que ambas figuras contienen pedazos achurados de cuadrados que resultan muy difíciles de cuantificar. En este caso es necesario utilizar el procedimiento de tratar de combinar los pedazos de cuadrado que quedan achurados para formar pedazos que sí sea posible cuantificar. En ambas figuras se puede cortar uno de los triángulos que forman todos los cuadrados parcialmente achurados de uno de los lados, darle la vuelta y encajarlo al lado opuesto de la figura. De ese modo se obtienen dos rectángulos, el J de 3x4 y el M de 4x2, o sea que el área de la figura J es de 12 cuadrados, mientras que el área de M es de 8 cuadrados.

Una vez finalizada la actividad, se hace una puesta en común de los resultados; individualmente, alumnas y alumnos realizan la **Actividad 35**, que consiste en cuantificar el área de cada una de las piezas del Tangrama, respecto a la superficie del Tangrama.

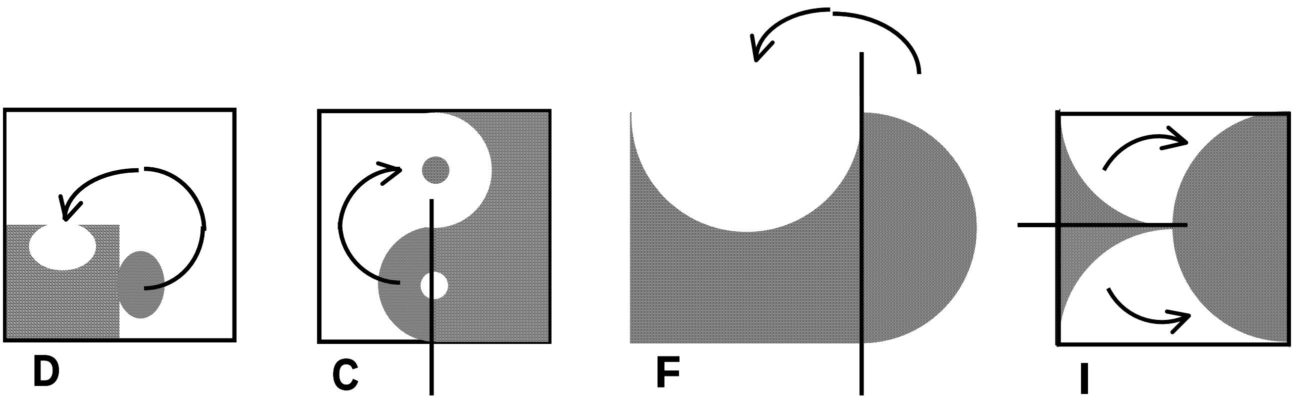
Finalmente, se propone que, por parejas, traten de medir cuánto representa el área achurada de diversas figuras respecto al cuadrado que las inscribe. El propósito de esta actividad es desarrollar la habilidad de reorganizar el área de una determinada figura achurada para obtener un área equivalente que sea fácilmente mesurable.

Para medir el área de las dos primeras figuras, basta con dividir la unidad en cuatro cuadrados iguales, de forma que se obtenga el dibujo



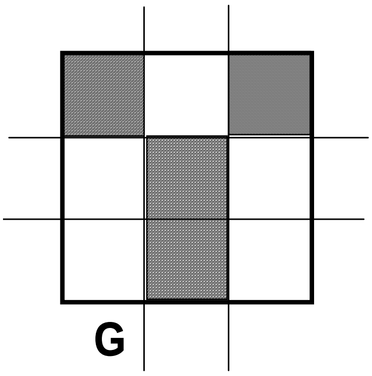
en el que se hace muy evidente que el área achurada es la mitad de cada cuarto de unidad. En ambos casos, reordenando los trozos achurados, con el área achurada se llega a cubrir justo la mitad del cuadrado, por lo que el área achurada es ½ de la unidad.

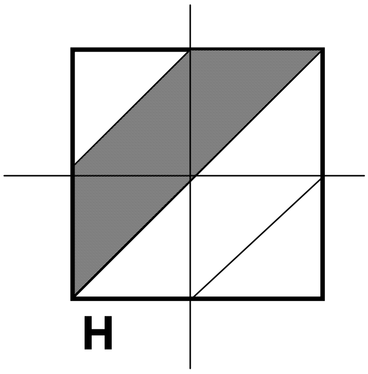
En el caso de las **figuras D, C, F** e **I**, para determinar el área es necesario ver que cortando determinadas partes de la figura y moviéndolas, es posible armar una figura cuya área resulta evidente.



De este modo, al reordenar la figura D, queda claro que se obtiene ¼ de unidad, mientras que al reordenar las figuras C, F e I, queda claro que el área de cada una de ellas es ½ unidad.

Respecto a las **figuras G** y **H**, una estrategia para cuantificar sus áreas, consiste en dibujar un cuadriculado sobre la unidad, de forma de dividirla en trozos más pequeños, tratando de que el dibujo de las áreas achurada coincida con la cuadrícula dibujada.

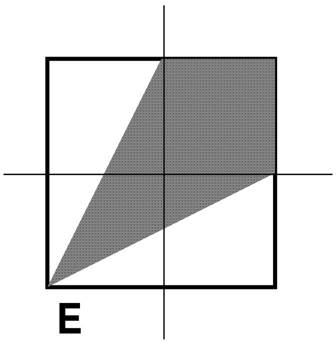


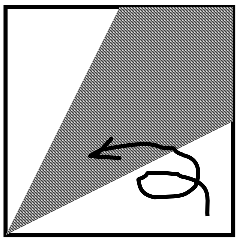


De ese modo, resulta fácil ver que en la figura G el área achurada representa 4/9 de la unidad, mientras que en el caso H representa 3/8 de la misma.

En realidad, la técnica del cuadriculado es una técnica que permite estimar aproximadamente la medida del área de cualquier figura, independientemente de su forma. La precisión con la que se obtendrá la estimación, depende del tamaño de los cuadrados del cuadriculado.

Finalmente, para establecer el área de la figura E, pueden usarse al menos dos procedimientos distintos de los estudiados; puede dividirse la figura en cuatro cuadrados y luego ver que uno de los cuadrados queda completamente achurado, mientras que reordenando los pedazos que quedan achurados de los otros tres cuadrados se cubre otro cuadrado, de modo que se obtienen dos cuadrados achurados y dos no, así que el área es ½ de unidad.





El otro procedimiento consiste en darse cuenta de que si damos vuelta uno de los triángulos no achurados de la figura y lo unimos con el otro por la hipotenusa, se nos forma un rectángulo que cubre exactamente la mitad de la unidad.

Es interesante reflexionar sobre que la percepción visual del tamaño de un área no depende exclusivamente del tamaño de esta, sino que hay en juego otros factores de carácter fisiológico. Por ejemplo, si se propone comparar las áreas de las figuras E, G y H, a simple vista el área de las tres figuras parecieran ser similares. Sin embargo, la figura E tiene más área que la G y esta a su vez tiene más área que la H. Por ello, para comparar áreas, es importante disponer de métodos que ayuden a cuantificar las áreas a comparar, más allá de la inspección visual.

La **Ficha Opcional** del Tangrama se propone para que los alumnos y alumnas que lo deseen puedan fabricar su propio Tangrama con papel lustre y jueguen a armar figuras con él. De hecho, el juego del Tangrama trata de obtener una determinada figura a partir de las piezas que la componen, de forma que desarrolla la habilidad de componer y descomponer áreas en determinadas figuras prefijadas, ya que se deben situar las piezas de tal forma de reproducir la figura deseada.

Cierre de la etapa 5

- Un cuarto de área es aquella cantidad de área que al repetirla cuatro veces da una unidad de área.
- Existen una infinidad de figuras que tienen una misma área, por lo que para cuantificar áreas es necesario ser capaz de reconocer cuándo dos figuras tienen una misma área.
- Un método para poder cuantificar el área de una determinada figura es dibujando una cuadrícula sobre ella, tratando que la cuadrícula coincida con la mayor parte de los bordes de la figura.
- Otro método para cuantificar el área de una figura, consiste en cortar la figura en partes y mover las partes, ordenándolas de forma tal que se obtenga una nueva figura de la cual es posible calcular el área. Este método puede ser aplicado junto con el anterior, para reordenar aquellos trozos de la figura que no coincidan con el cuadriculado que se dibujó.

Antes de realizar la evaluación sugerimos dedicar una clase para repasar aquellos aspectos y procedimientos más importantes estudiados. Para ello, se puede pedir a los alumnos que, por parejas, realicen las distintas actividades propuestas en la Ficha de Repaso.

Evaluación

En esta unidad se proponen tres instancias de evaluación. Una al finalizar la segunda etapa, otra al finalizar la cuarta etapa y una al finalizar el estudio de la unidad.

La 1ª prueba parcial de la unidad hace énfasis en la comparación de fracciones unitarias y de fracciones con iguales denominadores además de la reproducción y medición de cantidades de longitud, dada la unidad de medida.

En la 2ª prueba parcial se proponen problemas de medición de longitudes con regla milimetrada, situar puntos en la recta, amplificación y comparación de fracciones.

Finalmente, en la prueba global tratan los principales aspectos abordados en la unidad. Estos son; comparación de fracciones unitarias, comparación de fracciones con iguales denominadores, medición y reproducción de longitudes, ubicación de puntos en la recta numérica, amplificación y simplificación de fracciones, comparación de fracciones no unitarias con denominadores distintos, medición y determinación de áreas de figuras planas.

Una vez aplicada cada prueba, se sugiere que el profesor realice una corrección de la prueba en la pizarra, preguntando a niñas y niños los procedimientos que utilizaron, explicitando los errores más comunes cometidos y reforzando aquellos aspectos en que los alumnos presentaron mayores dificultades.

Para finalizar, destaque y sistematice nuevamente los fundamentos centrales de la Unidad y señale que estos se relacionan con aprendizajes que se trabajarán en Unidades posteriores.

. VI . PLANES DE CLASES

Plan de la Primera Etapa **UD Cuantificando y comparando medidas no enteras** **5º Básico**

Tareas matemáticas de la etapa

I. Reproducir cantidades de longitud no enteras expresadas mediante fracciones y/o números mixtos.
II. Comparar y ordenar cantidades de longitud no enteras con ayuda de material concreto.
III. Producir expresiones fraccionarias que representan una misma cantidad de medida (fracciones equivalentes).

Materiales: **Fichas 1** y **2**, set de piezas, set de tiras blancas, bolsa plástica, regla graduada (cm y mm) y tijeras. Set ampliado para usar en el pizarrón con masilla adhesiva.

Clase1:Trabajan con la **Ficha 1**. Inicialmente fraccionan una unidad en medios, tercios y cuartos (**Actividad 1**). Luego trabajan con un conjunto de piezas de diversos tamaños que caben un número entero de veces en la unidad (fracciones unitarias); relacionan la medida de cada fracción unitaria con la cantidad de veces que cabe en la unidad (**Actividad 2**).

Durante la Actividad 1 el profesor(a) se cerciora de que los estudiantes comprendan la forma en que está tabulada la información. Luego, antes de que corten las tiras, constata que sitúen correctamente las líneas correspondientes a los medios, cuartos y tercios, en la tira del color que corresponda. Una vez que hayan terminado de cortar las piezas y hayan escrito la medida de cada pieza en su interior, el profesor da inicio a la Actividad 2. Aquí se les pide a los alumnos que desprendan todas las piezas prepicadas de la planilla. Una vez desprendidas, les pide que completen la tabla. Una vez que la gran mayoría de estudiantes haya completado la tabla, pide a los alumnos que pongan en común sus respuestas, corrigiéndolas en caso que sea necesario. Luego les pide que relacionen los tamaños de las piezas con la cantidad de piezas necesarias para formar una tira-unidad, concluyendo que a medida que disminuye el tamaño de cada pieza aumenta la cantidad de piezas necesarias. Guardan las piezas en las bolsas y, a partir de la información de la tabla, ordenan de menor a mayor las fracciones unitarias, que corresponden a los diversos tipos de piezas. Luego, pide a los alumnos(as) que saquen una pieza de cada tamaño de la bolsa, las ordenen por tamaño de menor a mayor y contrasten ese orden con el que establecieron a partir de los datos de la tabla.

La clase continua con la **Actividad 3** dónde se pide a los alumnos que corten piezas de ciertas medidas. Para ello solo pueden tener a disposición una pieza de cada tamaño. Luego de realizar la actividad, el profesor(a) pide a algunos alumnos que salgan al pizarrón con el set ampliado para mostrar a los demás cómo lo hicieron.

Cierre de la clase 1

- Cuanto mayor sea la cantidad de piezas iguales que sacamos de una tira, más pequeñas son las piezas.
- Dado que para completar la unidad necesito cinco piezas de 1/5 de tira y solo cuatro piezas de 1/4 de tira, entonces ¼ de tira es mayor que 1/5 de tira.
- Una forma de producir una fracción determinada, por ejemplo 3/7, es iterar 3 veces la fracción 1/7 sobre la unidad.

Clase 2: Se trabaja con la **Ficha 2**. El profesor empieza proponiendo a los alumnos que ordenen de menor a mayor las cuatro listas de fracciones de la **Actividad 4**, tratando de no utilizar el material concreto. Después de que la mayoría de alumnos hayan terminado de responder a las preguntas, el profesor(a) dirige una puesta en común sobre los criterios utilizados para ordenar fracciones. De esta puesta en común se espera que queden definidos los criterios para ordenar fracciones con denominadores iguales y fracciones unitarias, y se manifieste la dificultad de ordenar fracciones no unitarias con denominadores diferentes sin disponer de material concreto para representarlas. Luego, se pide que, en parejas, jueguen el juego propuesto en la **Actividad 5**. A medida que las parejas van concluyendo el juego, inician la **Actividad 6**, donde, dada una pieza, construyen tantas franjas como sea posible de igual medida que la pieza, utilizando para cada franja piezas de un mismo tamaño. Una vez construidas todas las franjas posibles, los alumnos escriben la familia de fracciones equivalentes representada en la construcción. Se corrigen las respuestas de los alumnos antes de dar inicio a la **Actividad 7**. En esta actividad hay que propiciar que alumnas y alumnos desarrollen sus propios procedimientos para obtener nuevas fracciones equivalentes y discutan sobre su validez.

Cierre de la clase 2

El profesor(a) propone a los alumnos que por parejas respondan a las preguntas de la **Actividad 8** y luego se sistematizan las respuestas, poniendo énfasis en los puntos siguientes:

- *Al comparar y ordenar fracciones, concluyen que dadas dos fracciones:*
  - *con igual denominador, la fracción mayor es aquella que tiene el mayor numerador*
  - *unitarias, la fracción mayor es aquella que tiene el menor denominador*
  - *no unitarias con distinto denominador, necesitamos representarlas para compararlas*
- *Si dadas dos fracciones distintas, ambas expresan la misma cantidad de medida, entonces decimos que son equivalentes. Por ejemplo, ½, 2/4, 4/8 son fracciones equivalentes.*
- *Una forma de verificar si dos fracciones son o no equivalentes es representando la cantidad de medida que expresan. Si ambas cantidades son iguales entonces decimos que las fracciones son equivalentes. En caso contrario no lo son.*

Tareas matemáticas de la etapa - Miden y reproducen longitudes no enteras, con una unidad arbitraria de longitud. - Construyen y utilizan una regla para medir y reproducir longitudes. - A partir del objeto y de su medida, reconstruyen la unidad de medida utilizada en la medición. Materiales: **Ficha 3**, cintas, tijeras, scotch, papeles chicos para mensajes, **Ficha 4**: tira de cartulina y regla.
Clase3: Ficha 3. Miden longitudes no enteras y reproducen medidas de longitud no enteras con una unidad arbitraria de longitud. El profesor prepara en varias mesas adicionales distribuidas por la clase (sugerimos por lo menos 1 mesa por cada 8 alumnos) seis rollos de cinta en cada mesa y cuatro tijeras. cintas y propone a los alumnos que realicen la **Actividad 9**. Da la información a los alumnos de que para cortar las cintas solo pueden llevar la copia de la unidad de medida. Se asegura que cada pareja de alumnos disponga de unas tijeras y papeles chicos para cortar la copia de la unidad y scotch para pegar las cintas que vayan cortando, dado que la copia de la unidad y el pegado de las cintas deben realizarlo sentados en sus sitios. Luego, a medida que los alumnos terminan la copia de la unidad, estos pueden levantarse para ir a cortar las cintas. El profesor se cerciora de que los alumnos al ir a cortar las cintas llevan únicamente la unidad. En esta actividad los alumnos pueden realizar tantos viajes como necesiten. Luego una vez hayan finalizado la mayoría de los alumnos el profesor pide a los alumnos que realicen por parejas la **Actividad 10**. Les explica la actividad, enfatizando que esta vez cada alumno de la pareja debe entregar un mensaje en el que solo puede escribir letras y números con la información necesaria para que su compañero pueda cortar las cintas y que luego cada uno de los alumnos de la pareja tienen que ir con el mensaje de su compañero a cortar las cintas a sitios distintos llevando consigo únicamente el mensaje y la unidad. Una vez finalizadas ambas actividades se hace una pequeña puesta en común sobre como midieron las cintas y la información que escribieron en los mensajes con la intención de compartirlos procedimientos que fueron exitosos y las dificultades que tuvieron. Luego el profesor propone a los alumnos que, en forma individual realicen la **Actividad 11**, y va revisando que los alumnos manejen los procedimientos adecuados para reproducir las medidas, mientras hacen la actividad. Apoya aquellos alumnos que tienen más dificultades y luego pone en común los resultados, de los alumnos y anota los anota en la pizarra. **Cierre de la clase 3** ▪ Las fracciones nos permiten expresar cualquier longitud con un número, mientras que los números naturales no. ▪ La longitud de un objeto se especifica con un número y la unidad de medida utilizada para medirlo. El número indica la cantidad de veces que hay que iterar la unidad de medida y fracción de ella para reproducir una longitud equivalente a la del objeto medido.
Clase 4: Ficha 4.- Dada una unidad arbitraria construyen una regla y la utilizan para medir y reproducir longitudes. Dada una medida asociada a la longitud de un objeto, determinar la unidad de medida utilizada. Se sugiere promover un trabajo por parejas con la Ficha 4. Al inicio de la clase el profesor reparte una tira por alumno y una unidad de medida por cada pareja de alumnos. Es importante que los alumnos no sepan que tiene distintas unidades de medida. Luego les pide a los alumnos que construyan una regla para medir. El profesor apoya a las parejas de alumnos con las dificultades que les vayan surgiendo en la construcción de la regla. Luego a medida que las parejas terminan de construir la regla el profesor les sugiere que utilizando la regla que ha fabricado midan y dibujen las cintas de la **Actividad 12 a)**. Viendo que los alumnos utilicen bien la regla que construyeron, y apoyando a aquellos grupos que no usen la regla correctamente. Una vez que los alumnos terminan de dibujar las cintas intercambian la Ficha con otro grupo que haya finalizado., para hacer la **Actividad 12 b)**. En esta actividad, el profesor tiene que procurar que sean los alumnos los que deduzcan que algo esta sucediendo. Una vez la mayoría de la clase se haya dado cuanta de que hay un problema en las medidas pregunta a los alumnos qué es lo que puede estar pasando. Una vez los alumnos se dan cuenta de lo que pasa pide que cada grupo busque una pareja que haya utilizado la misma unidad de medida y que con esa pareja comparen las longitudes de las cintas dibujadas. Luego pide a los alumnos que por parejas resuelvan la **Actividad 12 c)** y revisa los resultados. **Cierre de la clase 4** o La regla es un instrumento que nos permite medir longitudes de forma mucho más eficiente que la de ir iterando la unidad de medida. o A cada punto de la regla le corresponde una cantidad de medida distinta, que es la distancia que hay entre el punto 0 de la regla hasta ese punto, medida en las unidades con la que esté calibrada la regla. o En la historia del hombre la unidad de medida utilizada no siempre ha sido la misma, ni tampoco ha sido única, este hecho generó muchos problemas en el pasado pues los resultados de una medición dependían de con qué unidad se medía. Por eso , al dar una medida es muy importante decir con qué unidad de medida se efectuó la medición.

Tareas matemáticas de la etapa

- Sitúan cantidades no enteras en la recta numérica.
- Gradúan la recta numérica.
- Dado un punto de la recta y el origen determinan la posición de la unidad en la recta numérica.
- Comparan cantidades fraccionarias, situándolas para ello en la recta numérica.

Materiales: **Fichas 5, 6 , 7** y **8**. Regla.

Clase 5 (Fichas 5, 6 y regla)

El profesor recuerda a los alumnos la actividad de medida con reglas de la clase anterior y les propone que individualmente realicen la **Actividad 13** pero, en esta ocasión, utilicen la regla milimetrada. Luego el profesor lee el texto sobre la historia de cómo se adoptó el metro como unidad de medida, anota en la pizarra una tabla con las subdivisiones del metro en 100 y 1000, con sus nombres y abreviaturas, y les pide que por parejas que respondan a las preguntas planteadas en la **Actividad 14** y que comparen las medidas que obtuvieron en la primera actividad con las obtenidas por su compañero. Mientras los alumnos comparan el profesor va atendiendo las dudas en los casos en que las medidas no coinciden. Se procede a repartir la **Ficha 6** y el profesor hace una pequeña introducción sobre la recta numérica y pida a distintos alumnos que vayan leyendo en voz alta cada una de las propiedades. Después de leer una determinada propiedad se pregunta a los alumnos sobre que significa la propiedad que se ha leído y pide a un alumno que salga a la pizarra a explicarla. Una vez finalizada la lectura de las propiedades, y basándose en éstas, los alumnos, por parejas, discuten sobre si están bien dibujadas cada una de las rectas numéricas. Luego se corrigen los resultados mediante una puesta en común de los mismos. Y después del cierre plantea el desafío a los alumnos que traten de encontrar la fracción más pequeña posible y la traigan anotada para la clase siguiente.

Cierre de la clase 5

La unidad de medida de longitud es el metro y se abrevia (m). Luego para medir longitudes mas pequeñas el metro se divide en 10, 100 y 1000 partes. A un centésimo de metro se le llama centímetro y se abrevia (cm), de forma que 100 cm son 1 m. A un décimo de centímetro se le llama milímetro y se abrevia (mm.), 1000 mm. son 1 m.

La recta numérica es una forma de asociar cada número a un punto de la recta que permite representar los números dibujando una línea recta. Al inicio de la línea se le llama origen y se designa con el 0. La distancia que hay entre el punto que representa al 0 y el punto que representa al 1 es la unidad de longitud de la recta. El número que se le asocia a cada punto de la recta es la distancia de ese punto al punto origen, medida con la unidad de longitud de la recta

Clase 6: (Fichas 7 y 8, regla)

El profesor inicia la clase retomando el desafío planteado en la clase anterior conduce la discusión de los alumnos para que logren concluir que no hay una fracción que sea la más pequeña posible y plantea el nuevo desafío de, utilizando números mixtos encontrar el número siguiente al 1, entendiendo por siguiente aquel número que siendo mayor que 1, sea lo más pequeño posible. Conduce la búsqueda agregándole una unidad a las fracciones más pequeñas anotadas en la pizarra, y relaciona el hecho de que al no haber una fracción que sea la mas pequeña, tampoco hay un número que sea el siguiente del 1, y que esto pasa para todos los números al tener fracciones.

Luego recuerda a los alumnos qué es la recta numérica y cómo se representan las cantidades en ella. Dibuja una recta numérica en el pizarrón, señalando el 0 y el 1 y pide a los alumnos que dibujen lo mismo en sus cuadernos tomando como unidad 6 "cuadraditos del cuaderno", luego les pide que sitúen en la recta las cantidades 3, 1/3 y 2/3. El problema se corrige haciendo pasar al pizarrón tres voluntarios para que cada uno dibuje una de las cantidades. Luego se distribuye la **Ficha 7** y se les pide a los alumnos que individualmente hagan la **Actividad 16**, actividad que se corrige con una breve puesta en común. El profesor apoya a aquellos alumnos que presenten mayores dificultades durante el desarrollo de la actividad. Luego propone a los alumnos que por parejas realicen la **Actividad 17**, aconsejándoles copien la unidad de medida de la recta para poder determinar con precisión las posiciones de los diversos puntos. Comenta a los alumnos que ¿Cómo es posible que en un mismo punto de la recta estén representadas dos cantidades? con la intención de que los alumnos reflexionen sobre la pregunta y lleguen a darse cuenta que ambas cantidades son equivalentes. Una vez los alumnos han representado y ordenado todas las cantidades, el profesor grafica en la pizarra la solución y pide que resuelvan en parejas la **Actividad 18**. Es posible que dentro de esta actividad los alumnos requieran de apoyo del profesor, sobre todo para los casos C y D. Luego se plantea a los alumnos que resuelvan en forma individual la **Actividad 19**, actividad que los alumnos debiesen poder resolver sin problemas. En caso de que haya alumnos que no puedan resolver esta actividad sugerimos que el profesor los apoye y realice un trabajo más personal con ellos, recordándoles que la recta numérica sigue la misma lógica que la regla, y podría plantear a estos alumnos nuevas actividades de refuerzo.

Cierre de la clase 6

- Entre dos números de la recta siempre es posible encontrar otros. Esto se debe a que no hay una fracción que sea la más pequeña posible.
- La recta numérica es una forma de asociar cada número a un punto de la recta, similar a la regla, que permite representar los números dibujando una línea recta. Al inicio de la línea se le llama origen y se designa con el 0. La distancia que hay entre el punto que representa al 0 y el punto que representa al 1 es la unidad de longitud de la recta. El número que se le asocia a cada punto de la recta es la distancia de ese punto al punto origen, medida con la unidad de longitud de la recta.
- Una manera de ordenar fracciones es representándolas en la recta numérica, dado que en la recta numérica las cantidades quedan representadas de menor a mayor, según sea la distancia a la que se encuentran del origen de la recta.
- Si al representar dos cantidades en la recta numérica estas quedan en una misma posición es que ambas cantidades son equivalentes.

Tareas matemáticas de la etapa

- Desarrollan el procedimiento de amplificación de fracciones como método de encontrar fracciones equivalentes y una justificación de dicho procedimiento.
- Determinan una forma de expresar dos cantidades fraccionarias mediante un mismo denominador.
- Resuelven problemas que involucran comparar y establecer equivalencias entre cantidades fraccionarias.

Materiales: **Fichas 9, 10** y **11**

Clase7: Ficha 9, 3 papeles lustre por alumno y las piezas utilizadas en la primera etapa.

Desarrollan el procedimiento de amplificación de fracciones como método de encontrar fracciones equivalentes y una justificación de dicho procedimiento.

El profesor inicia la clase recordando algunas de los procedimientos para amplificar fracciones propuestos por los alumnos al final de la clase anterior. Reaparte la **Ficha 9** y pide a dos alumnos que lean en voz alta el diálogo entre Amelia y Tomás. Deja un tiempo breve para que los alumnos en parejas piensen y discutan sobre las preguntas formuladas y luego pide a los alumnos que realicen la **Actividad 21**, dejando sin corrección la 20. Una vez que la mayoría de alumnos han terminado de responder a las preguntas de la actividad el profesor retoma las preguntas de la actividad 20 se hace una puesta en común de los distintos argumentos de los alumnos, y a partir de ellos el profesor hace una síntesis e interpretación del procedimiento de amplificación. Una vez que se ha establecido el procedimiento de amplificación como método de obtener fracciones equivalentes los alumnos, individualmente desarrollan la **Actividad 22**, centrada en ejercitar la amplificación de fracciones.

Cierre de la clase 7

Al multiplicar el numerador de una fracción por un determinado factor la cantidad que representa la nueva fracción es la cantidad original aumentada tantas veces como el factor utilizado.

- Al multiplicar el denominador de una fracción por un factor la cantidad que representa la nueva fracción es la cantidad original dividida por el factor utilizado.
- Al multiplicar el numerador y denominador por un mismo factor se obtiene una fracción equivalente. Dicho procedimiento se llama amplificación.
- La amplificación de fracciones y la multiplicación son procedimientos distintos y no hay que confundirlos.

Clase 8: Ficha 10 Resuelven problemas que involucran comparar y establecer equivalencias entre cantidades fraccionarias.

E profesor inicia la clase preguntando a los alumnos si recuerdan como se amplifica una fracción y qué característica tiene la fracción amplificada respecto a la fracción inicial. Para ello plantea a los alumnos que amplifiquen un par de fracciones dadas en voz alta y luego pide un voluntario para que salga al pizarrón a explicar que es la amplificación. Después se distribuye la **Ficha 10**, y se pide a los alumnos que resuelvan a **Actividad 23**, individualmente, pero pudiendo consultar al compañero. Se espera que los alumnos ya manejen el procedimiento de amplificación, para resolver el apartado **a)**. En caso de ser necesario el profesor puede apoyar a aquellos alumnos que no sepan como realizar el apartado **b)** diciéndoles que se fijen que tienen en común las fracciones de la lista con las fracciones que se amplificaron en el apartado a). En este momento el profesor puede preguntar a los alumnos como es que en un inicio no podían ordenar las fracciones, pero luego al transformarlas en equivalentes sí. Los alumnos contestan los apartados **c)** y **d)** de la actividad, y la corrigen mediante una puesta en común.

Luego se pide a los alumnos que respondan las preguntas de la **Actividad 24**, que se corrige haciendo énfasis en que simplificar es el proceso inverso de amplificar y se hace un pequeño cierre de la clase, donde se sistematizan determinados aspectos de la clase (véase cierre), y después se pide a los alumnos que por parejas contesten las preguntas de la **Actividad 25**. La actividad 26 consiste en que los alumnos resuman en su cuaderno lo más importante de la clase.

Cierre de la clase 8

- Para comparar fracciones no unitarias con denominadores distintos, se pueden reemplazar las fracciones a comparar por fracciones equivalentes que tengan denominadores iguales, luego se comparan dichas fracciones. El orden de las fracciones a comparar es el mismo que el de las fracciones equivalentes, ya que las fracciones equivalentes expresan la misma cantidad que las fracciones que se querían comparar.
- Al dividir el numerador y denominador de una fracción por un mismo divisor se obtiene una fracción equivalente. Dicho procedimiento se llama simplificación y es el inverso de la amplificación.

Clase 9: Ficha 11.

Determinan una forma de expresar dos cantidades fraccionarias mediante un mismo denominador.

Resuelven problemas que involucran comparar y establecer equivalencias entre cantidades fraccionarias.

El profesor inicia la clase planteando la **Actividad 27**, asegurándose de que los alumnos entiendan bien el problema, y pide a los alumnos que, por parejas traten de resolverlo. Una vez la mayoría de alumnos lo ha resuelto se corrige mediante una puesta en común de los resultados, donde el profesor aprovecha de relacionar el problema con la búsqueda de un "denominador común", destacando que una forma de obtener dicho denominador común es realizando el producto de denominadores. Luego se propone a los alumnos que por parejas completen el cuadro de la **Actividad 28**, dónde tienen que comparar diversas fracciones. Luego se realiza una puesta en común de los resultados y los procedimientos utilizados para comparar cada pareja de fracciones y se rellena una tabla en el pizarrón con los distintos métodos utilizados, haciendo una síntesis de cada método.

Se propone a los alumnos que individualmente, completen el cuadro de la **Actividad 29**, a modo de ejercitación.

Cierre de la clase 9

- Para comparar fracciones unitarias se comparan los denominadores siendo mayor aquella fracción que tiene un menor denominador.
- Para comparar fracciones con denominadores iguales se comparan los numeradores, siendo mayor aquella fracción cuyo numerador es mayor.
- Para comparar fracciones no unitarias con distintos denominadores se amplifica la primera por el denominador de la segunda y viceversa, de forma que se obtienen dos fracciones equivalentes a las iniciales pero con denominadores iguales.
- El producto de denominadores siempre es un "denominador común".

Tareas matemáticas de la etapa
- Cuantifican áreas de figuras partes de figuras
- Representan cantidades de área fraccionarias mediante figuras.
- Desarrollan procedimientos que les permitan establecer si, dadas dos áreas estas son equivalentes o no.

Materiales: **Fichas 12, 13** y **14**

Clase10: Fichas 12 y 13

El profesor inicia la clase planteando el problema de la **Actividad 30 a)** y pide a los alumnos que lo discutan en parejas. Al cabo de diez minutos, se hace una breve puesta en común cuyo propósito es el de que los alumnos compartan sus puntos de vista. Luego el profesor pide a los alumnos que lean el texto de la **Actividad 30 b)** y por parejas, discutan las opiniones de cada uno de los personajes del texto. La actividad concluye con una nueva puesta en común de las opiniones de los alumnos y estableciendo una definición de un cuarto en base a la medida.

Se procede a distribuir la **Ficha 13** y se pide a los alumnos que individualmente cuantifiquen las áreas que representan cada una de las zonas dibujadas en las figuras de la **Actividad 31**. La actividad termina con una corrección de los resultados mediante una puesta en común de los mismos.

Cierre de la clase 10
- Un cuarto de área es aquella cantidad de área que al repetirla cuatro veces da una unidad de área.
- Existen una infinidad de figuras que tienen una misma área, por lo que para cuantificar áreas es necesario ser capaz de reconocer cuando dos figuras tienen una misma área.

Clase 11: Fichas 14, 15 (opcional), cuaderno

El profesor inicia la clase recordando lo estudiado en la clase anterior, en particular que pida a los alumnos que expliquen un método para saber si una determinada área achurada de una figura es o no un cuarto de ella. El profesor recoge las respuestas de os alumnos y recuerda la definición de un cuarto, como aquella cantidad que repetida cuatro veces da la unidad.

Se reparte la **Ficha 14** y se pide a los alumnos que individualmente desarrollen la **Actividad 33**, dibujando las fracciones en el cuaderno. Para corregir las respuestas, se escogen cuatro alumnos para que simultáneamente dibujen las cuatro primeras cantidades, y luego 4 más para que dibujen las otras cuatro y se comentan el dibujo que hizo cada alumno. Luego se propone a los alumnos que por parejas midan el área de las figuras dibujadas de la **Actividad 34**. Se corrige la actividad mediante una breve puesta en común de los resultados.

Se propone a los alumnos que por parejas, cuantifiquen el área de cada pieza del Tangrama, respecto al cuadrado que forman todas las piezas del tangrama. Se corrige la actividad, y se propone a los alumnos que por parejas cuantifiquen el área achurada de cada una de las figuras de la **Actividad 36**. Se procede a una puesta en común de resultados, destacando los procedimientos utilizados para resolver cada figura.

Cierre de la clase 11
- Un método para poder cuantificar el área de una determinada figura es dibujando una cuadrícula sobre ella, tratando que la cuadrícula coincida con la mayor parte de los bordes de la figura.
- Otro método para cuantificar el área de una figura, consiste en cortar la figura en partes y mover las partes, ordenándolas de forma tal que se obtenga una nueva figura de la cual es posible calcular el área. Esté método puede ser aplicado junto con el anterior, para reordenar aquellos trozos de la figura que no coincidan con el cuadriculado que se dibujó.

Clase 12: Ficha 16 (de repaso).

El profesor anuncia a los alumnos que en esta clase se van a repasar los aspectos más importantes de lo que se ha estudiado en la Unidad. Reparte la Ficha de Repaso, y pide a los alumnos que traten de resolver las actividades de la Ficha, tratando de entender como resuelven cada Actividad.

El profesor se pasea, ayudando a aquellos alumnos que presentan mayores dificultades.

V PRUEBAS Y ANEXOS

1ª PRUEBA PARCIAL DE LAS ETAPAS I y II

Nombre:........................curso:........................fecha:...............Pts.......
Nota:..........

1. De una tira blanca que representa la unidad, se recortó una pieza de 4/12. ¿Cuánto sobró?

2. Ordena de menor a mayor las cantidades siguientes:

   - 3/8 , 1/8 , 7/8 , 1/8 , 4/8

     ____ < ____ < ____ < ____ < ____

   - 1/5 , 1/2 , 1/6 , 1/3 , 1/8

     ____ < ____ < ____ < ____ < ____

3. Responde con tus palabras las siguientes preguntas:

   - ¿Cuántas veces hay que repetir la fracción 1/5 para obtener la unidad?

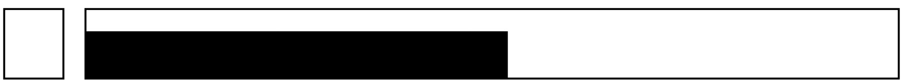
   - Dadas dos fracciones unitarias, ¿cuál es la mayor?

4. Dibuja sobre la línea vacía una cinta que mida el valor señalado en el recuadro, tomando como unidad la medida de longitud dada.

1 ¼ ________________________________

3/2 ________________________________

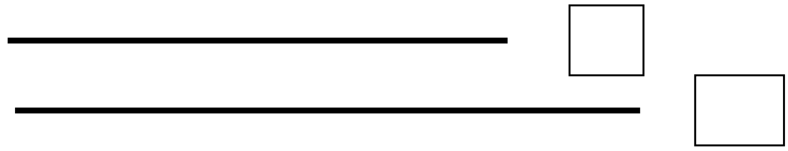
5. Anota en el recuadro lo que mide la cinta dada. La unidad es la misma que la de la pregunta anterior.



2ª PRUEBA PARCIAL (DE LAS ETAPAS III y IV)

Nombre:..............................curso:............fecha:....................Pts........ Nota:.........

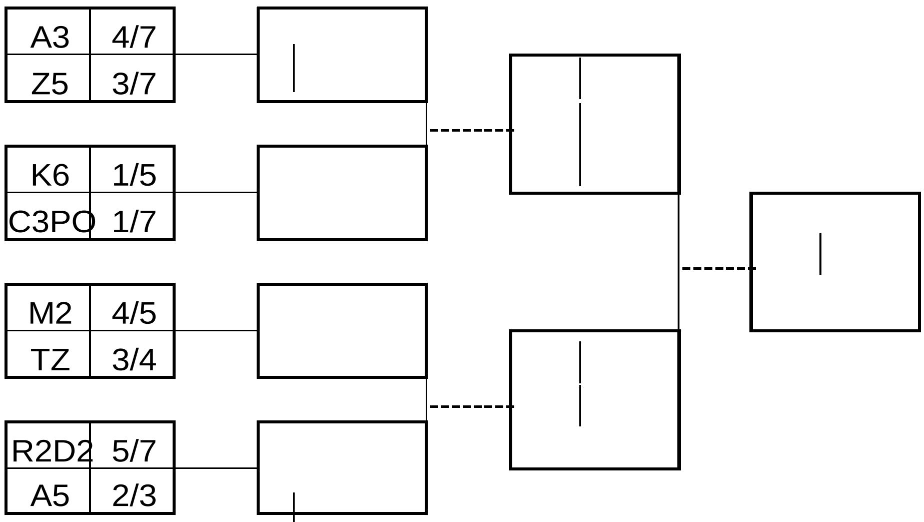
1. Con una regla graduada en cm mide las longitudes de los segmentos siguientes y coloca el valor en el recuadro correspondiente.



2. La siguiente recta numérica tiene únicamente señalada la unidad de medida. Marca con precisión, los siguientes puntos: 3 , 1 ½ , ¾ , 3/2.

3. Responde con tus palabras las siguientes preguntas:
   - ¿Qué significa que dos fracciones sean equivalentes?
   - ¿En qué consiste la operación amplificación?

4. Completa el siguiente cuadro de competencia de saltos de robots indicando en cada rectángulo el robot que pasa a la siguiente ronda y el salto que da, teniendo en cuenta que gana aquel robot que salta más lejos y que cada robot salta siempre la misma distancia.



Prueba Global

Nombre:……………………………curso:………fecha:…………………Pts………
Nota:……….

1. Ordena de menor a mayor las cantidades siguientes:

   - 1/3 , 1/5 , 1/4 , 1/2 ____ < ____ < ____ < ____

   - 12/7 , 1/7 , 5/7 , 8/7 ____ < ____ < ____ < ____

2a.- Dibuja sobre la línea vacía una cinta que mida el valor señalado en el recuadro, tomando como unidad la medida de longitud dada.

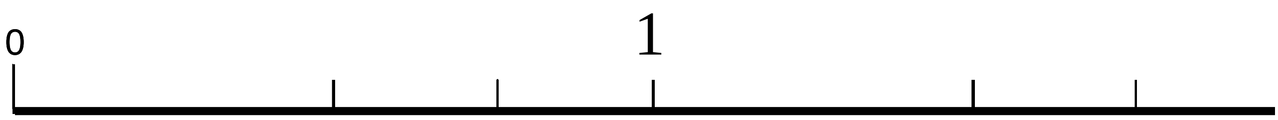
2 ¼ ______________________________

7/2 ______________________________

2b.- Anota en el recuadro, lo que mide la cinta dada. La unidad es la misma que la pregunta anterior.

3.- a) Señala en la recta numérica los puntos que corresponden a los números $2\frac{3}{4}$, $^{1}/_{3}$, $1\,^{2}/_{4}$

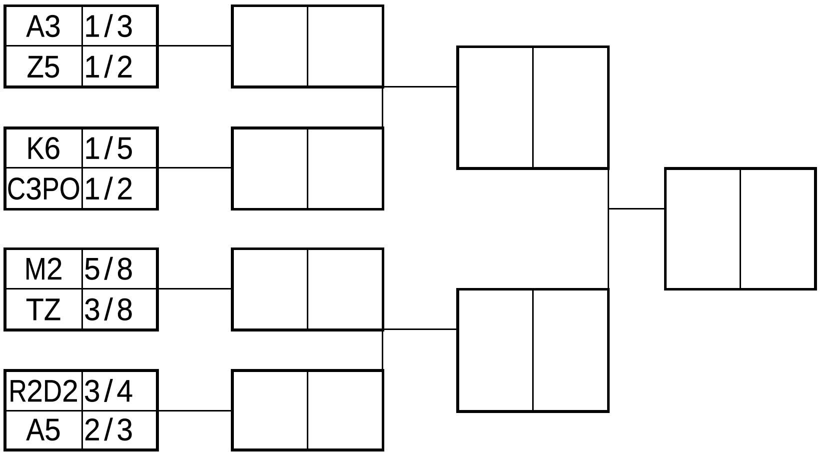
b) Identifica los puntos señalados de la recta numérica.



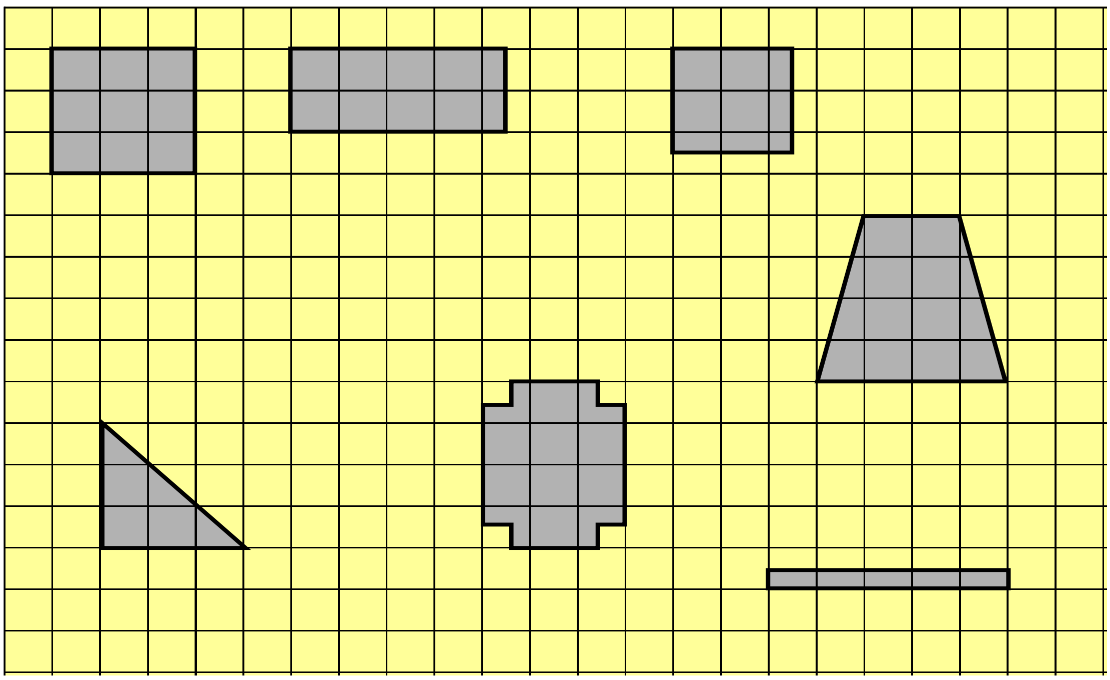
4.- Llena los espacios vacíos para obtener una fracción equivalente a cada una de las dadas.

$$\frac{6}{7} = \frac{\quad}{\quad} \qquad \frac{4}{3} = \frac{\quad}{18} \qquad \frac{15}{20} = \frac{3}{\quad} \qquad \frac{5}{2} = \frac{\quad}{12}$$

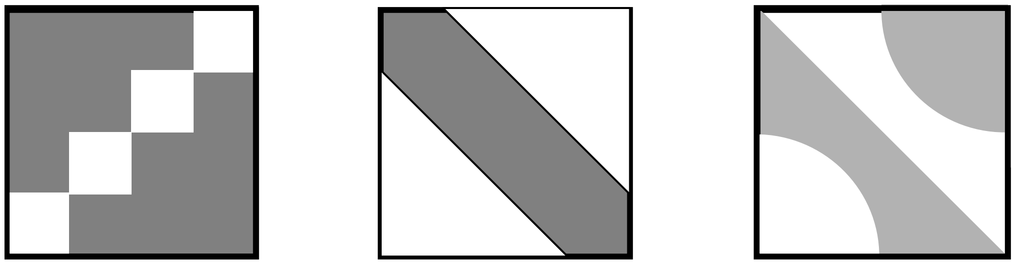
5.- Completa el siguiente cuadro de competencia de saltos de robots indicando en cada rectángulo el robot que pasa a la siguiente ronda y el salto que da, teniendo en cuenta que gana aquel robot que salta más lejos y que cada robot salta siempre la misma distancia.



6.- Mide el área de las figuras dibujadas dentro de la cuadrícula y anótala debajo de cada figura.



7.- Escribe debajo de cada cuadrado el área de la figura achurada teniendo en cuenta que la unidad es 1 cuadrado entero.



Anexo 1.- Breve historia del metro.

EL ORIGEN DEL SISTEMA MÉTRICO DECIMAL

Los romanos se habían esforzado en imponer un sistema único de medidas válido en todo su inmenso imperio, pero luego, durante la Edad Media, volvió a reinar un increíble desorden. Proliferaron las unidades y, pese a que todas conservaban el mismo nombre, cada una de ellas tenía valores tan diferentes que a veces casi llegaban a duplicarse a pocos kilómetros de distancia, al pasar de una provincia a otra.

Los edictos promulgados para poner remedio a esta situación fueron papel mojado, pero ya apuntaban en ellos los esbozos de un sistema de unidades coherente. El primer paso en este sentido lo dio el sacerdote francés Gabriel Mouton, quien, en 1670, propuso un sistema decimal cuya unidad era la longitud del arco de meridiano equivalente a un minuto de arco. Pero la mayor parte de los físicos que se interesaron en esta cuestión durante los siglos XVI y XVII (principalmente el inglés Wren, el holandés Huygens y los franceses Picard y La Condamine), proponían como patrón la longitud que oscilara un péndulo a los 45º de latitud.

Llegados al siglo XVII, la diversidad de pesos y medidas existentes era abrumadora (todavía hoy perdura la huella de aquella pluralidad en los distintos idiomas): la leña se vendía por cuerdas, el carbón vegetal por cestos, el carbón de piedra por sacos, el ocre por toneladas y la madera de construcción por marcas o vigas. Se vendía la fruta para sidra por barricas; la sal por moyos, por sextarios, por minas, por minotes y por medidas; la cal se vendía por barricas y el mineral por espuertas. Se compraba la avena por picotines y el yeso por sacos; se despachaba el vino por moyos y escudillas. Los paños, cortinas y tapices se compraban por alnas cuadradas; los bosques y prados se contaban en pértigas cuadradas, la viña en cuarteras. El arape valía doce jornales y el jornal expresaba el trabajo de un hombre en un día, igual que la peonada. Los boticarios pesaban en libras, onzas, dracmas y escrúpulos. La libra valía doce onzas, la onza ocho dracmas, la dracma tres escrúpulos y el escrúpulo veinte granos.

Las longitudes se medían en toesas y pies del Perú, que equivalían a una pulgada, una lona y ocho puntos de pie del rey, que era el rey Filicteras, el de Macedonia y el de Polonia; también el de las ciudades de Padua, Pésaro y Urbino. Era, poco más o menos, el antiguo pie del Franco Condado, de Maine y de Perche, y el pie de Burdeos para los agrimensores. Cuatro de esos pies se aproximaban al alna de Laval. Cinco de ellos equivalían al hexápodo de los romanos, que era la caña de Touluse y la verga de Norai. Era también la de Raucourt, así como la cuerda de Marchenoir en Dunois. En Marsella, la caña para los paños era, aproximadamente, el catorceavo más larga que la de la seda: en total, de 700 a 800 nombres.

Serán los ideólogos de la Revolución Francesa quienes, para responder a los deseos expresados en los "memoriales de agravios" de 1789, pero también en los de los Estados Generales de 1576, para que en toda Francia solo existieran un peso y una medida tras suprimir los derechos feudales referentes a los pesos y medidas (15 de marzo de 1790), decidieron uniformarlo todo. Se propuso instaurar un sistema de medidas único y uniforme, basado en el uso exclusivo de la escala decimal, asegurando así la facilidad en los intercambios y la integridad en las operaciones comerciales.

La Academia de las Ciencias trató de excluir todos los elementos arbitrarios, todo lo que pudiera despertar sospechas sobre el interés particular de Francia y, finalmente, se volcó hacia la Naturaleza. Así, en marzo de 1791, decidió que el cuarto de meridiano terrestre se convirtiera en la unidad real de medida, y la diezmillonésima parte de esa longitud (la cuarenta millonésima de un meridiano terrestre) fuera la unidad usual. La unidad en cuestión recibió el nombre de metro (del griego metrón, "medida"), sus divisiones se denominarían con prefijos latinos (decímetro, centímetro, milímetro) y sus múltiplos, con griegos (decámetro, hectómetro, kilómetro).

El arco meridiano elegido fue el que va desde Dunkerke hasta Barcelona y la medición fue encomendada a dos astrónomos: Jean- Baptiste Delambre, que comenzaría en Dunkerke, y Pierre Mechain, que lo haría en Barcelona, ambos deberían encontrarse en Rodez. Parten en junio de 1792.

Jean Antoine de Cartiat, marqués de Condorcet, filósofo y diputado en la Asamblea, dedicó la expedición que iba a establecer la nueva unidad métrica "a todos los pueblos, a todos los hombres".

Mientras tanto, la determinación de la unidad universal de peso, el kilo, se le encarga al químico Lavoisier, quien concluye que determinar la unidad de peso significa pasar la cantidad de materia que un cuerpo determinado contiene en un volumen determinado. Para ellos emplea agua destilada (agua de río filtrada en un manantial arenoso) y utiliza para pesarla un cilindro (un cuerpo cuyo volumen se puede conocer con precisión) y una balanza de un solo brazo (para evitar una posible desigualdad entre los brazos de una balanza convencional).

Tras un año de mediciones y previendo que la medición del meridiano se retrasaría mucho más tiempo de lo previsto debido a los vaivenes de la situación política interna y a las confrontaciones bélicas con los estados monárquicos europeos, el 1 de agosto de 1793 la Convención (órgano de gobierno que sustituyó a la desaparecida Asamblea Nacional) instituye un sistema métrico provisional cuya longitud se fija en 36 pulgadas, 11,46 líneas de la toesa del Perú.

El 7 de Abril de 1795 la Convención decreta que habrá un solo patrón de pesos y medidas para toda Francia e invita a los ciudadanos "a dar una prueba de su afecto por la unidad e indivisibilidad de la República utilizando, a partir de ahora, las nuevas medidas". El 25 de septiembre del mismo año el uso del metro sustituye al del alna en el municipio de París.

Después de varias interrupciones en la medición del meridiano, en noviembre de 1798, tras 6 años de arduos trabajos, tiene lugar la última medición: se determina la latitud del Panteón.

Todas las mediciones fueron largamente estudiadas y verificadas por los miembros de la Comisión Internacional reunida en Paris "ad hoc" durante varios meses. A partir de ellas se efectuaron los distintos cálculos y se estableció la longitud del metro: 3 pies, 11 líneas, 296/1.000 de la toesa del Perú. El kilogramo, por su parte, pesa 2 libras, 5 gruesas y 35 granos. El 22 de junio de 1799 (4 de Mesidor del año VII) tras haber sido presentados a los Consejos de los Ancianos y de los Quinientos, los patrones del metro y del kilogramo son depositados en los Archivos de la República. Ambos, una barra y un cilindro, se habían moldeado en platino para resistir los estragos del tiempo.

En diciembre de 1799 se produce el golpe de estado de Napoleón. El 4 de noviembre de 1800, un decreto de los Cónsules autoriza el empleo de los antiguos nombres de medidas. Finalmente, tras un emperador, un rey, una pequeña revolución, un segundo rey... el 1 de enero de 1840 el sistema métrico decimal se hace oficial y obligatorio en territorio francés; España lo declara obligatorio el 19 de julio de 1849.

Una Conferencia Internacional instituyó en 1875 la Oficina Internacional de Pesas y Medidas; otra adoptó en 1889 una definición exacta del metro.

En: www.culturaclasica.com

Posteriores mejoras en la medición tanto del tamaño de la Tierra como de las propiedades del agua resultaron en discrepancias con los patrones. La Revolución Industrial estaba ya en camino y la normalización de las piezas mecánicas, fundamentalmente tornillos y tuercas, era de la mayor importancia y estos dependían de mediciones precisas. A pesar de que las discrepancias que se encontraron habrían quedado totalmente enmascaradas en las tolerancias de fabricación de la época, cambiar los patrones de medida para ajustarse a las nuevas mediciones hubiera sido impráctico, particularmente cuando nuevos y mejores instrumentos acabarían encontrando nuevos valores cada vez más precisos. Por ello se decidió romper con la relación que existía entre los patrones y sus fuentes naturales, de tal forma que los patrones en sí se convirtieron en la base del sistema y permanecieron como tales hasta 1960 en que el metro fue nuevamente redefinido en función de propiedades físicas y luego, en 1983, cuando se redefinió como el espacio que recorre la luz en una cierta fracción de segundo. De esta forma, el metro recobró su relación con un fenómeno natural, esta vez realmente inmutable y universal. El kilogramo, sin embargo, permanece formalmente definido basándose en el patrón que ya tiene dos siglos de antigüedad.

El sistema métrico original se adoptó internacionalmente en la Conferencia General de Pesos y Medidas de 1889 y derivó en el Sistema Internacional de medidas. Actualmente, aproximadamente el 95% de la población mundial vive en países en que se usa el sistema métrico y sus derivados.

En : http://es.wikipedia.org

Anexo2.- Breve historia del Tangrama

Historia del tangrama

El tangrama es un rompecabezas de origen chino que probablemente apareció hace tan solo 200 ó 300 años. Los chinos lo llamaron "tabla de sabiduría" y "tabla de sagacidad" haciendo referencia a las cualidades que el juego requiere.

La misma palabra "tangrama" es un invento occidental: Se supone que fue creada por un norteamericano aficionado a los rompecabezas, quien habría combinado tang, una palabra cantonesa que significa "chino", con el sufijo inglés gram (grama) que significa "escrito" o "gráfico".

Los primeros libros sobre el tangrama aparecieron en Europa a principios del siglo XIX y presentaban tanto figuras como soluciones. Se trataba de unos cuantos cientos de imágenes en su mayor parte figurativas como animales, casas y flores... junto a una escasa representación de formas abstractas. A lo largo del siglo XIX aparecieron diversos libros de tangrama chinos, que fueron copiados por las editoriales europeas, buena prueba de la popularidad que había adquirido el juego. A partir de 1818 se publicaron libros de tangrama en EE. UU., Inglaterra, Francia, Alemania, Austria e Italia.

En la introducción al libro publicado en Italia se hacía notar que el tangrama se jugaba "en todas partes con verdadera pasión". En efecto, aunque una antigua enciclopedia china lo describía como "un juego de mujeres y niños", el tangrama se había convertido en una diversión universal

En cuanto al número de figuras, la mayor parte de las publicaciones occidentales copiaron las figuras chinas originales, que ascendían a algunos cientos. Al principio, el tangrama fue publicado en forma de libro; en torno a 1870 se concedía más atención al juego mismo y sus siete componentes, de forma que el tangrama era producido y vendido como un objeto: piezas de marfil, tarjetas con las siluetas y envoltorio en forma de caja.

Hacia 1900 se habían añadido nuevas figuras y formas geométricas, llegando a un total de más de 900 y en 1973, los diseñadores holandeses Joost Elffers y Michael Schuyt produjeron una edición en rústica con 750 figuras nuevas, alcanzando así un total de más de 1.600. La edición de 1973 ha vendido hasta la fecha más de un millón de ejemplares en todo el mundo.

El Antiguo Rompecabezas Chino
ELFFERS, J. y SCHUYT, M. C.

VI ESPACIO PARA LA REFLEXIÓN PERSONAL

Busque en el momento de cierre de cada uno de los planes de clase, el o los fundamentos centrales de la unidad con el cual se corresponde:

Describa los principales aportes que le ha entregado esta unidad y la forma en que puede utilizarlos en la planificación de sus clases.

VII GLOSARIO

Cantidad	Resultado de una medición o cálculo, que representa el número de veces que está contenida la unidad de medida en el objeto medido.
Cantidad fraccionaria	Cantidad en la que la unidad de medida no está contenida un número entero de veces. Una misma cantidad fraccionaria puede estar expresada de distintas formas, mediante una fracción, un número decimal o bien, un número mixto. 1 ½ ; 3/2; 6/4; 1,5 expresan una misma cantidad fraccionaria.
Cuantificar	Expresar numéricamente una determinada cantidad de magnitud.
Contar	Cuantificar la cantidad de objetos de una colección.
Medir	Proceso de cuantificar la cantidad de magnitud de un atributo de un objeto.
Fracción unitaria:	Fracción cuyo numerador es igual a 1. En esta unidad interpretamos las fracciones unitarias como cantidades de medida sub-múltiplos de la unidad. La fracción $\frac{1}{3}$ la vamos a interpretar como aquella cantidad de medida que repetida tres veces reconstruye la unidad.
Fracción	En esta unidad entenderemos por fracción a un número que permite cuantificar una medida no necesariamente entera. En este contexto la fracción $\frac{4}{3}$ la entendemos como cantidad de medida resultante de iterar cuatro veces la tercera parte de la unidad.
Fracción propia	Es toda fracción menor que la unidad ($\frac{a}{b} < 1$). En toda fracción propia el numerador es menor que el denominador.
Fracción impropia	Toda fracción mayor que 1 ($\frac{a}{b} > 1$). En toda fracción impropia el numerador es mayor que el denominador.
Número mixto	Sistema de numeración para representar cantidades no enteras mayores a una unidad. Está compuesto por dos partes; la primera parte, llamada parte entera, es un número natural que representa el total de unidades enteras contenidas en la cantidad y la segunda parte es la fracción propia que falta para completar dicha cantidad, de forma que la cantidad total es la suma de las dos partes. (Ej.: 2 ³/₄ son 2 unidades enteras más $\frac{3}{4}$ de unidad).
Fracciones equivalentes	Fracciones que expresan una misma cantidad de medida. (Ej.: todas las fracciones $\frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{3}{6}, \frac{4}{8}$ expresan una misma cantidad de medida, la primera expresión utiliza como subdivisión de la unidad los medios, la

	segunda utiliza los cuartos de unidad, la tercera los sextos y la cuarta los octavos.
Amplificar	Operación que consiste en multiplicar el numerador y denominador de una fracción por un mismo número natural, obteniendo de ese modo una fracción equivalente.
Simplificar	Operación que consiste en dividir el numerador y denominador de una fracción por un mismo número natural, obteniendo de ese modo una fracción equivalente.
Recta Numérica	Resultado de asociar a cada número un único punto de una línea recta, que corresponde a la distancia de dicho punto al origen de la recta, tomando como unidad de medida la distancia entre el origen de la recta y el punto de la recta designado como 1.
Áreas equivalentes	Figuras que tienen la misma cantidad de área. Dada una determinada cantidad de área, existen una infinidad de figuras distintas que pueden dibujarse con esa área.

VIII FICHAS Y MATERIALES PARA ALUMNAS Y ALUMNOS

Ficha 1	Primera Unidad Clase 1	Quinto Básico	Nombre: ____________________ Curso: ______________

Materiales por alumno: Una bolsa con cierre que contenga las piezas fraccionarias de diferentes tamaños, regla y tiras blancas de longitud la unidad (de la hoja final de esta ficha).

Actividad 1: FABRICANDO PIEZAS
Para dibujar un mosaico de colores un artista utiliza piezas de distintos tamaños y colores. Las piezas del mosaico las fabrica cortando las tiras de distintos colores en partes iguales.

1.) Recorta las tiras blancas que aparecen al final de esta ficha.
¿Son todas del mismo largo?___________.

2.) Completa la tabla siguiente, anotando las medidas de cada una de las piezas. Considera la longitud de las tiras como la unidad.

TABLA

Color de la pieza	Medida de la pieza (Fracción de tira que ocupa)	Cantidad de piezas que se necesitan para completar una tira
rojo	$\frac{1}{2}$ de tira	2
verde		3
amarillo	$\frac{1}{4}$ de tira	

Ahora te proponemos que fabriques los distintos tipos de piezas de la tabla anterior utilizando para ello la cinta blanca. Antes de cortar las piezas, pinta en la tira una línea horizontal que te sirva de orientación una vez que la hayas cortado. Una vez fabricadas las piezas anota en el interior de cada pieza su medida.
Una vez fabricada las piezas compáralas con las fabricadas por tu compañero. ¿Tienen los mismos tamaños?

Luego saca de la bolsa tres piezas; una de tamaño ½, otra de tamaño $^1/_3$, y otra de tamaño $^1/_4$ y compara el tamaño de cada una de ellas con las que tú fabricaste.

Actividad 2: CLASIFICANDO Y ORDENANDO LAS PIEZAS SEGÚN SU TAMAÑO

En la actividad anterior, gracias a las fracciones, pudimos expresar la medida de piezas más pequeñas que nuestra unidad (representada por la tira blanca). Saca una sola pieza de cada color de la de la bolsa y utilizando esta información, completa la tabla siguiente:

Color	Medida de la pieza (Fracción de tira que ocupa)	Cantidad de piezas que se necesitan para completar una tira
Rojo		2
Naranja	$\frac{1}{6}$	
Celeste	$\frac{1}{8}$	
	$\frac{1}{4}$	
	$\frac{1}{12}$	
Blanco		1

Guarda todas las piezas en la bolsa. Usando la información de la tabla anterior ordena en una lista los tipos de pieza por tamaño, de menor a mayor, escribiendo dentro de cada recuadro el tamaño de cada pieza y debajo su color.

Menor Mayor

$\boxed{\frac{1}{12}} < \square < \square < \square < \square < \square < \square < \square < \square$

lila ______ ______ ______ ______ ______ ______ ______ ______

Comenta tus resultados con los de tu compañero(a) de banco. ¿Coinciden?

Las cantidades que ordenaste son todas fracciones con numerador 1. Las fracciones con numerador 1, se llaman fracciones unitarias y fueron utilizadas por primera vez en el Antiguo Egipto. Ellos solo trabajaban con estas fracciones, porque eran muy fáciles de comparar.

Saca todas las piezas de la bolsa y utilízalas para comprobar la información que has escrito en la tabla y comprobar como has ordenado las fracciones unitarias.

Actividad 3: FABRICANDO NUEVAS PIEZAS (en pareja)
Resulta que para completar el mosaico el artista necesita piezas de medidas especiales. Saca de tu bolsa una sola pieza de cada tamaño y guarda las demás.
Junto a tu compañero ayuda al artista a fabricarlas utilizando tiras blancas. Una vez cortadas escribe dentro de cada una de las piezas su medida. Las piezas que necesitas fabricar son:

- Una pieza de medida 5/6 de tira. ¿De qué tamaño es la pieza que te ha sobrado?

- De otra tira corten una pieza de 3/5 de tira y otra de 3/10 de tira. ¿De qué tamaño es la pieza que te ha sobrado?

- De otra tira corten una pieza de 5/8 de tira. ¿De qué tamaño es la pieza que te ha sobrado?

- De otra tira corten una pieza de 1/3 de tira otra de 4/12 y otra de 2/6. ¿Te ha sobrado algún trozo de tira? ¿Cómo son las medidas de las piezas que has obtenido?

- De otra tira corta una pieza de 4/3 de tira. ¿Te ha sobrado algún trozo de tira? ¿Cómo lo has hecho?

Ficha 2	Primera Unidad Clase 2	Quinto Básico	Nombre: __________ Curso: __________

Actividad 4: Ordenando fracciones

Ordena de menor a mayor cada uno de los siguientes grupos de cantidades.

a) $\frac{2}{8}, \frac{5}{8}, \frac{3}{8}, \frac{1}{8}, \frac{7}{8}$ ——— < ——— < ——— < ——— < ———

b) $\frac{1}{5}, \frac{1}{10}, \frac{1}{3}, \frac{1}{24}, \frac{1}{100}$ ——— < ——— < ——— < ——— < ———

c) $\frac{3}{5}, \frac{5}{5}, \frac{1}{5}, \frac{12}{5}, \frac{4}{5}$ ——— < ——— < ——— < ——— < ———

d) $\frac{3}{5}, \frac{4}{6}, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{5}{8}$ ——— < ——— < ——— < ——— < ———

¿Has podido ordenar las fracciones del grupo a) sin necesidad de utilizar las piezas de colores?
¿Has ordenado las fracciones del grupo c) con el mismo procedimiento que has ordenado las del a)?
Para ordenar las fracciones del grupo b), ¿qué procedimiento has usado?
Y para ordenar las fracciones del grupo d), ¿has podido hacerlo sin usar el material concreto?
Si no has podido, trata de ordenarlas usando el material concreto.
Comenta con tus compañeros qué grupo de fracciones te ha costado más ordenar y por qué crees tú que te ha sido más difícil ordenarlas.

Actividad 5: Construyendo franjas de igual medida.

Materiales por alumno: La bolsa con las piezas de color cortadas en la clase anterior. (*Por parejas*)

Reglas del juego

- Parte un alumno(a) colocando en la mesa una pieza de color.
- Alternadamente, los jugadores escogen un tamaño de pieza que crean que les puede servir para armar una franja de la **misma longitud** de la pieza inicial, utilizando varios pedazos de un mismo tamaño. Tratan de armar la franja. Si lo logran, dejan la franja armada. En caso contrario, retiran las piezas que han puesto.
- Un jugador puede “pasar” si considera que no es posible armar una nueva franja con las piezas disponibles.
- La ronda finaliza cuando los dos jugadores pasan. El último jugador en formar una franja es el ganador de esa ronda. Entonces, cada jugador recupera sus piezas y comienza una nueva ronda. Parte el siguiente jugador con una pieza distinta a las que ya hayan sido utilizadas para partir.
- El juego finaliza a la sexta ronda. Gana quien haya ganado más rondas.

¡Ahora a jugar!

Actividad 6

Ahora te toca a ti: escoge la pieza de color rojo y ponla sobre la mesa. Completa tantas franjas de color como puedas, del mismo largo del parche rojo, utilizando las piezas que tienes disponibles.

Dos o más fracciones son equivalentes si expresan una misma cantidad de tira. La fracción $\frac{1}{2}$ es equivalente a la fracción $\frac{2}{4}$ ya que juntando dos piezas de $\frac{1}{4}$ obtenemos una pieza de largo $\frac{1}{2}$. Por tanto $\frac{2}{4}$ y $\frac{1}{2}$ expresan una misma cantidad de tira, es decir, las dos franjas son del mismo largo.

Escribe la familia de fracciones que has obtenido. Utiliza una línea distinta por cada familia. Pon en cada familia una fracción por cada franja de color.

Familia de fracciones equivalentes de largo media tira.

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$$

Usando las piezas más grandes de las que tienes disponibles construye seis familias de fracciones de otras longitudes.

Familia de fracciones equivalentes de largo un tercio de tira.

$$\frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$$

Familia de fracciones equivalentes de largo un cuarto de tira.

$$\frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$$

Familia de fracciones equivalentes de largo un quinto de tira.

——	=	——	=	——	=	——	=	——	=	——	=	——

Familia de fracciones equivalentes de largo una tira.

——	=	——	=	——	=	——	=	——	=	——	=	——

Actividad 7: Añadiendo fracciones a las familias equivalentes.
Como ya te has dado cuenta, dentro de cada una de las familias de fracciones equivalentes anteriores te han quedado varios espacios vacíos por llenar.
Si tuvieses piezas de $\frac{1}{24}$ de tira, ¿ podrías construir franjas de igual largo que las familias de fracciones anteriores? Escribe la fracción que obtendrías en cada familia.

Observa las familias de fracciones y trata de buscar algún método para obtener fracciones equivalentes. Completa con fracciones equivalentes los espacios que te quedaron vacíos de las distintas familias en la actividad 2.

Actividad 8: (en parejas) De acuerdo a las conversaciones entre tus compañeros(as) y el profesor(a) y a lo que has estudiado en esta Ficha, responde a las siguientes preguntas:

Dadas dos fracciones con igual denominador, ¿cuál es la mayor?

¿Qué es una fracción unitaria?

Dadas dos fracciones unitarias, ¿cuál es la mayor?

¿Cómo podemos fabricar una pieza de 3/8 si tenemos una pieza de 1/8? ¿Y si solo tenemos la unidad?

¿Cuántas veces hay que repetir la fracción 1/6 para poder obtener la unidad?

¿Qué significa que dos fracciones sean equivalentes?

Ficha 3	Primera Unidad Clase 3	Quinto Básico	Nombre: ____________________________ Curso: ___________________

Actividad 9: Cortando cintas
Recorta una cinta de papel asegurándote que sea exactamente del mismo largo que la unidad dibujada. Luego, ve a recortar un pedazo de cinta del mismo largo que la línea A dibujada en la Ficha. Para ello solo puedes llevar la copia de la unidad que has recortado. Una vez cortado, vuelve a tu sitio y compara las longitudes del pedazo que cortaste y de la línea A. En caso de que no coincidan inténtalo de nuevo. Si coinciden, pega con scotch la cinta que cortaste junto a la línea A. Repite el procedimiento para cada una de las líneas dibujadas.

UNIDAD

A

B

C

D

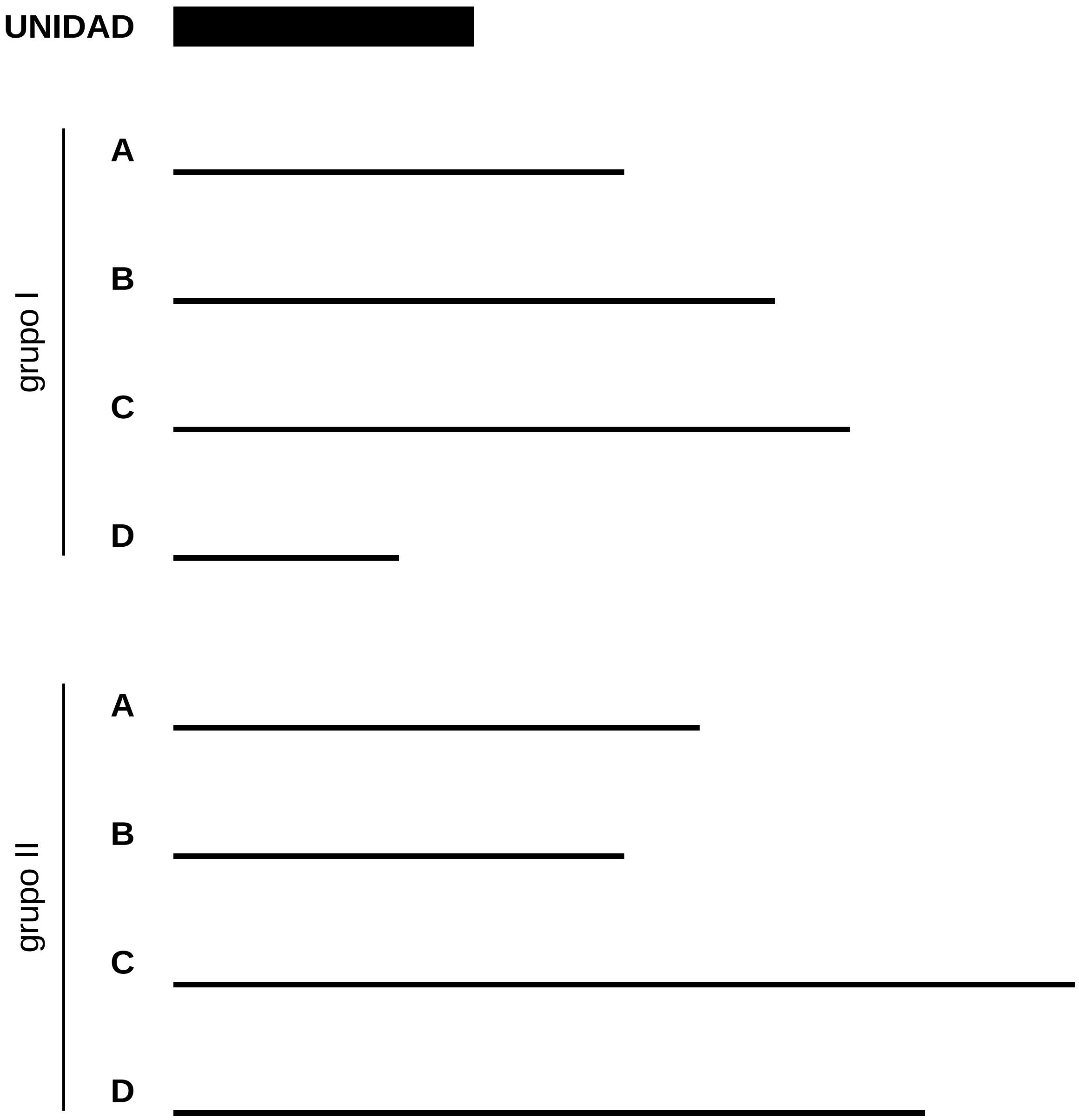
E

Comparte con tu compañero(a) los resultados que obtuviste y cómo lograste cortar las cintas del mismo tamaño que las líneas.

Actividad 10: (en parejas) Mandando a Cortar cintas

Junto con tu compañero(a) distribúyanse los grupos de líneas **I** y **II**. Escribe en un papel un mensaje para tu compañero con la información que creas necesaria para que pueda cortar las cintas del mismo largo que tus líneas. En el mensaje solo puedes usar letras y números. Intercambia este mensaje con el de tu compañero o compañera.

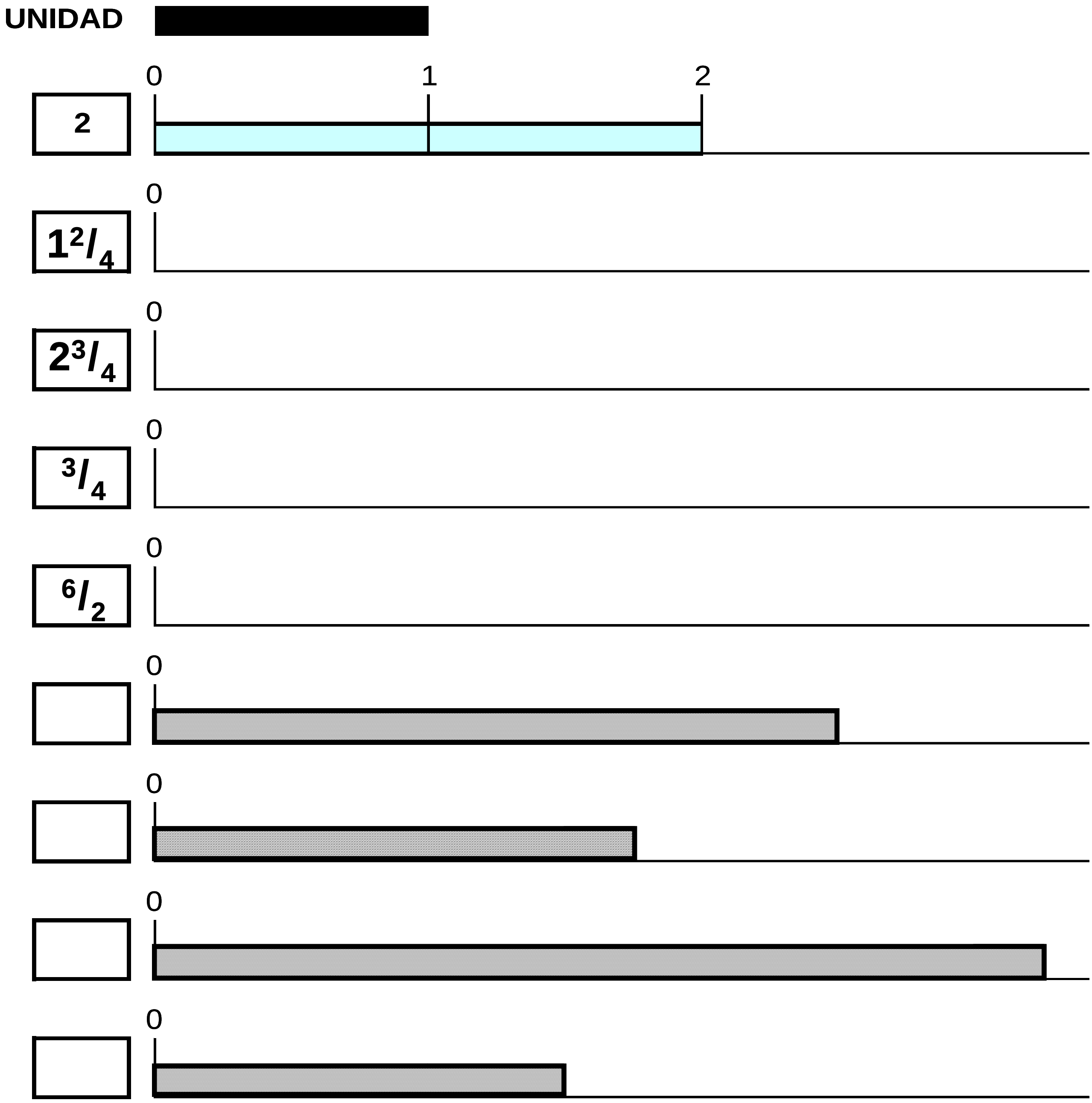
Toma el mensaje de tu compañero y la copia de la unidad y ve a cortar las cintas que indica el mensaje. Una vez cortadas las cuatro cintas, vuelve a tu sitio y comprueba junto con tu compañero si el largo de las cintas que cortaste coincide con el largo de las líneas que él o ella escogió.



En caso de que el largo de alguna cinta no coincida con la línea, mide junto a tu compañero(a) el largo de la línea nuevamente y ve a cortar otra cinta.

Una vez pegadas las cintas que cortaste, anota al lado de cada cinta su medida.

Actividad 11: Dibuja sobre cada línea vacía una cinta de las medidas descritas dentro del recuadro y anota en los recuadros vacíos las medidas de las cintas dibujadas sobre las líneas, utilizando para ello la unidad de longitud dibujada.



Compara los resultados con los de tu compañero o compañera y discutan si es posible que medidas iguales se representen con distintos números.

Ficha 4	Primera Unidad Clase 4	Quinto Básico	Nombre: ____________________ Curso: ______________

Actividad 12: Construyendo una regla (en parejas) Material: tira de cartulina y unidad. Junto con tu compañero(a) y utilizando la tira de cartulina y la unidad de medida que te da el profesor(a), construye una regla para medir. En la regla señala con números los enteros y medios de unidad y marca sin número los cuartos de unidades.

a) Dibuja las cintas del largo que se especifica en cada recuadro utilizando las reglas que has construido

$1\frac{1}{2}$ 0 ______________________________

2 0 ______________________________

$\frac{3}{2}$ 0 ______________________________

$\frac{2}{4}$ 0 ______________________________

$2\frac{3}{4}$ 0 ______________________________

$\frac{3}{8}$ 0 ______________________________

$1\frac{1}{8}$ 0 ______________________________

$2\frac{1}{4}$ 0 ______________________________

1 0 ______________________________

b) Intercambien una de las fichas que acaban de dibujar con los compañeros(as) de adelante (atrás). Revisen las longitudes que tus compañeros dibujaron. Contabilicen la cantidad de respuestas que tienen buenas.

c) Manuel midió con una regla la cinta A y la medida fue 2 unidades. Laura midió con otra regla la cinta B y la medida fue ¾ de unidad. Ambos midieron bien y están seguros de su medida. ¿Qué puede estar pasando?

cinta que midió Manuel **cinta que midió Laura**

Si ahora pedimos a Manuel y Laura que ambos corten una cinta de tamaño unidad. ¿Serán de igual largo las dos cintas? Trata de dibujar una cinta igual a la que cortará Manuel y otra igual a la que cortará Laura.

Ficha 5	Primera Unidad Clase 5	Quinto Básico	Nombre: ____________________________ Curso: ___________________

Actividad 13: (Materiales: regla)

a) Saca la regla que usas en geometría y mide las longitudes de las cintas dibujadas y dibuja nuevas cintas de las medidas solicitadas.

Compara las medidas de las cintas dibujadas con las de tu compañero o compañera.

(cm)

$5\frac{7}{10}$ ____

$8\frac{1}{2}$ ____

6,5 ____

$9\frac{3}{10}$ ____

$4\frac{1}{2}$ ____

Actividad 14: Escucha atentamente el texto que lee tu profesor(a). Luego responde a las siguientes preguntas.

¿Qué problema existía en la antigüedad con las medidas?

¿Qué solución dio la humanidad a dicho problema?

¿Qué unidad de medida tiene la regla que usas normalmente en geometría? ¿Y la que usan tus compañeros? ¿Y la que usa el carpintero? Y en Europa, ¿cómo son las reglas?

Ordena de menor a mayor longitud las varas que se utilizaban en España para medir a mediados del s. XIX.

Unidades de logitud Españolas del s. XIX

Región	unidad	logitud (cm)
Canarias	vara de Canarias	84 2/10
Castellón	vara de Castellón	90 6/10
Castilla	vara de Castilla	83 6/10
Madrid	vara de Madrid	84 3/10
Pamplona	vara de Pamplona	78 5/10

Vara de_____________

Vara de_____________

Vara de_____________

Vara de_____________

Vara de_____________

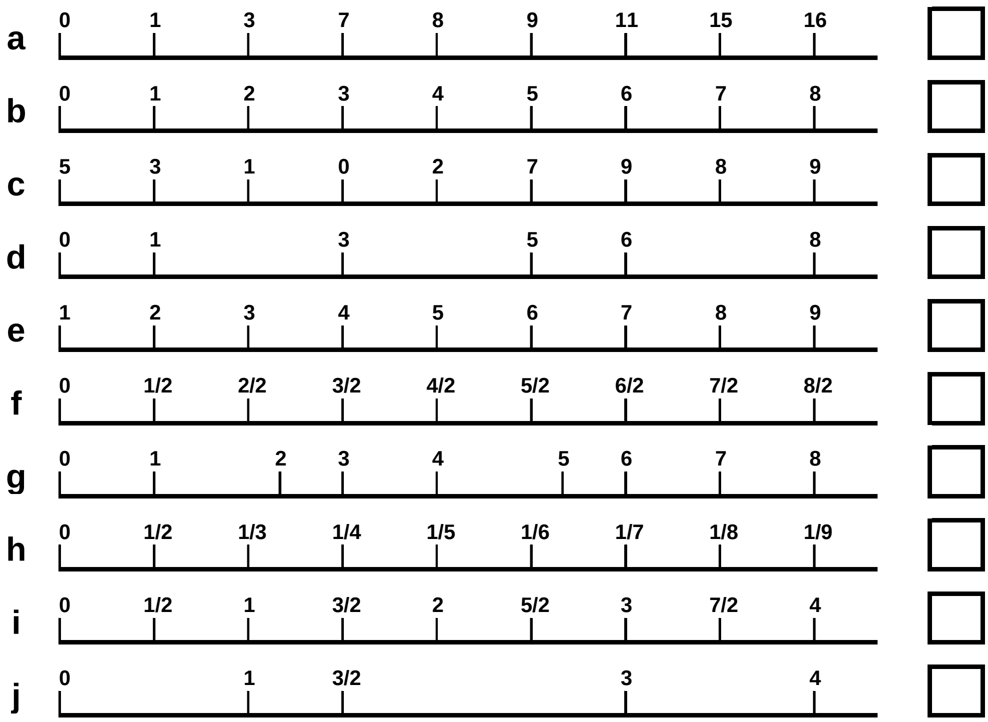
Ficha 6	Primera Unidad Clase 5	Quinto Básico	Nombre: ____________________ Curso: ______________

Actividad 15: Conociendo la recta numérica

La recta numérica es una forma de asociar cada uno de los números a un punto de una línea recta. Los números se distribuyen a lo largo de la recta numérica de la misma forma que lo hacían en la regla. De modo que las principales características de la recta numérica son:

- Al igual que sucede con la regla, cada punto que forma la recta numérica corresponde a un número distinto.
- Al inicio de la recta se le llama origen y se le asocia siempre el número O.
- El número 1 se asigna al punto de la recta que está exactamente a una unidad de medida de distancia desde el origen.
- El número que representa un punto de la recta equivale a la distancia de ese punto al origen, medida con la misma unidad de medida que la utilizada para determinar la posición del 1.
- Dados dos puntos de la recta, siempre hay otros que están entre ellos.
- La recta numérica tiene un inicio pero, a diferencia de la regla, la recta numérica no tiene final. Como no podemos dibujarla toda, dibujamos solo un trozo de ella; a veces se dibuja una flecha para indicar que la recta continúa en esa dirección.
- Los números en la recta están ordenados de menor a mayor empezando por el 0 y aumentando hacia la derecha.
- En la recta numérica se pueden señalar los puntos que uno quiera.

Discute con tu compañera(o) cuáles de las siguientes rectas numéricas están bien dibujadas y cuáles no, explicando los errores que hay en cada dibujo. Marca en el recuadro con una cruz aquellas que creas que están mal dibujadas y con un ticket las que están bien.

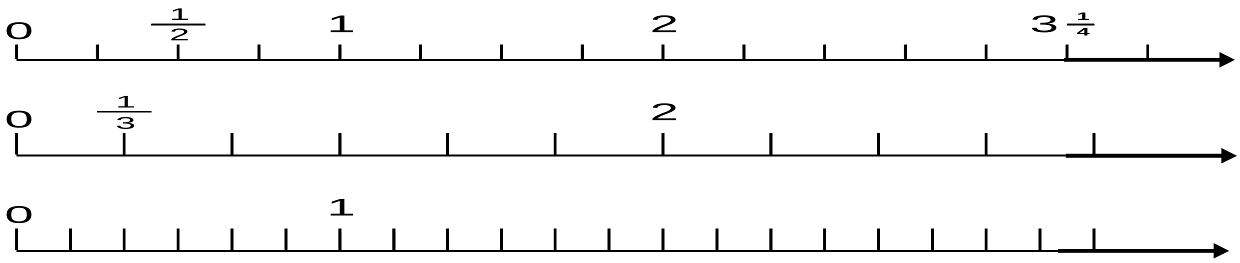


Ficha 7	Primera Unidad Clase 6	Quinto Básico	Nombre: ____________________ Curso: ______________

Actividad 16: identificando puntos de la recta.

Teniendo en cuenta que la unidad de medida es la dibujada aquí ponle el número que corresponde a cada uno de los puntos de las rectas señalados.

UNIDAD 



Actividad 17: Situando y ordenando cantidades en la recta

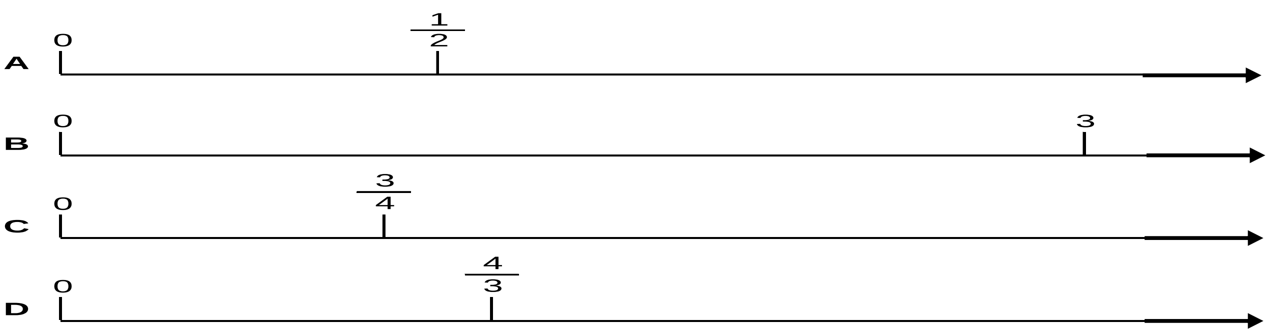
La siguiente recta numérica tiene únicamente señalada la unidad de medida. Reproduce una cinta de papel de exactamente una unidad de medida. Ayudándote de la unidad que has cortado marca con precisión en la recta la posición de las cantidades:

2 , $1^{1}/_{2}$, ¾, 5/4, 4/2, ½ , 6/4 y 1 1/4. Comenta tus procedimientos a tu compañero(a).

Ahora ordena las cantidades que has representado en la recta en una lista de menor a mayor. Utiliza los símbolos < o = entre cantidades. ¿Quedan en el mismo orden que el dibujado en la recta? ¿Por qué? ¿Cómo es posible que fracciones distintas estén representadas por un mismo punto?

Actividad 18: Descubriendo la unidad de medida en cada recta numérica.

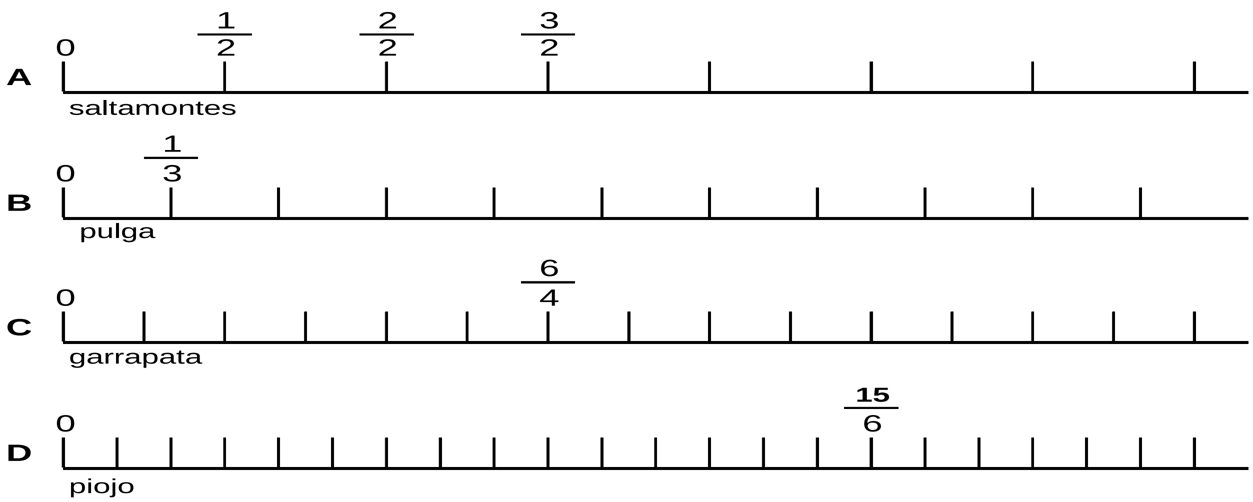
Trata, junto a tu compañero(a) de averiguar en qué punto se encuentra la unidad en cada una de las siguientes rectas numéricas. Una vez que estés seguro, señala dicho punto con el número 1.



Ficha 8	Primera Unidad Clase 6	Quinto Básico	Nombre: ____________________________ Curso: ___________________

Actividad 19: Los insectos saltarines

Un saltamontes, una pulga, una garrapata y un piojo hacen una competencia de saltos por la recta numérica. El saltamontes salta 1/2 metro en cada salto, la pulga 1/3 de metro, la garrapata ¼ de metro y el piojo 1/6 de metro. Todos empiezan a saltar desde el origen. Señala, en cada una de las rectas, todos los puntos en los que va cayendo el insecto utilizando para ello fracciones con denominadores iguales. Las cantidades están expresadas en metros.



Compara tus resultados con los de tus compañeros. ¿Con qué podemos relacionar el numerador de cada una de las fracciones representadas?

¿Y la distancia entre una marca y la siguiente?

Encuentra todos aquellos puntos de la recta por los que pasan los cuatro insectos. ¿Qué puedes decir de esos puntos?

Escribe tres fracciones que sean equivalentes a cada una de las siguientes medidas:

$$1=\frac{1}{1}=\frac{\quad}{\quad}=\frac{\quad}{\quad}=\frac{\quad}{\quad} \qquad 2=\frac{2}{1}=\frac{\quad}{\quad}=\frac{\quad}{\quad}=\frac{\quad}{\quad} \qquad 3=\frac{3}{1}=\frac{\quad}{\quad}=\frac{\quad}{\quad}$$

¿Qué tienen en común todas las fracciones equivalentes? ¿Sabrías encontrar nuevas fracciones equivalentes?

¿Se te ocurre alguna forma de cómo obtener la segunda fracción a partir de la primera? ¿Y la tercera? ¿Y la cuarta?

¿Sirve tu forma de transformar fracciones en otras equivalentes para las tres familias representadas?

Ficha 9	**Primera Unidad** **Clase 7**	**Quinto Básico**	Nombre: ____________________________ Curso: __________________

(Materiales: bolsa con las piezas utilizadas en la primera clase y 3 papeles lustre por cada alumno)

Actividad 20:

Amelia y Tomás tienen la siguiente discusión.

Amelia: ¡Finalmente, descubrí una forma de generar fracciones equivalentes!
Tomás: ¡Genial! Cuéntamela…
A: Multiplico el numerador y el denominador por un mismo número…
T: ¡Que tontería!
A: Sí. Mira, si tomo la fracción ½ y hago la siguiente operación $\frac{1\times 2}{2\times 2}$ obtengo la fracción 2/4 que es equivalente a ½
T: Pero, ¿cómo va a ser 2/4 la misma cantidad que ½ si para obtener el 2/4 he tenido que multiplicar por 2 el ½? Por eso yo creo que en realidad 2/4 tiene que ser el doble de ½ y por tanto no pueden ser equivalentes.
A: Bueno, no estoy muy segura, pero creo que lo que he hecho no es exactamente multiplicar, sino que algo distinto, pues para multiplicar por dos una fracción yo lo hago así:

$$2\times\frac{1}{2} = 2 \text{ veces } \frac{1}{2}, \text{ dando como resultado } \frac{2}{2}, \text{ resultado que equivale a multiplicar por } 2$$

$$\text{el numerador de la fracción } \frac{1}{2}, \quad \text{o sea que } 2\times\frac{1}{2} \text{ es lo mismo que } \frac{2\times 1}{2}$$

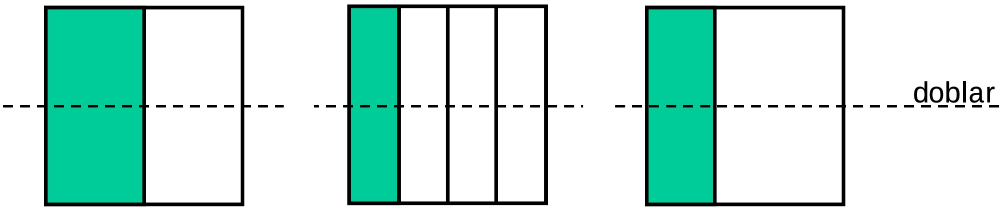
T: No me convences.

Junto con tu compañero o compañera discute sobre quién tiene razón.
¿La operación de multiplicar el numerador y denominador de una fracción por dos es la misma que la de duplicar la fracción?

¿Cómo se podría justificar el procedimiento de Amelia?
Pista: Piensa en cómo cambia la cantidad que representa una determinada fracción si se duplica el numerador. ¿Y si luego doblamos también el denominador?

Actividad 21: (en parejas. Material: papel lustre)

a) Junto con tu compañero(a) dobla en una dirección vertical tres papeles lustre para obtener medios, tercios y cuartos. Luego raya ½, 1/3 y ¼ en cada papel. Luego dobla en dirección horizontal por la mitad cada papel lustre, ¿qué fracciones representa la misma zona achurada en cada caso?



Discute las siguientes preguntas con tu compañero(a) y trata de relacionar tus respuestas con el procedimiento que propone Amelia.

Al doblar por la mitad en dirección horizontal obtuviste dos partes achuradas en lugar de una. ¿Significa eso que al doblar por la mitad la cantidad achurada de la figura se duplicó? ¿Cómo explicarías qué ocurrió?
¿El área achurada varía al doblar cada parte del papel lustre por la mitad? ¿Y si doblas cada parte de papel lustre en 4 partes? ¿Las fracciones que vas obteniendo expresan una misma cantidad?

b) Completa cada una de las frases siguientes. Verifica cada frase utilizando para ello las piezas de mosaico que fabricaste en la primera clase de esta unidad.

$\frac{1\times 2}{4}=\frac{2}{4}$ cantidad que es ___dos veces___ la cantidad $\frac{1}{4}$

$\frac{1\times 3}{4}=\frac{3}{4}$ cantidad que es ______________veces la cantidad $\frac{1}{4}$

$\frac{1\times 4}{4}=\frac{4}{4}$ cantidad que es ______________veces la cantidad $\frac{1}{4}$

De forma que al multiplicar el numerador de una fracción por un número la cantidad _______________tantas veces como el factor utilizado.

Ahora hagamos algo muy parecido, pero con el denominador.

$\frac{1}{4\times 2}=\frac{1}{8}$ cantidad que es ___la mitad de___ la cantidad $\frac{1}{4}$

$\frac{1}{4\times 3}=\frac{1}{12}$ cantidad que es la _______________ parte de la cantidad $\frac{1}{4}$

$\frac{1}{4\times 4}=\frac{1}{16}$ cantidad que es la ________________ parte de la cantidad $\frac{1}{4}$

De forma que al multiplicar el denominador de una fracción por un número la cantidad ______________ tantas veces como el factor utilizado.

Si ahora analizamos la operación que hacía Amelia, tenemos que $\frac{1}{4}=\frac{1\times 2}{4\times 2}=\frac{2}{8}$. Al multiplicar por dos el numerador doblaba la cantidad, pero a su vez al multiplicar el denominador por dos reducía la cantidad a la mitad, de forma que obtenía una fracción equivalente ya que al doblar y luego reducir a la mitad una cierta cantidad, esta sigue siendo la misma.

A la operación de multiplicar numerador y denominador se le llama amplificación. Al amplificar una fracción se obtiene una fracción equivalente. Al factor por el que se multiplica el numerador y el denominador se le llama factor de amplificación.

Actividad 22: Calculando fracciones equivalentes

a) Utiliza dicho procedimiento para calcular dos fracciones equivalentes a las siguientes:

$$\frac{3}{2}=\frac{\quad}{\quad}=\frac{\quad}{\quad} \qquad \frac{1}{4}=\frac{\quad}{\quad}=\frac{\quad}{\quad} \qquad \frac{1}{2}=\frac{\quad}{\quad}=\frac{\quad}{\quad} \qquad \frac{5}{8}=\frac{\quad}{\quad}=\frac{\quad}{\quad}$$

b) Completa los siguientes ejercicios con el fin de obtener fracciones equivalentes.

$$\frac{3\times 5}{2\times 5}=\frac{\quad}{\quad} \qquad \frac{4\times 2}{3\times}=\frac{\quad}{\quad} \qquad \frac{2\times}{4\times}=\frac{\quad}{12} \qquad \frac{6\times}{5\times 3}=\frac{\quad}{\quad} \qquad \frac{5\times}{2\times}=\frac{\quad}{10}$$

c) En cada una de las siguientes familias de fracciones equivalentes se han colocado algunas fracciones que **no son** equivalentes. Trata de identificarlas y táchalas con una cruz.

$$\frac{1}{2} = \frac{3}{6} = \frac{5}{8} = \frac{2}{4} = \frac{14}{7} = \frac{5}{10} = \frac{15}{30}$$

$$\frac{1}{5} = \frac{4}{25} = \frac{3}{15} = \frac{6}{35} = \frac{2}{10} = \frac{6}{30} = \frac{8}{40}$$

Ficha 10	Primera Unidad Clase 8	Quinto Básico	Nombre: ______________________________ Curso: ____________________

Actividad 23:

a) Amplifica las siguientes fracciones de forma que todas ellas queden expresadas con denominador 12.

$$\frac{3\times}{2\times}=\frac{\quad}{12}\qquad \frac{4\times}{3\times}=\frac{\quad}{12}\qquad \frac{2\times}{4\times}=\frac{\quad}{12}\qquad \frac{5\times}{6\times}=\frac{\quad}{12}\qquad \frac{8\times}{12\times}=\frac{\quad}{12}$$

b) Ordena de menor a mayor las fracciones $\frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{2}{4}, \frac{2}{4}, \frac{5}{6}, \frac{8}{12}, \frac{2}{3}$, que amplificaste en el apartado a).

c) Compara los siguientes pares de fracciones poniendo entre ellas el símbolo >, = o < según corresponda, y engloba con un círculo la fracción que sea mayor. En caso que lo necesites, puedes apoyarte en las listas de fracciones equivalentes escritas abajo.

$$\frac{5}{7}\quad \frac{4}{5}\qquad\qquad \frac{2}{3}\quad \frac{4}{5}\qquad\qquad \frac{5}{7}\quad \frac{2}{3}\qquad\qquad \frac{3}{4}\quad \frac{4}{5}\qquad\qquad \frac{5}{7}\quad \frac{3}{4}$$

$$\frac{5}{7}=\frac{10}{14}=\frac{15}{21}=\frac{20}{28}=\frac{25}{35}=\frac{30}{42}=\frac{35}{49}=\frac{40}{56}=\frac{45}{63}=\frac{50}{70}$$

$$\frac{4}{5}=\frac{8}{10}=\frac{12}{15}=\frac{16}{20}=\frac{20}{25}=\frac{24}{30}=\frac{28}{35}=\frac{32}{40}=\frac{36}{45}=\frac{40}{50}$$

$$\frac{2}{3}=\frac{4}{6}=\frac{6}{9}=\frac{8}{12}=\frac{10}{15}=\frac{12}{18}=\frac{14}{21}=\frac{16}{24}=\frac{18}{27}=\frac{20}{30}$$

$$\frac{3}{4}=\frac{6}{8}=\frac{9}{12}=\frac{12}{16}=\frac{15}{20}=\frac{18}{24}=\frac{21}{28}=\frac{24}{32}=\frac{27}{36}=\frac{30}{40}$$

d) Compara las fracciones siguientes y engloba con un circulo la fracción mayor.

$$\frac{4}{6}\quad \frac{3}{4}\qquad\qquad \frac{2}{3}\quad \frac{3}{5}\qquad\qquad \frac{3}{5}\quad \frac{4}{6}$$

Actividad 24: En cada una de las siguientes parejas de fracciones, la segunda fracción se obtuvo amplificando la primera. Por accidente se borró parte de las fracciones originales, ¿podrías obtener la información que se borró?

$$\frac{\quad}{2} = \frac{3}{6} \qquad \frac{4}{\quad} = \frac{20}{15} \qquad \frac{\quad}{4} = \frac{12}{8} \qquad \frac{\quad}{2} = \frac{2}{4} \qquad \frac{2}{\quad} = \frac{4}{10}$$

¿Cómo has calculado el número que faltaba?

Al dividir el numerador y denominador de una fracción por un mismo número también se obtiene una fracción equivalente. A esta operación se le llama simplificación.

Obtén una fracción equivalente a cada una de las fracciones siguientes mediante simplificación.

$$\frac{14 \div 2}{8 \div 2} = \frac{\quad}{\quad} \qquad \frac{4 \div 3}{12 \div} = \frac{\quad}{\quad} \qquad \frac{4 \div}{16 \div} = \frac{1}{\quad} \qquad \frac{6}{15} = \frac{\quad}{\quad} \qquad \frac{4}{10} = \frac{\quad}{\quad}$$

Actividad 25: responde a las preguntas siguientes:

¿Qué sucede cuando se multiplica el numerador y denominador de una fracción por un mismo número?

¿Cómo se llama a esa operación?

¿En que consiste la operación llamada simplificación?

¿Qué significa que dos fracciones sean equivalentes?

¿Cómo ordenarías una lista de fracciones con denominadores iguales?

¿Y si la lista tiene fracciones con denominadores distintos?

Actividad 26: De acuerdo a las conversaciones entre tus compañeros(as) y el profesor(a) resume en tu cuaderno lo más importante de lo que has estudiado en esta clase.

Ficha 11	Primera Unidad Clase 9	Quinto Básico	Nombre: ____________________ Curso: ______________

Actividad 27: El robot barredor (en parejas)

1. Se han programado dos robots para que anden por la recta numérica. Los robots siempre dan pasos de un mismo largo. El robot C3PO da pasos de ½ unidad, mientras que su amigo el robot TZ da pasos de 1/3 de unidad. Señala en la misma recta numérica con color azul los puntos de la recta que pisa C3PO y con color rojo los puntos que pisa TZ.

El robot R2D2 tiene la misión de borrar las huellas que dejan los robots C3PO y TZ en la recta numérica. Para poder borrar una huella es necesario que el robot R2D2 esté situado justo encima de ella.

- ¿Con qué largo de paso programarías a R2D2 para que borre todas las huellas dejadas por C3PO? ¿Y para que borre las dejadas por TZ?

- ¿Es posible programar a R2D2 con un solo largo de paso de forma que borre tanto la huella dejada por C3PO como la dejada por TZ en una sola pasada por la recta numérica? ¿Cuál sería ese paso? Discute con tu compañero o compañera.

Se han reprogramado nuevamente los robots de forma que ahora C3PO avanza 1/5 de unidad en cada paso y TZ ½. ¿Cuál será el largo del paso de R2D2 para que borre ambas huellas?

Pablo se enfrenta a la difícil tarea de programar el paso de R2D2 para que borre las huellas dejadas por C3PO y por TZ cuando el primero tiene un paso de 1/7 y el segundo de ½, y hace el razonamiento siguiente:

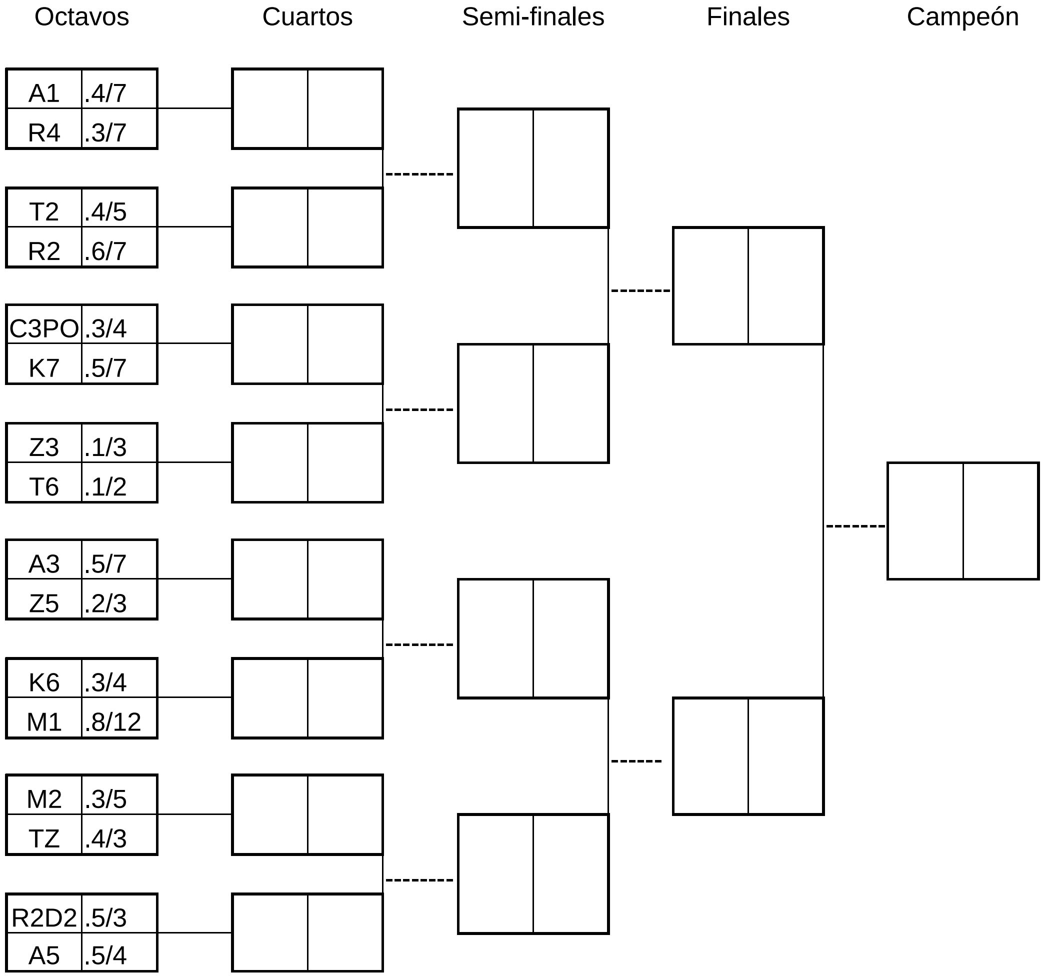
-Si amplifico la fracción 1/7 por 2 obtengo 2/14, mientras que si amplifico la fracción ½ por 7 obtengo 7/14. Entonces puedo escribir todos los puntos de la recta por los que pasa C3PO y también todos los puntos de la recta por los que pasa TZ utilizando únicamente fracciones con denominador 14.
¡Ya sé con que paso programar a R2D2!

Comenta el razonamiento de Pablo con tus compañeros(as). Trata de escribir los puntos de la recta que pisa cada robot en sus tres primeros pasos utilizando solo fracciones de denominador 14.
¿Con qué paso programarías a R2D2 para asegurarte que pasará por esos puntos?

¿Y si se reprogramase a C3PO y a TZ para que avanzaran con pasos de 3/5 y 5/8 respectivamente, cuál tendría que ser el paso de R2D2 para asegurarse que borrará todas las huellas?

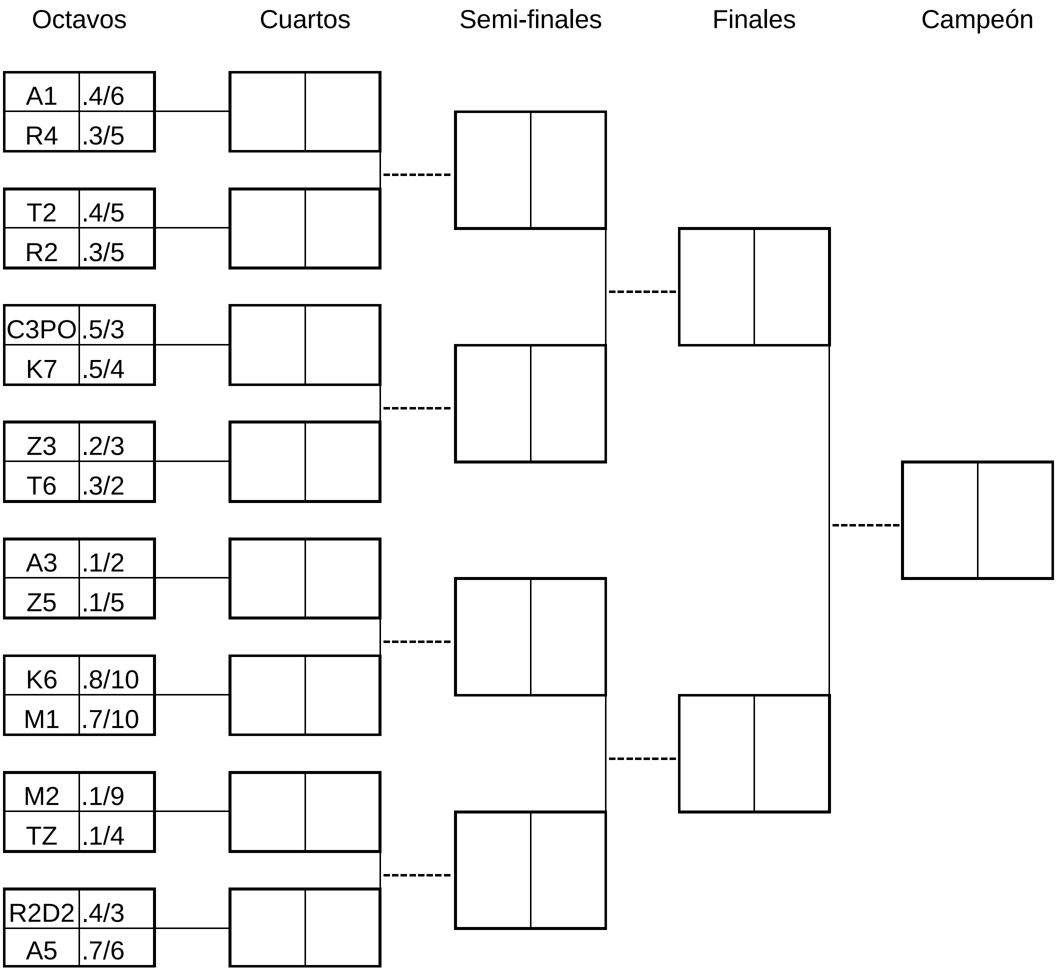
Actividad 28: ¿Qué robot salta más lejos?
Se ha organizado una competencia de robots saltarines. Compiten por parejas, pasando a la siguiente ronda el robot que haya dado el salto más largo y quedando eliminado el robot que haya dado el salto más corto. Un mismo robot siempre salta una misma distancia en la competencia.

Los resultados de los enfrentamientos en primera ronda fueron los siguientes:



Actividad 29: ¿Qué robot salta más lejos?
Se han reprogramado los robots para una segunda competencia de saltos. Compiten por parejas, pasando a la siguiente ronda el robot que haya dado el salto más largo y quedando eliminado el robot que haya dado el salto más corto. Un determinado robot siempre salta la misma distancia en la competencia.

Los resultados de los enfrentamientos en primera ronda fueron los siguientes:

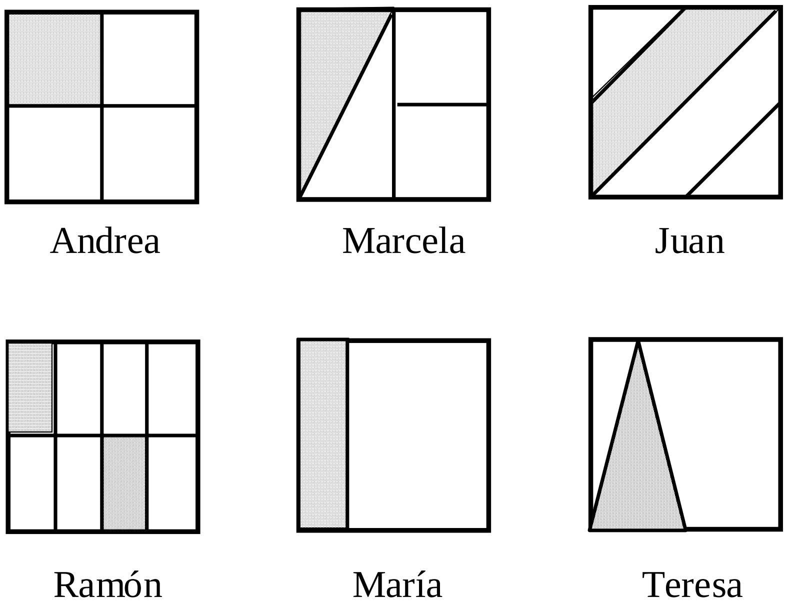


Ficha 12	**Primera Unidad** **Clase 10**	**Quinto Básico**	Nombre: ____________________ Curso: ______________

Actividad 30 a): ¿Qué es un cuarto?

Hasta ahora hemos utilizado las fracciones para medir cantidades de longitud no enteras. Ahora vamos a utilizarlas para medir cantidades de área.

En una clase el profesor(a) pide a seis alumnos que dibujen dentro de un papel lustre una figura que mida exactamente ¼ del papel. Cada uno de los alumnos hace el siguiente dibujo:



¿Cuáles de los dibujos piensas que efectivamente representan la fracción 1/4?

Discute con tu pareja cada uno de los dibujos, diciéndole los motivos por los que crees que el dibujo es o no es un cuarto.

¿Se te ocurre algún procedimiento para verificar si las áreas achuradas son cuartos o no?

30 b): Opinando sobre los cuartos

El profesor(a) pide a los alumnos que le den su opinión sobre los dibujos.
Andrea: Creo que el único dibujo que está bueno es el mío, porque es el único de los seis en que se dividió el papel lustre en cuatro partes iguales y se achuró una de ellas.
Marcela: Creo que los dibujos de Andrea, Juan y el mío están todos buenos, porque todos dividimos el papel en cuatro partes y achuramos una de ellas.
Profesor: ¿Y por que crees que el resto de dibujos están malos?
Marcela: El dibujo de Ramón no representa ¼, sino que 2/8 que no es lo mismo, ya que dividió el papel en 8 partes y tomó dos. Los dibujos de María y Teresa representan ½, ya que las dos dividieron el papel en dos partes y achuraron 1.
Ramón: Pues yo creo que el mío está tan bueno como el de Andrea, pues con los dos pedazos de mi dibujo puedo cubrir exactamente la misma zona achurada que dibujó Andrea.
Profesor: ¿Y que crees del resto de dibujos?
Ramón: El de Andrea está bueno y el resto de dibujos están malos, porque las partes en que se han dividido no son iguales.
María: Pero yo creo que el mío está bueno, porque con cuatro pedazos iguales al que dibujé logro cubrir un papel lustre entero.
Marcela: Con el pedazo que yo achuré sucede lo mismo, con cuatro pedazos iguales al achurado puedo cubrir el papel lustre completamente.
Juan: Yo, con cuatro pedazos iguales al que achuré, también puedo cubrir todo un papel lustre entero.
Marcela: Pero a ti te sobrará papel y así como no te puede faltar nada por cubrir, tampoco te puede sobrar nada.
Teresa: Yo creo que el mío también está bueno, porque con cuatro pedazos iguales cubro un trozo de área igual a la del cuadrado, o sea que lo que me falta por cubrir por un lado del cuadrado es exactamente lo que me sobra por el otro lado del cuadrado, de forma que se compensa.

¿Y tú que piensas ahora del dibujo de Marcela?

¿Y del dibujo de Juan?

¿Y del de Ramón?

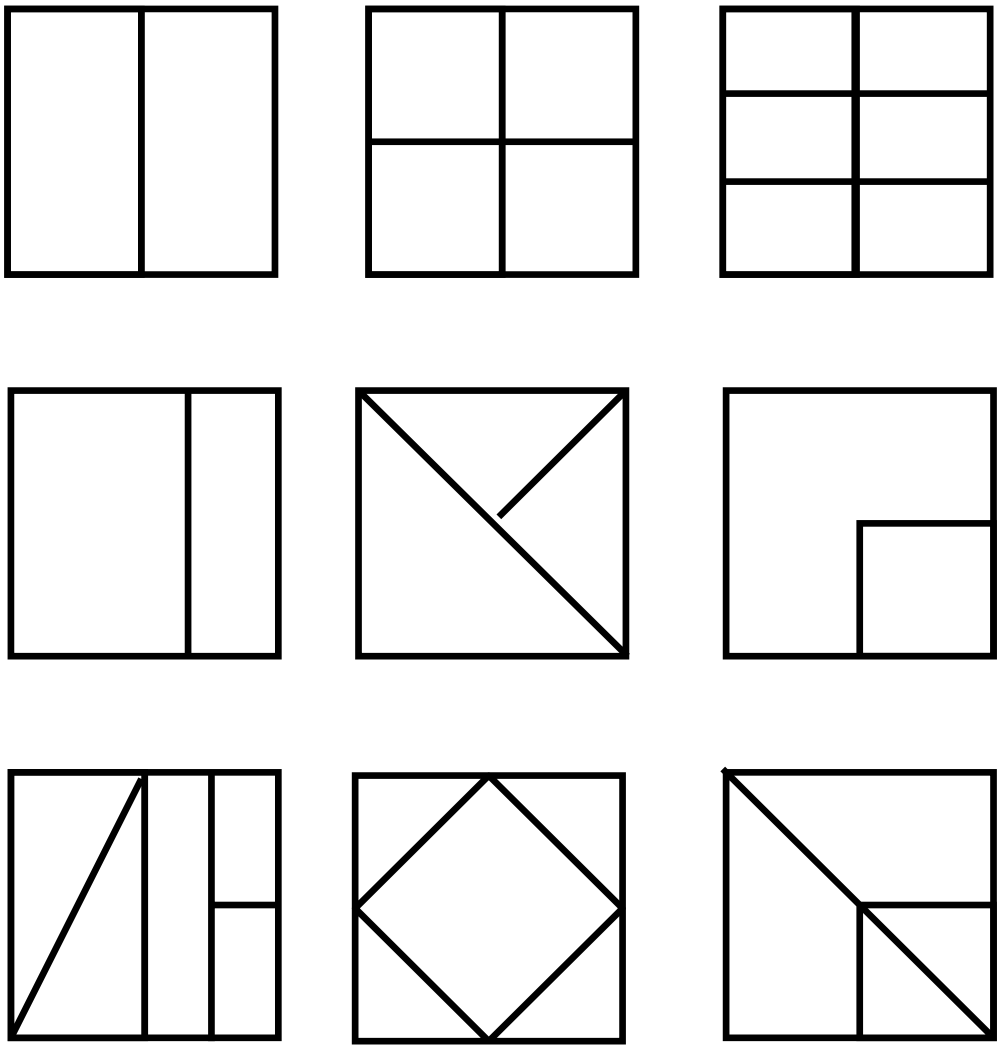
¿Y del de María?

¿Y del de Teresa?

Junto con tu compañero(a) trata de establecer un procedimiento para reconocer cuándo el área achurada es ¼ del total y cuándo no lo es.

Ficha 13	**Primera Unidad** **Clase 10**	**Quinto Básico**	Nombre: ____________________ Curso: ______________

Actividad 31: Cuantificando diversas partes de papel lustre
Se han divido un conjunto de papeles lustre tal y como muestran los dibujos. Junto con tu compañero(a), escribe dentro de cada trozo de papel lustre la medida del mismo, teniendo en cuenta que la unidad de medida es un papel lustre entero

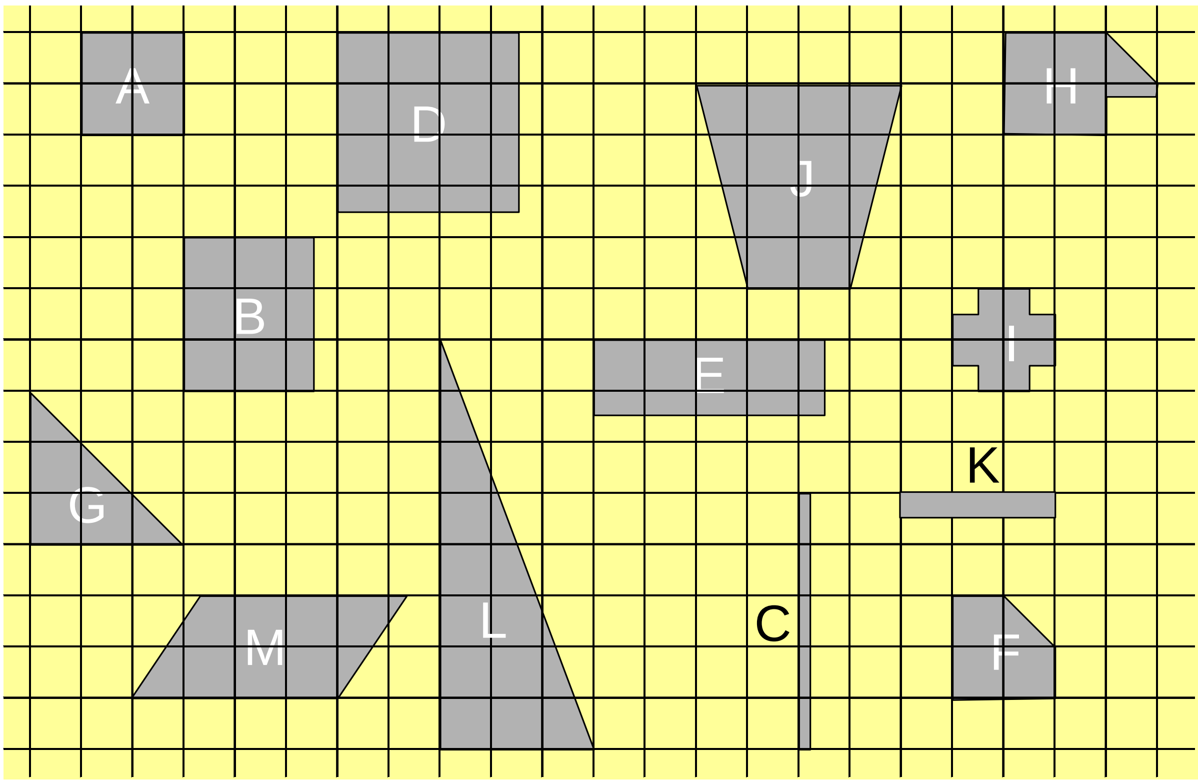


Actividad 32:
Dobla tres papeles lustre, cada papel de forma distinta, pero que todos los trozos que te quedan señalados sean tamaño **1/8 de papel**. Compara los dobleces con los de tu pareja.

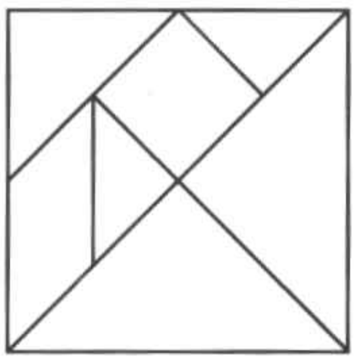
Ficha 14	Primera Unidad Clase 11	Quinto Básico	Nombre: ____________________ Curso: ______________

Actividad 33:
Representa en tu cuaderno mediante un dibujo las siguientes cantidades:
$1\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{3}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{6}$, $2\frac{3}{4}$, $\frac{11}{4}$, $\frac{7}{8}$ teniendo en cuenta que la unidad es un rectángulo de 4 x 3 cuadrados del cuaderno. ¿Qué fracción representa cada cuadrado del cuaderno? ¿Cómo representarías 15/24?

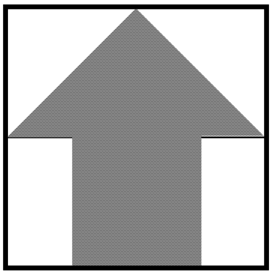
Actividad 34: Midiendo áreas
Teniendo en cuenta que cada cuadrado representa $1cm^2$, mide el área de las figuras siguientes:

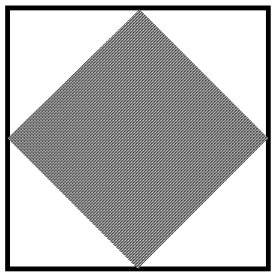


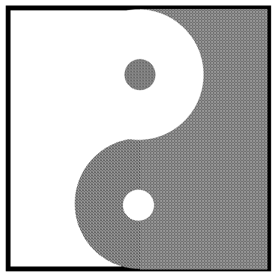
Actividad 35.
El Tangrama es un rompecabezas de origen chino, que se volvió muy popular en todo el mundo. Está formado por 7 piezas de distintos tamaños, tal y como muestra el dibujo. Escribe en el interior de cada pieza su tamaño, considerando que el cuadrado grande, que forman todas las piezas, es la unidad.

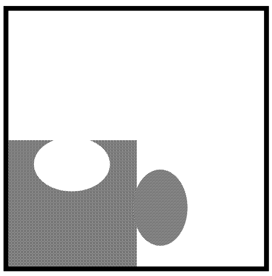


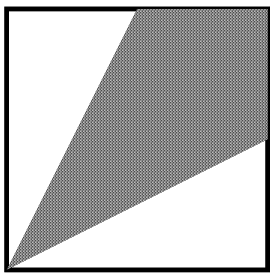
Actividad 36: (En parejas)
Teniendo en cuanta que consideramos el cuadrado como la unidad de área trata de averiguar junto a tu compañero la fracción que representa el área achurada de cada cuadrado. Escribe la fracción al lado de la letra de cada cuadrado.

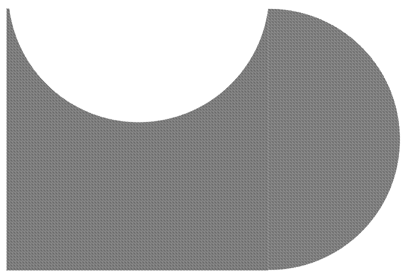

A

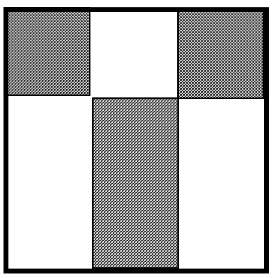

B

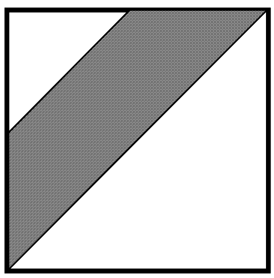

C

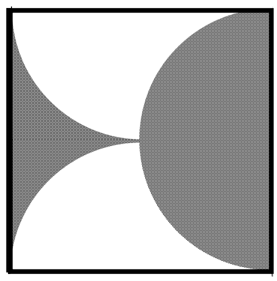

D


E


F


G


H

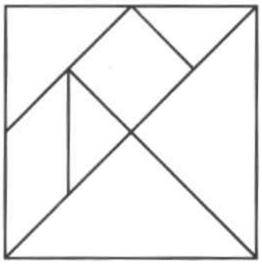

I

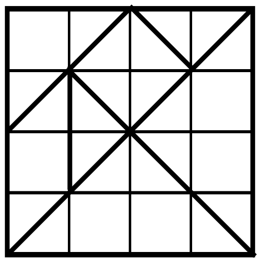
Ficha 15	Primera Unidad FICHA OPCIONAL TANGRAMA Clase 11	Quinto Básico	Nombre: ____________________ Curso: ______________

El tangrama es un rompecabezas de origen chino que probablemente apareció hace tan solo 200 ó 300 años. Los chinos lo llamaron "tabla de sabiduría" y "tabla de sagacidad", haciendo referencia a las cualidades que el juego requiere.

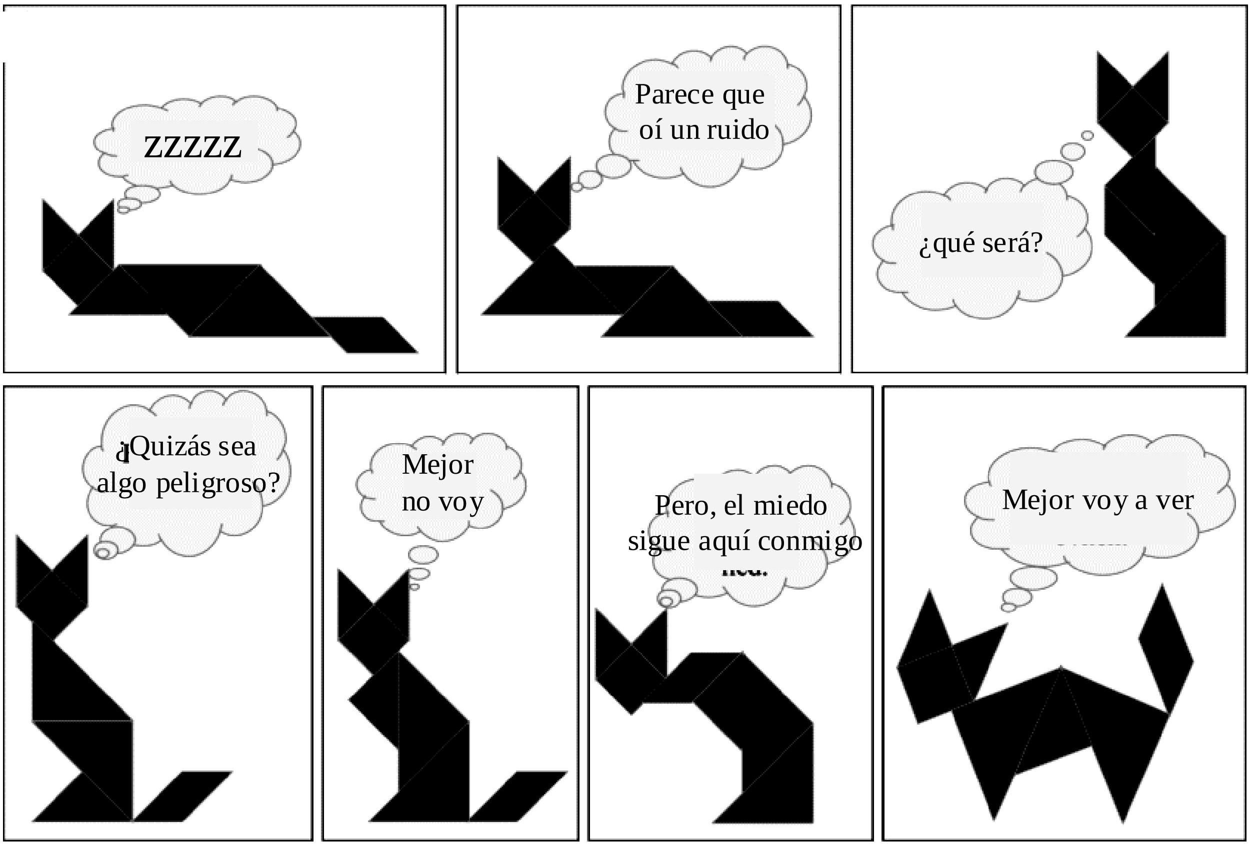
La misma palabra "tangrama" es un invento occidental: Se supone que fue creada por un norteamericano aficionado a los rompecabezas, quien habría combinado tang, una palabra cantonesa que significa "chino", con el sufijo inglés gram (-grama) que significa "escrito" o "gráfico".

Dobla un papel lustre para obtener 16 cuadrados iguales, y utilizando las marcas de los dobleces como referencia, dibuja las 7 piezas del tangrama y córtalas.

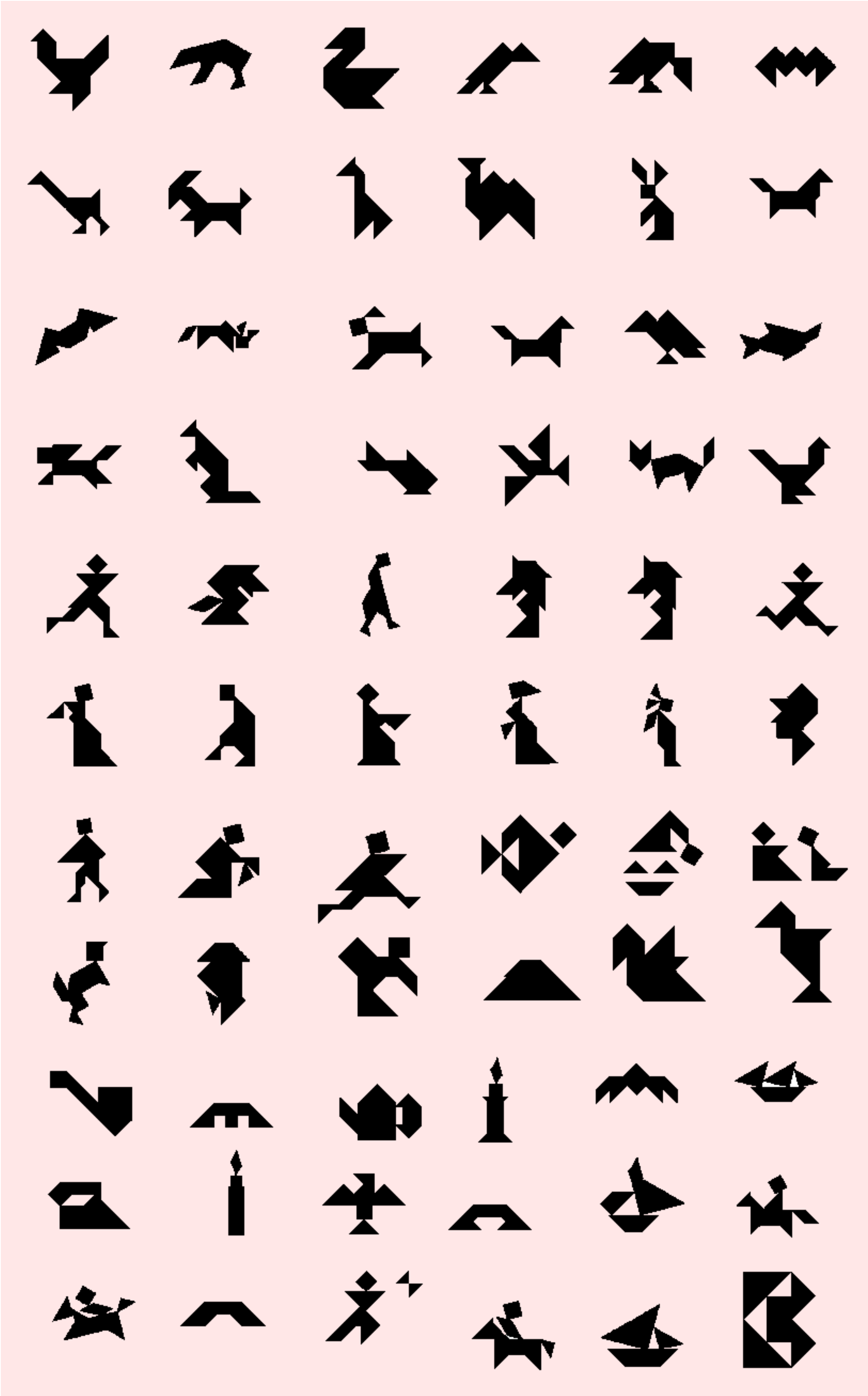




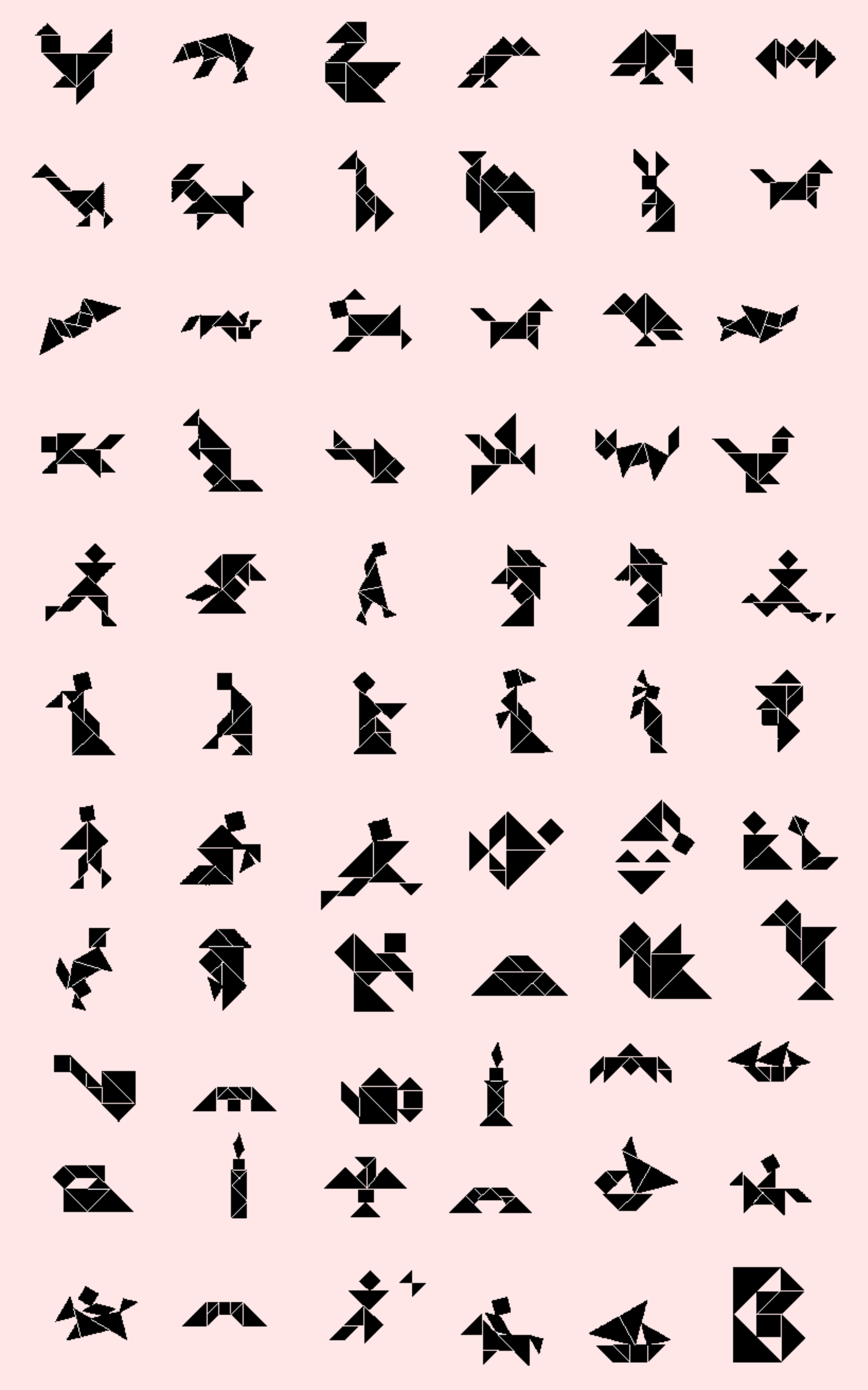
Usando todas las piezas del tangrama, trata de formar las figuras del gato de la siguiente historia.



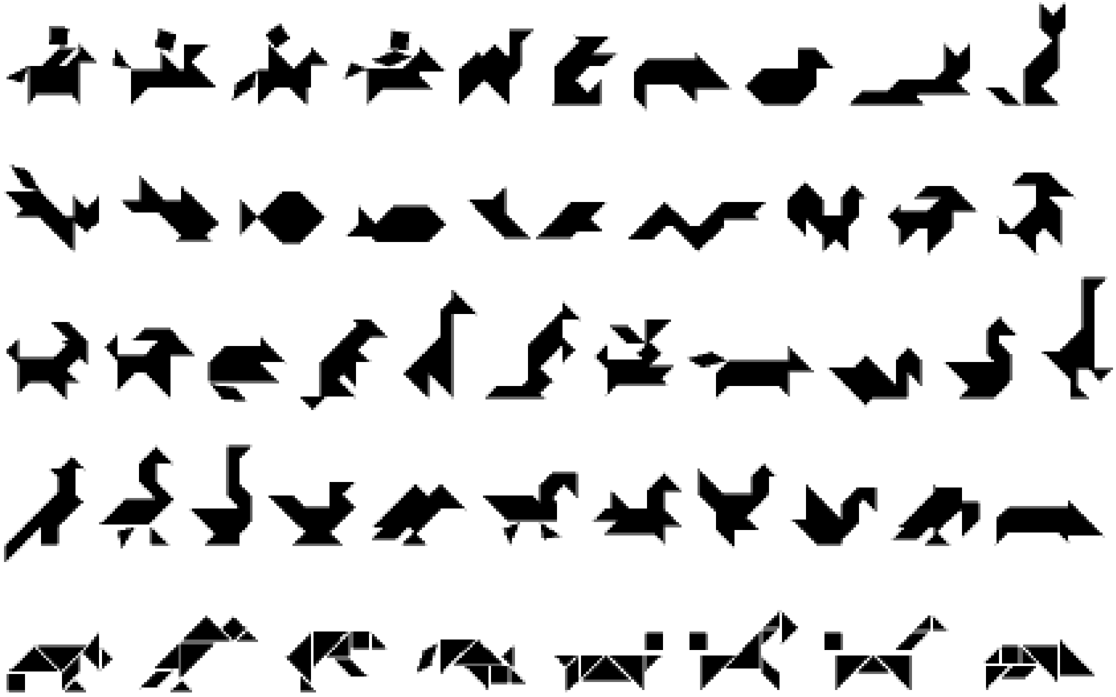
Diversas Figuras para Armar con el Tangrama



Soluciones a las figuras propuestas



Figuras de animales



Abecedario

Ficha 16 REPASO	Primera Unidad Clase 12	Quinto Básico	Nombre: ____________________ Curso: ______________

1.- a) Una tira se recortó en 4 pedazos de un mismo largo, obteniendo un pedazo como el dibujado:

pedazo

- Dibuja la tira completa.

- Dibuja un pedazo de 1/2 tira de largo.

b) Dibuja encima de cada línea una cinta del largo que dice la casilla adjunta.

UNIDAD

$1\,{}^{2}/_{4}$ ____

$2\,{}^{1}/_{4}$ ____

2. Ordena de menor a mayor las fracciones de cada una de las listas siguientes:

$\frac{1}{5}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{3}$ ___ < ___ < ___ < ___

$\frac{3}{6}, \frac{1}{6}, \frac{8}{6}, \frac{4}{6}$ ___ < ___ < ___ < ___

3.- a) Usando la **regla** mide las tiras siguientes y anota su medida en el recuadro.

b) Construye un segmento frente a cada recuadro de la longitud indicada dentro de él.

$4\,{}^{2}/_{10}$ cm

$7\,{}^{1}/_{2}$ cm

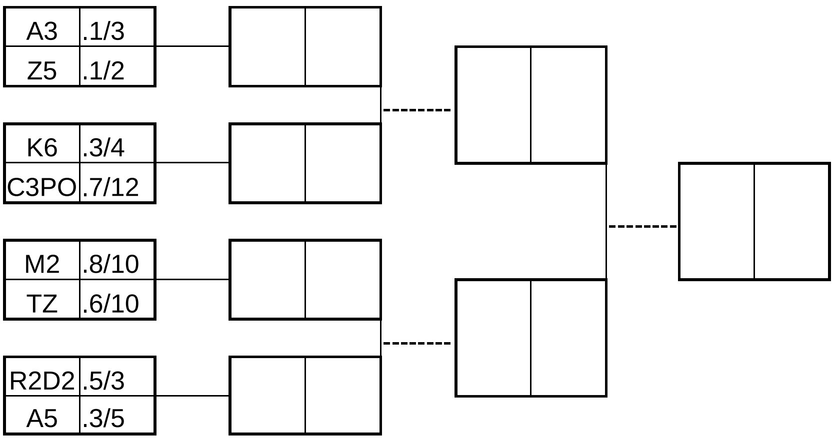
3.- a) Señala en la siguiente recta numérica la posición de los números 2, ¾, $^{5}/_{4}$ y $^{11}/_{2}$.

b) Indica los números que corresponden a cada uno de los puntos señalados.

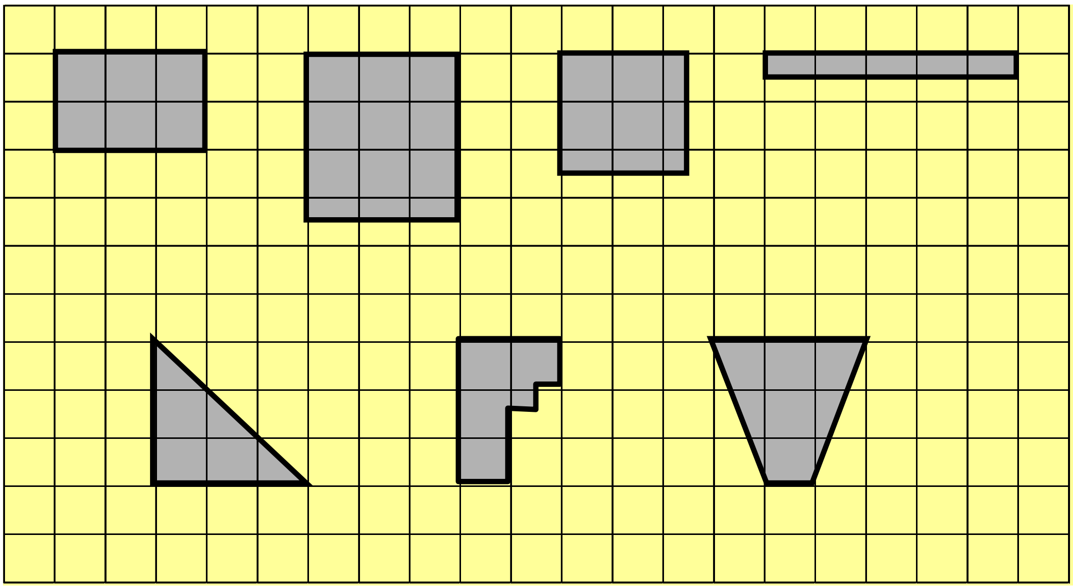
4.- Llena los espacios vacíos para obtener una fracción equivalente a cada una de las dadas.

$$\frac{3}{2} = \frac{}{} \qquad \frac{5}{7} = \frac{}{21} \qquad \frac{8}{6} = \frac{}{3} \qquad \frac{15}{12} = \frac{}{4}$$

5.- Completa el siguiente cuadro de competencia de saltos de robots indicando en cada rectángulo el robot que pasa a la siguiente ronda y el salto que da, teniendo en cuenta que gana aquel robot que salta más lejos y que cada robot salta siempre la misma distancia.

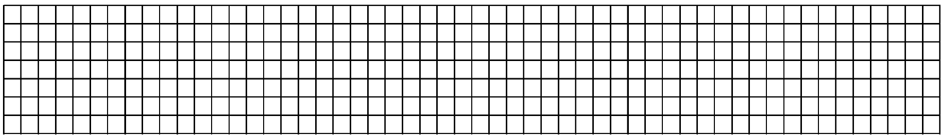


6.- Mide el área de las figuras dibujadas dentro de la cuadrícula y anótala debajo de cada figura.

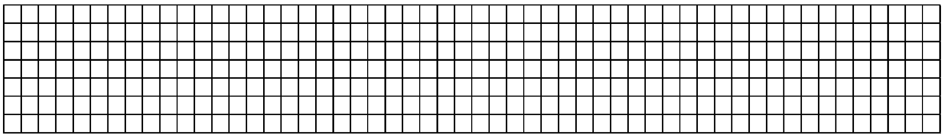


7.- Dibuja sobre cada cuadrícula las siguientes fracciones, teniendo en cuenta que la unidad es un rectángulo formado por 6 cuadrados de largo y 2 de ancho.

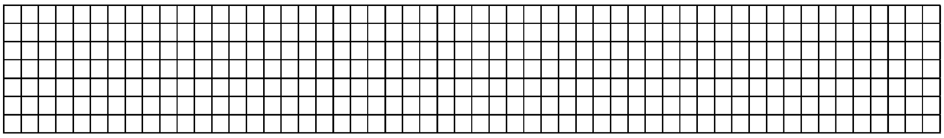
2/3



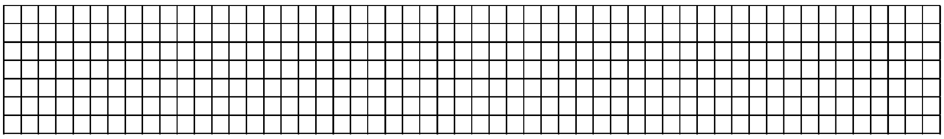
$1\ ^{1}/_{4}$



9/6



7/12



8.- Escribe debajo de cada cuadrado el área de la figura achurada, teniendo en cuenta que la unidad es 1 cuadrado entero.