3° Básico

2ª Unidad

Anticipando el resultado de un reparto equitativo: de la multiplicación a la división

GOBIERNO DE CHILE
MINISTERIO DE EDUCACIÓN

Guía Didáctica

EDUCACIÓN MATEMÁTICA

Asesoría a la Escuela para la Implementación Curricular en Lenguaje y Matemática, LEM

Nivel de Educación Básica

División de Educación General
Ministerio de Educación
República de Chile

Autores:
Universidad de Santiago
Lorena Espinoza S.
Enrique González L.
Joaquim Barbé F.

Ministerio de Educación:
Dinko Mitrovich G.

Colaboradores:
María Teresa García

Asesores internacionales:
Josep Gascón. Universidad Autónoma de Barcelona, España.
Guy Brousseau. Profesor Emérito de la Universidad de Bordeaux, Francia.

Revisión y Corrección Didáctica
Ministerio de Educación 2007:
Patricia Ponce
Juan Vergara
Carolina Brieba

Revisión y Corrección de Estilo
Josefina Muñoz V.

Coordinación Editorial
Claudio Muñoz P.

Ilustraciones y Diseño:
Miguel Angel Marfán
Elba Peña

Impresión:
xxxxx.

Marzo 2006
Registro de Propiedad Intelectual Nº 154.024
Teléfono: 3904754 – Fax 3810009

Matemática
Tercer Año Básico
SEGUNDA UNIDAD DIDÁCTICA

Anticipando el resultado de un reparto equitativo: de la multiplicación a la división

Autores

Joaquim Barbé F. • Lorena Espinoza S.
Enrique González L. • Dinko Mitrovich G.

ÍNDICE

I	Presentación	6
II	Esquema	12
III	Orientaciones para el docente: estrategia didáctica	14
IV	Planes de clases	29
V	Prueba y Pauta	35
VI	Espacio para la reflexión personal	38
VII	Glosario	39
VIII	Fichas y materiales para alumnas y alumnos	41

TERCERO BÁSICO

MATEMÁTICA
SEGUNDA UNIDAD DIDÁCTICA

Anticipando el resultado de un reparto equitativo: de la multiplicación a la división

Aprendizajes esperados del Programa

- Asocian la operación de multiplicación a una relación de proporcionalidad y la operación de división a un reparto equitativo, en situaciones simples que permiten determinar información no conocida a partir de información disponible. *(Aprendizaje esperado 7, primer semestre)*
- Manejan el cálculo mental de productos de un número del 1 al 10 por 2, 5 y 10 las divisiones respectivas y las reglas asociadas al producto de un número por una potencia de 10. *(Aprendizaje esperado 8, primer semestre)*
- En la resolución de problemas que ponen en juego los contenidos de la unidad, profundizan aspectos relacionados con la comprensión del problema, identificación de preguntas a responder y la relación entre la información disponible (datos) y la información que se desea conocer (incógnita). *(Aprendizaje esperado 11, primer semestre)*

Aprendizajes esperados para la Unidad

- Asocian la operación de multiplicación a una relación de proporcionalidad en la que hay iteración de una medida y la operación de división a una relación de proporcionalidad en la que hay un reparto equitativo, en situaciones simples que permiten determinar información no conocida a partir de información disponible y reconocen la operación de división como la inversa de la multiplicación.
- Manejan el cálculo mental de productos de un número de una cifra por 2, 5 y 10, y las divisiones respectivas.
- En la resolución de problemas que ponen en juego los contenidos de la unidad, profundizan aspectos relacionados con la comprensión del problema, identificación de preguntas a responder y la relación entre la información disponible (datos) y la información que se desea conocer (incógnita).

Aprendizajes previos

- Dicen la secuencia ordenada de números de 2 en 2, de 5 en 5, de 10 en 10.
- Calculan sumas de números de una y de dos cifras.
- Multiplican números de hasta dos cifras por números de una cifra, por medio de sumas reiteradas.
- Multiplican números de hasta dos cifras por 10, por medio de sumas reiteradas.

I PRESENTACIÓN

Esta Unidad gira en torno a la resolución de *problemas de reparto equitativo*. Estos problemas se resuelven con una división. El estudio de esta nueva operación se realiza a partir de los conocimientos que niñas y niños ya tienen sobre la *multiplicación*. Avanzan en la apropiación de una estrategia de resolución de problemas multiplicativos identificando qué operación hay que realizar para resolver un problema de este campo; aprenden procedimientos para dividir, explican sus procedimientos y elaboran problemas. A partir de la relación inversa que existe entre ambas operaciones, los niños construyen una noción amplia y significativa de la división y profundizan la de multiplicación.

1. Tareas Matemáticas

Las **tareas matemáticas** que los niños realizan para lograr los aprendizajes esperados de esta Unidad son:

- ❑ Resuelven problemas de *proporcionalidad directa* en que la *multiplicación* es la operación que permite calcular la solución.
- ❑ Resuelven problemas de *reparto equitativo*.
- ❑ Calculan multiplicaciones de un número de hasta dos cifras por 2, 5 y 10.
- ❑ Calculan divisiones, con y sin resto, de un número de dos cifras por un número de una cifra, de tal forma que el cuociente sea 2, 5 ó 10.
- ❑ Explican procedimientos para calcular multiplicaciones y divisiones.
- ❑ Establecen semejanzas y diferencias entre problemas que se resuelven con una multiplicación y con una división.
- ❑ Elaboran problemas.

2. Variables didácticas

Las **variables didácticas** que se consideran para graduar la complejidad de las tareas matemáticas que los niños realizan son:

- ❑ Tipo de números que aparecen en los problemas:
  - En los que se multiplica: un número de una cifra multiplicado por 2, 5 ó 10.
  - En los que se divide: un número de dos cifras entre un número de una cifra, de tal forma que el cuociente sea 2, 5 ó 10.

- ❑ Forma en que se realiza el reparto:

  - Se reparten en una sola vez los objetos que le corresponden a cada parte del reparto en varias rondas, hasta agotar la totalidad de objetos que se deben repartir.

  - Disponibilidad de los objetos que se reparten: disponibles y no disponibles (en el reparto de fichas en vasos, no se puede ver lo que va quedando en cada vaso, porque están tapados).

- ❑ Relación numérica entre la cantidad de objetos que se reparten y la cantidad de partes.

3. Procedimientos

Los *procedimientos* que los niños construyen y se apropian para realizar las tareas son:

- ❑ En la multiplicación:

  - Suman repetidas veces un mismo sumando: $4 \cdot 5 = 5 + 5 + 5 + 5 = 20$.

  - Usan las tablas de multiplicar de 2, 5 y 10.

  - Evocan las combinaciones multiplicativas básicas de 2, 5 y 10.

- ❑ En la división:

  - Buscan la cantidad de objetos que, **multiplicada** por la cantidad de partes en que hay que realizar el reparto, da como resultado, o se aproxima lo más cerca posible, al total de objetos que deben repartir. Por ejemplo, $20 : 5 = 4$, ya que $4 \cdot 5 = 20$. En este caso la división es exacta, no hay resto. En caso contrario, se anota el resultado que más se acerca sin pasarse y el resto de la división. Por ejemplo, $22 : 5 = 4$
    2

  - En este caso la igualdad se anota $22 = 4 \cdot 5 + 2$

4. Fundamentos centrales

- Es posible determinar, *sin contar*, la cantidad de objetos que se reparten en total, cuando a cada parte del reparto se le da la misma cantidad de objetos.

- La *multiplicación* es la operación matemática que permite anticipar la cantidad total de objetos que se repartirán equitativamente, a partir de la cantidad de objetos que le corresponden a cada una de las partes, y de la cantidad de partes.

- Un procedimiento útil para calcular una multiplicación consiste en efectuar una *suma reiterada*. También resulta conveniente utilizar las combinaciones multiplicativas básicas.

- Para calcular la cantidad de objetos que le toca a cada parte del reparto equitativo, la técnica de ir colocando *uno a uno* los objetos en cada parte es muy lenta, mientras que colocarlos de *a varios* permite resolver el problema de forma más rápida. Pero la primera técnica es más segura que la segunda.

- Es posible *anticipar* la cantidad de objetos que le tocará a cada parte que participa en un reparto equitativo, antes de realizarlo.

- La *división* es la operación matemática que permite anticipar la cantidad de objetos que le tocará a **cada participante** en un reparto equitativo de objetos.

- Dividir consiste en obtener el número *(cuociente)* por el cual hay que multiplicar al "divisor" *(cantidad de participantes del reparto)* para obtener el "dividendo" *(cantidad de objetos que se deben repartir)*. Por ejemplo, para calcular $20 : 4 = \square$, que se lee "20 dividido entre 4 es igual a...", se calcula $4 \cdot \square = 20$.

- Por ello, la división y la multiplicación son operaciones inversas entre sí.

- Para comprobar el resultado de una división, se realiza la multiplicación del divisor por el cuociente y se verifica si coincide con el dividendo.

- En los problemas de reparto equitativo, no siempre es posible repartir todos los objetos, dado que la cantidad de objetos a repartir no es múltiplo de la cantidad de partes en que hay que realizar el reparto. En estos casos se trata de repartir todos los objetos que sea posible. La cantidad de objetos que queda sin repartir se asocia con el resto de la división. Dicha cantidad debe ser *menor que el divisor*, pues de lo contrario se podría seguir repartiendo.

- La multiplicación y la división se parecen en que, para realizar los cálculos, en ambos casos hay que hacer multiplicaciones. Se diferencian en que, cuando **multiplicamos** dos números, **sumamos** repetidas veces un mismo número, y el resultado es **mayor** que cualquiera de los dos sumandos. En cambio, cuando **dividimos** un número entre otro (dividendo entre divisor), **restamos** reiteradas veces el divisor al dividendo, o bien restamos un múltiplo del divisor, y el resultado es **menor** que el número que se está dividiendo.

5. Descripción del proceso por clases

El proceso parte en la **primera clase** proponiendo a niñas y niños actividades que involucran problemas de *proporcionalidad directa* que se resuelven con una *multiplicación* utilizando el lenguaje típico de situaciones de *reparto equitativo* como, por ejemplo, "Diego coloca 5 fichas en cada uno de 4 vasos, ¿cuántas fichas reparte en total?" Interesa que los niños se familiaricen con este tipo de actividad puesto que, al variar los datos y la pregunta del problema, permitirá que en las clases posteriores surja la *división*. De esta forma, facilita la comprensión de la división como operación inversa a la multiplicación. Luego, los niños trabajan en una ficha en que aparecen diversos problemas de *proporcionalidad directa* que se resuelven con una multiplicación, explican sus procedimientos y elaboran problemas a partir de información dada.

En la **segunda clase** el proceso avanza hacia la *división,* proponiendo una nueva actividad que está en el mismo contexto de la clase anterior. Esta actividad es una situación de reparto equitativo y, por tanto, se resuelve con una *división*. Por ejemplo, "Diego repartió 20 fichas en estos 4 vasos, poniendo en todos ellos igual cantidad de fichas. ¿Cuántas fichas puso en *cada* vaso?" Las condiciones para realizar el problema en esta clase permiten que sea resuelto haciendo físicamente el reparto y luego contando los objetos que le corresponden a cada vaso, es decir, **sin dividir**. Por ello, probablemente la división no aparecerá aquí como un procedimiento de resolución. Los niños pueden usar sus conocimientos de suma, resta y multiplicación para producir un resultado. La multiplicación es un método de comprobación de la respuesta. Posteriormente, trabajan en una ficha resolviendo problemas del mismo tipo.

En la **tercera clase** se sigue trabajando con problemas de reparto equitativo. Sin embargo, las nuevas condiciones del problema hacen que el procedimiento de la clase anterior fracase; primero, porque al aumentar el ámbito, la técnica de conteo se hace ineficaz; luego, porque los vasos están tapados y no se puede saber cuántos quedan en cada vaso después de hacer el reparto y, finalmente, porque hay que realizar el reparto en una sola vez, es decir, ya no se puede ir ensayando cantidades hasta agotar las fichas. Aparece aquí la **necesidad de recurrir a la división**. Luego que el procedimiento de división surge como respuesta a la nueva situación, se propone un trabajo de cálculo de divisiones en situaciones problemáticas similares.

En la **cuarta clase** los niños profundizan su conocimiento elaborando problemas que se resuelven con una multiplicación o una división, estableciendo semejanzas y diferencias entre estos tipos de problemas y explicando sus procedimientos para calcular multiplicaciones y divisiones. Posteriormente, se les plantea el mismo tipo de problema de *reparto equitativo* de fichas en cierta cantidad de vasos. Las condiciones del problema hacen que el reparto equitativo tenga ciertas dificultades, ya que al repartir equitativamente los objetos, queda una cantidad de fichas que no se puede repartir, esto es, el *resto*. Se propone que esta situación se resuelva haciendo el reparto equitativo con la cantidad de objetos que lo permitan, determinando la cantidad de objetos que quedan sin repartir. Finalmente, se proponen diversos problemas que se resuelven con divisiones y multiplicaciones.

El proceso se completa en la **quinta clase** trabajando y profundizando los aspectos sobre la multiplicación y división estudiados en las clases anteriores, sistematizando y articulando los nuevos conocimientos adquiridos con los ya conocidos.

En la **sexta clase** se aplica una prueba de la Unidad que permite verificar los aprendizajes matemáticos logrados por cada niño y los que habrá que retomar.

6. Sugerencias para trabajar los aprendizajes previos

Antes de dar inicio al estudio de la Unidad, es necesario realizar un trabajo sobre los aprendizajes previos. Interesa que niños y niñas activen los conocimientos necesarios para que puedan enfrentar adecuadamente la unidad y lograr los aprendizajes esperados en ella. El profesor debe asegurarse de que todos los niños:

- ***Dicen la secuencia ordenada de números de 2 en 2, de 5 en 5 y de 10 en 10, en forma ascendente y descendente.***

Este conocimiento es necesario para que más adelante los niños puedan evocar con rapidez y precisión las combinaciones multiplicativas básicas por 2, 5 y 10. Es conveniente comenzar por proponer a los niños actividades en las que tengan que decir estas tres secuencias a partir de 2, 5 y 10, respectivamente. Después, proponer una tarea más compleja que consista en decirlas a partir de cualquier número.

- ***Calculan sumas de números de una y de dos cifras.***

Ya que la multiplicación se obtiene por medio del cálculo de sumas reiteradas de un número, es importante que los niños manejen procedimientos eficaces para calcular sumas. Se puede proponer a los niños que, en forma ordenada, presenten a sus compañeros el cálculo de alguna suma inventada por ellos, y que luego discutan la respuesta y la forma en que la calcularon.

- ***Multiplican números de hasta dos cifras por números de una cifra, por medio de sumas reiteradas.***

El procedimiento que los niños manejan hasta el momento es el de *suma reiterada*. Puede proponerles que realicen en su cuaderno los cálculos para obtener las multiplicaciones que usted anota en la pizarra. Es importante, además, que expliquen cómo obtuvieron sus cálculos y que discutan, con su apoyo, sobre la validez de los procedimientos usados.

- ***Multiplican números de hasta dos cifras por 10, por medio de sumas reiteradas.***

Los niños ya saben que multiplicar 10 • 7 y 7 • 10 es 70. Pídales en ambos casos, que justifiquen ambos resultados.

En 10 • 7 se suma 10 veces el 7, en cambio en 7 • 10, se suma 7 veces el 10.

II ESQUEMA

APRENDIZAJES ESPERADOS

Clase 6

- Aplicación de la Prueba y Evaluación de los aprendizajes esperados de la Unidad.

Clase 5

TAREAS MATEMÁTICAS	CONDICIONES	TÉCNICAS	FUNDAMENTOS CENTRALES
• Resuelven problemas de *proporcionalidad directa* y de *reparto equitativo*. • Calculan multiplicaciones y divisiones. • Elaboran problemas.	• Problemas presentados a través de enunciados apoyados con dibujos.	• Se divide la cantidad de fichas entre la cantidad de vasos, aproximándose lo más posible a la cantidad de fichas. En algunos casos el resto es cero; en otros es distinto de cero, pero menor que el divisor. • Para encontrar el cuociente de la división se apoyan en las tablas de multiplicar.	• La multiplicación y la división se parecen en que, para realizar los cálculos, en ambos casos hay que hacer multiplicaciones. Se diferencian en que, cuando **multiplicamos** dos números, **sumamos** repetidas veces un mismo número, y el resultado es **mayor** que cualquiera de los dos sumandos. En cambio, cuando **dividimos** un número entre otro (dividendo entre divisor), **restamos** reiteradas veces el divisor al dividendo, o bien restamos un múltiplo del divisor, y el resultado es **menor** que el número que se está dividiendo.

Clase 4

TAREAS MATEMÁTICAS	CONDICIONES	TÉCNICAS	FUNDAMENTOS CENTRALES
• Resuelven problemas de *reparto equitativo*, con y sin resto. • Establecen semejanzas y diferencias entre problemas que se resuelven con una multiplicación y con una división. • Elaboran problemas.	• La cantidad de fichas a repartir es y no es divisible por la cantidad de vasos. Por ejemplo, 22 fichas en 4 vasos. • Los problemas son de iteración de una medida y de reparto equitativo.	• Se divide la cantidad de fichas entre la cantidad de vasos, aproximándose lo más posible a la cantidad de fichas. En algunos casos el resto es cero; en otros es distinto de cero, pero menor que el divisor.	• En los problemas de reparto equitativo, no siempre es posible repartir todos los objetos. En estos casos se trata de repartir tantos objetos como sea posible. La cantidad de objetos que queda sin repartir se asocia con el resto de la división. Dicha cantidad debe ser *menor que el divisor*, pues de lo contrario se podría seguir repartiendo. • La división y la multiplicación son operaciones inversas entre sí.

Clase 3

TAREAS MATEMÁTICAS	CONDICIONES	TÉCNICAS	FUNDAMENTOS CENTRALES
• Resuelven problemas de *reparto equitativo*. • Calculan divisiones sin resto de un número de dos cifras por un número de una cifra. • Explican los procedimientos usados.	• Problemas presentados a través de una situación concreta y a través de enunciados. • Se reparte una cantidad de fichas que sea múltiplo de 2, 5 ó 10, y una cantidad de vasos tal que el cuociente entre ambas sea 2, 5 ó 10, respectivamente. • Vasos tapados y no tapados. • El reparto se hace de una vez. Se debe anticipar la cantidad de fichas que quedan en cada vaso.	• Colocar de una vez la cantidad de fichas en cada vaso a través del **cálculo de una división**, entre la cantidad de fichas que se reparten y la cantidad de vasos. Se recurre a la multiplicación. • Para dividir dos números hay que preguntarse: ¿Cuántas veces el divisor da el dividendo?	• Es posible *anticipar* la cantidad de objetos que le tocará a cada parte que participa en un reparto equitativo, antes de realizarlo. La *división* es la operación matemática que permite anticipar la cantidad de objetos que le tocará a **cada participante** en un reparto equitativo de objetos. • Dividir consiste en obtener el número (cuociente) por el cual hay que multiplicar al "divisor" (cantidad de participantes del reparto) para obtener el "dividendo" (cantidad de objetos que se deben repartir). Por ejemplo, para calcular 20 : 4 = □, que se lee "20 dividido entre 4 es igual a...", se calcula 4 × □ = 20.

Clase 2

TAREAS MATEMÁTICAS	CONDICIONES	TÉCNICAS	FUNDAMENTOS CENTRALES
• Resuelven problemas de *reparto equitativo*. • Explican los procedimientos usados para realizar los cálculos.	• Problemas presentados a través de situaciones concretas y a través de enunciados. • Se reparte una cantidad de fichas que sea múltiplo de 2, 5 ó 10, y una cantidad de vasos tal que el cuociente entre ambas sea 2, 5 ó 10, respectivamente. • Vasos sin tapa.	• Distribuir de *una en una* las fichas en los vasos haciendo tantas rondas como sea necesario hasta quedarse sin fichas. Finalmente, se *cuentan las fichas* que quedan en cada vaso para responder a la pregunta. • Distribuir *varias fichas* de una sola vez en cada vaso, haciendo las rondas necesarias para agotarlas.	• La técnica de ir colocando *uno a uno* los objetos es muy lenta, mientras que colocarlos de *a varios* permite resolver el problema de forma más rápida. Pero la primera es más segura que la segunda. • Después de cada ronda que se efectúe para hacer el reparto equitativo, es importante calcular cuántas fichas se distribuyeron en esa ronda, y cuántas fichas quedan por repartir.

Clase 1

TAREAS MATEMÁTICAS	CONDICIONES	TÉCNICAS	FUNDAMENTOS CENTRALES
• Resuelven problemas de *proporcionalidad directa* en que la *multiplicación* es la operación que permite calcular la solución. • Calculan multiplicaciones de un número de una cifra por 2, 5 y 10. • Explican los procedimientos usados. • Elaboran problemas de *proporcionalidad directa* que se resuelven con una *multiplicación*.	• Problemas presentados a través de una situación concreta y a través de enunciados. • En la actividad 1 se reparten 2, 5 ó 10 fichas en una cierta cantidad de vasos. • Los vasos están destapados (se puede ver qué contienen). • En los problemas con enunciado, el producto es un múltiplo de 2, 5 ó 10.	• Conteo de las fichas que quedan en todos los vasos. • Para calcular, por ejemplo, *3 por* 5 sumar tres veces cinco: 5 + 5 + 5. • Evocación de combinaciones multiplicativas básicas de 2, 5 y 10 y uso de tablas de multiplicar de 2, 5, 10.	• Es posible determinar, *sin contar,* la cantidad de objetos que se reparten en total, cuando a cada parte del reparto se le da la misma cantidad de objetos. La *multiplicación* es la operación matemática que permite determinar la cantidad total de objetos que se repartirán equitativamente, a partir de la cantidad de objetos que le corresponden a cada una de las partes, y de la cantidad de partes.

APRENDIZAJES PREVIOS

III ORIENTACIONES PARA EL DOCENTE: ESTRATEGIA DIDÁCTICA

La estrategia didáctica para esta unidad consiste en construir la *división* a partir de los conocimientos que los niños ya tienen sobre la *multiplicación*. Interesa que niños y niñas experimenten la necesidad real de *dividir* en situaciones problemáticas que lo requieran, ya sea porque los procedimientos de conteo que manejan se hacen ineficaces, o porque deben *determinar* el resultado de un reparto antes de realizarlo. Para ello, en esta unidad se estudia la división en situaciones de *reparto equitativo*.

El lenguaje habitual de problemas de reparto equitativo puede ser utilizado en diversas situaciones problemáticas que no necesariamente son de reparto equitativo. En estas situaciones se plantean tres tipos de problemas, en función de los datos que se presenten. Veamos un ejemplo:

Problemas simples de proporcionalidad directa					
Problema	Cantidad **total** de objetos que se reparten	Cantidad de **partes** entre las que se realiza el reparto	Cantidad de objetos que le toca a **cada** parte	Cálculo para contestar la pregunta	Tipo de Problema
(1) *Rocío quiere repartir los 15 chocolates que le regalaron en su fiesta de cumpleaños entre sus 5 amigas. Para que ninguna de ellas se enoje, Rocío se propone dar a cada amiga la misma cantidad de chocolates. ¿Cuántos chocolates tendrá que dar a cada amiga?*	15 chocolates	5 amigas	**?**	15 : 5 Respuesta: 3 chocolates a cada amiga	Reparto equitativo
(2) *Rocío repartió entre sus 5 amigas los chocolates que le regalaron en su fiesta de cumpleaños. A cada amiga le dio 3 chocolates. ¿Cuántos chocolates repartió en total?*	**?**	5 amigas	3 chocolates a cada amiga	5 • 3 Respuesta: 15 chocolates en total	Iteración de una cantidad de medida
(3) *Rocío repartió equitativamente entre sus amigas 15 chocolates. A cada amiga le tocaron 3 chocolates y no sobró ninguno. ¿A cuántas amigas les repartió chocolates?*	15 chocolates	**?**	3 chocolates a cada amiga	15 : 3 Respuesta: 5 amigas	Agrupamiento en base a una medida

El problema **(1)** es un **problema de reparto equitativo**, y por tanto se resuelve con una **división**. En estos problemas hay que determinar la cantidad de objetos que le toca a **cada parte** del reparto para que sea *equitativo*. En este ejemplo concreto, en que aparecen números pequeños, los niños pueden "evitar" la división distribuyendo a cada niña 1 chocolate y hacer tantas rondas como sea necesario hasta repartirlos todos. Luego, cuentan los chocolates que le tocaron a cada niña. En este caso los niños han utilizado un procedimiento basado en el *conteo*, que sirve como una valiosa experiencia previa, pero que todavía no consiste en dividir. Para avanzar hacia la división, en esta unidad se van variando las condiciones bajo las cuales se realiza este tipo de reparto, ya sea aumentando el ámbito o pidiendo a los niños que anticipen el resultado del reparto antes de realizarlo, y de esta forma provocar que surja la *división*.

El problema **(2)**, pese a utilizar el lenguaje típico de problemas de reparto equitativo, es un **problema de iteración de una cantidad de medida** y, por tanto, se resuelve con una **multiplicación**. Generalmente, los niños se equivocan en la resolución de este tipo de problema, puesto que al leer la *palabra* "repartir", automáticamente deciden que hay que dividir. Aquí se pone de manifiesto la necesidad de que los niños dispongan de una *estrategia de resolución* frente a los problemas, que incluya la lectura y comprensión global del problema antes de decidir, de forma apresurada y poco reflexionada, la operación que deben realizar.

El hecho de que el lenguaje típico de reparto equitativo pueda ser utilizado en otros tipos de problemas, cuestiona aquellas estrategias de enseñanza basadas en la determinación de la operación que se debe realizar a partir exclusivamente de palabras claves que aparecen en el enunciado del problema.

En esta unidad se propone una estrategia de enseñanza basada en la construcción, por parte de los niños, de argumentos que les permitan diferenciar los tipos de problemas anteriormente descritos.

El problema **(3)** también se resuelve con una *división*. Corresponde a un tipo de problema llamado de **agrupamiento en base a una medida**. En este caso se conoce la cantidad de objetos que se deben repartir y la cantidad de objetos que le toca a **cada** parte del reparto (**medida**); se debe averiguar para cuántas personas o partes alcanzan los objetos, o bien la cantidad de grupos que se pueden formar. En el caso del ejemplo, pese a estar enunciado utilizando el lenguaje típico de *reparto equitativo*, hay que determinar la cantidad de paquetes de a 3 chocolates que Rocío podrá formar. Este tipo de problemas se estudia en la cuarta Unidad Didáctica de este curso y, como ya veremos, puede ser enunciado en otros contextos.

A continuación aparecen descritas cada una de las clases de la unidad, detallando las tareas matemáticas que se realizan en cada clase y las actividades que se efectúan para ello; los conocimientos matemáticos que se ponen en juego al realizarlas; la intención didáctica que se persigue en cada caso; y algunas orientaciones para la gestión del

docente. La descripción de cada clase está organizada en función de sus tres momentos: de *inicio*, *desarrollo* y *cierre*. Algunos aspectos importantes para una buena gestión del proceso de enseñanza aprendizaje, y que son comunes a cualquier clase, son:

- Iniciar cada clase poniendo en juego los conocimientos de la(s) clase(s) anterior(es);
- Dejar espacio para que los niños propongan y experimenten sus propios procedimientos;
- Mantener un diálogo permanente con los niños y propiciarlo entre ellos, sobre el trabajo que se está realizando sin imponer formas de resolución;
- Permitir que los niños se apropien íntegramente de los procedimientos destacados en la unidad;
- Promover una permanente evaluación del trabajo que se realiza;
- Finalizar cada clase con una sistematización y justificación de lo trabajado, anotando los conocimientos esenciales en el cuaderno.

PRIMERA CLASE

Momento de inicio

La clase parte proponiendo una actividad que involucra *problemas de proporcionalidad directa* que se resuelven con una *multiplicación*, es decir, problemas de *iteración de una medida*, utilizando el lenguaje típico de situaciones de *reparto equitativo*. El propósito es activar los conocimientos que los estudiantes manejan sobre esta operación y que serán necesarios para construir la noción de división. La actividad es colectiva y se llama **¿Cuántas fichas se repartieron?** El profesor pone en su mesa 4 vasos, llama a dos niños adelante y les pide que coloquen 5 fichas en cada vaso. Después les pregunta si es posible saber cuántas fichas repartieron en total sin contarlas, y que lo calculen. Luego de unos momentos les pide que expliquen a sus compañeros qué hicieron para encontrar la respuesta, y estimula la discusión entre ellos.

Se espera que los niños utilicen un procedimiento basado en **sumas reiteradas**, o bien que evoquen directamente la combinación multiplicativa correspondiente. En el caso del ejemplo se espera que digan que se han repartido en total 4 *veces* 5 fichas, es decir, $4 \cdot 5 = 5 + 5 + 5 + 5 = 20$. O bien que digan directamente $4 \cdot 5 = 20$.

El profesor repite la actividad, que esta vez será realizada por toda la clase. Los niños trabajan en sus asientos en parejas, disponiendo para ello de fichas, vasos y de la **Ficha 1, ¿Cuántas fichas se repartieron?** para anotar sus respuestas. El profesor va variando

la cantidad de fichas que se distribuyen en cada vaso, la cantidad de vasos o ambas. Sugerimos que trabajen con una cantidad bien acotada de combinaciones multiplicativas, específicamente las multiplicaciones **por 2, 5** y **10**. El campo de experiencias multiplicativas que se puede proponer a los niños en este curso es muy amplio. Sin embargo, es conveniente circunscribir la actividad al uso de algunas tablas de multiplicar, para concentrar el trabajo y evitar que el estudio de la división se dificulte porque los niños no manejan las tablas de multiplicar correspondientes. Con esta actividad se refuerzan las multiplicaciones ya aprendidas. Para gestionarla se pueden usar las fichas del material del CRA,[1] Pattern Blocks, tapas de bebidas, etc.

Momento de desarrollo

Los niños trabajan en la **Ficha 2** en que se les proponen variados problemas *de proporcionalidad directa* que se resuelven con una multiplicación. Por ejemplo:

A cada niño que va a los juegos se le reparten 5 aviones:

¿Cuántos aviones se reparten en total a estos 3 niños?

3 veces 5 = _____

En la última actividad de esta ficha se proponen dos situaciones en que aparecen distintos datos, y se pregunta qué información pueden obtener a partir de ellos; luego, se les pide que formulen problemas. Dichas situaciones están formuladas de tal manera que solo permiten elaborar problemas que se resuelven mediante una multiplicación. De esta forma, los niños abordan la tarea matemática de **formular problemas de proporcionalidad directa** que se resuelven con una *multiplicación***,** a partir de información dada.

1 Centro de Recurso Aprendizaje (CRA).

Momento de cierre

Se sistematizan los conocimientos que aparecieron en la clase preguntando al curso qué operación han utilizado para resolver los problemas. Se les pregunta cómo son los problemas que se resuelven con una multiplicación, y se les pide que den un ejemplo.

- Se espera que los niños digan, en sus palabras, que son problemas en que una misma cantidad se repite un número determinado de veces.
- Un procedimiento útil para calcular una multiplicación consiste en efectuar una *suma reiterada*.
- Resulta conveniente utilizar las combinaciones multiplicativas básicas.

Se estimula que digan cómo calcularon las multiplicaciones, qué dificultades tuvieron para hacerlo, y que discutan sobre la rapidez y eficacia de los procedimientos que usaron. Es importante identificar qué niños se equivocaron al multiplicar, ya sea porque sumaron mal, o porque no supieron la combinación multiplicativa en juego. También es importante identificar a quienes todavía necesitan dibujar los objetos o hacer rayitas para hacer sus cuentas.

Se espera que en esta clase los niños recuerden que la multiplicación es la operación que permite anticipar, *sin necesidad de contar*, la cantidad total de objetos que se repartirán equitativamente, a partir de la cantidad de objetos que le corresponden a cada una de las partes, y de la cantidad de partes. De forma más general, la multiplicación permite calcular, sin necesidad de contar, la cantidad total de objetos que hay en una cantidad de grupos, donde cada grupo tiene una misma cantidad de objetos.

La *multiplicación* es la operación matemática que permite anticipar la cantidad total de objetos que se repartirán equitativamente, a partir de la cantidad de objetos que le corresponden a cada una de las partes, y de la cantidad de partes.

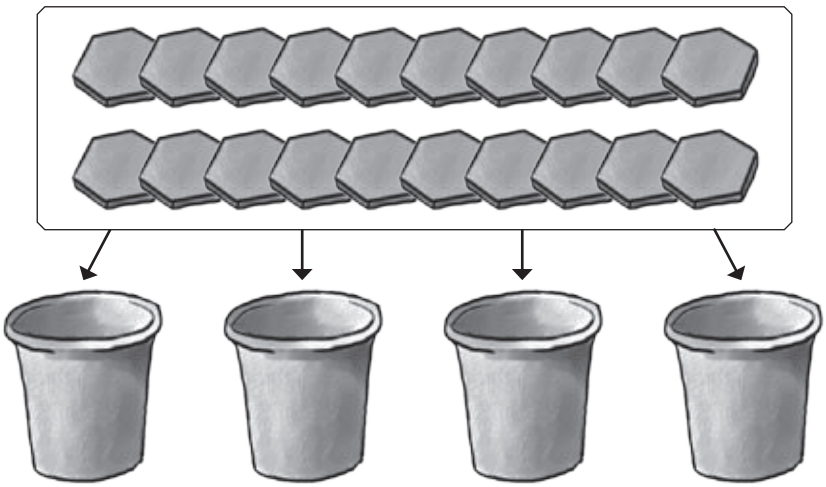
Se sistematizan, también, las tablas del 2, 5 y 10, anotándolas en la pizarra. Usted puede traerlas escritas en una cartulina y pegarlas en la pared. Se termina reconociendo, por medio de preguntas y cálculos, que la tabla del 10 se puede obtener agregando un cero a cada número, o bien calculando el doble de la tabla del 5.

SEGUNDA CLASE

Momento de inicio

Se comienza proponiendo una nueva actividad que está en el mismo contexto de fichas y vasos de la clase anterior. Pero esta actividad plantea un problema de **reparto equitativo** y, por tanto, se resuelve con una **división**. Se llama **¿Cuántas le tocan a cada uno?** Esta actividad se realiza en parejas; se conoce la cantidad total de objetos que se deben repartir y la cantidad de partes entre las cuales se realizará el reparto; con estos datos deben obtener la **cantidad que corresponderá a cada parte del reparto** de tal forma que sea equitativo. Los niños disponen de los vasos y las fichas, con lo cual podrán realizar manipulaciones concretas para realizar el reparto. Anotan sus respuestas en la **Ficha 3, ¿Cuántas fichas le tocan a cada uno?** Luego verifican el resultado del reparto mediante multiplicaciones. Por ejemplo: "Se tienen 20 fichas y se deben repartir en 4 vasos en forma equitativa. ¿Cuántas fichas corresponden a cada vaso?".

Al repartir equitativamente estas 20 fichas en los 4 vasos:



¿Cuántas fichas quedan en cada vaso?

Los niños pueden realizar el reparto equitativo en forma concreta, usando distintos procedimientos como los siguientes:

- Distribuir de *una en una* las fichas en los 4 vasos haciendo tantas rondas como sea necesario hasta quedarse sin fichas. Finalmente, se *cuentan las fichas* que quedan en cada vaso para responder a la pregunta. *En cada ronda el profesor puede animar a los niños a que calculen* cuántas fichas *distribuyeron en* esa ronda, *y* cuántas fichas *les* quedan *por repartir. Este tipo de razonamiento permite a los niños asociar la división con una* resta reiterada.

- Distribuir *varias fichas* de una sola vez en cada vaso, haciendo tantas rondas como sea necesario para agotar las 20 fichas. Pueden ser combinaciones de fichas, por ejemplo, poniendo en la primera ronda tres fichas en cada vaso y luego una, o bien primero cuatro fichas en cada vaso y luego una, etc. Si en una determinada ronda faltan fichas para completar el reparto (por ejemplo, en la primera ronda empiezan a repartir 6 fichas en cada vaso), deben retirar las fichas y comenzar de nuevo con otra distribución, o bien retirar las necesarias para compensar. Luego, *cuentan las fichas* para responder a la pregunta. *Del mismo modo, el profesor puede estimular a los niños para que calculen las fichas que reparten en cada ronda y las fichas que les quedan por repartir. Así, en el caso del ejemplo que estamos viendo, si los niños reparten primero 3 fichas por vaso, en esa ronda habrán repartido 12 fichas en total, y les quedarán 8 fichas por repartir.*

Es poco probable que surja la división como un procedimiento para resolver este problema ya que, al estar los objetos disponibles y siendo el ámbito numérico pequeño, las técnicas basadas en el conteo no enfrentan ninguna dificultad, y lo más natural entonces es que las utilicen. No obstante, si apareciese un procedimiento basado en multiplicaciones, conviene recogerlo para compartirlo, y anunciar que en la clase siguiente será estudiado con mayor profundidad.

El profesor estimula una discusión sobre la eficacia de los procedimientos que usaron. Repartir de *una en una* las fichas es una estrategia *más lenta* que repartirlas de *a varias*, pero es *menos riesgosa*. Claro está que cuando se trate de repartir 80 fichas en 10 vasos, evidentemente el reparto *de a una* se hace casi impracticable.

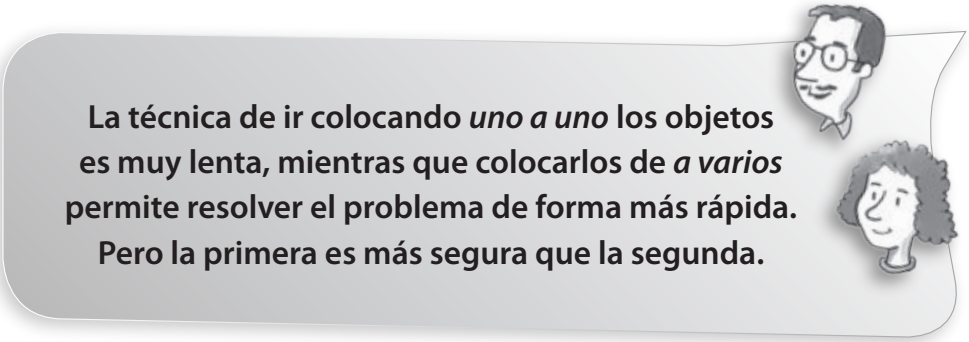
El profesor propone a los niños más problemas de este tipo, *aumentando la cantidad de vasos y/o la cantidad de fichas.* Hay que controlar que las multiplicaciones que aparezcan en la situación formen parte del repertorio que los niños manejan, o que estudiaron en la primera clase. Las siguientes combinaciones son apropiadas para el trabajo de los niños: una cantidad de fichas que sea *múltiplo de* 2, 5 ó 10, y una cantidad de vasos tal que *el cuociente entre ambas* sea 2, 5 ó 10 respectivamente. Por ejemplo, 25 fichas para repartirlas en 5 vasos; 20 fichas y 2 vasos; 60 fichas y 6 vasos, etc.

Momento de desarrollo

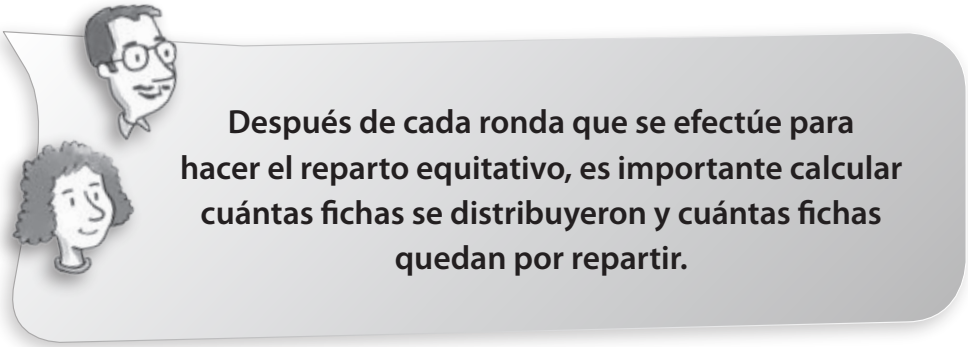
Los niños trabajan en la **Ficha 4**, que propone problemas del mismo tipo, es decir *problemas de reparto equitativo* que se pueden resolver contando. Al final de esta ficha se presenta un problema en que dos niños, Laura está haciendo un reparto. Los niños deben explicar qué han hecho en cada paso que se muestra en la ficha. Por ejemplo, si Laura reparte una ficha en cada vaso por ronda, ¿cuántas fichas reparte en cada ronda de vasos si debe repartir 60 fichas en 6 vasos?, ¿en todas las rondas reparte la misma cantidad de fichas? Después de la primera ronda, ¿cuántas fichas le quedan por repartir?, ¿cómo se puede calcular las fichas que quedan?

Momento de cierre

Se organiza una discusión en torno a los procedimientos que usaron niñas y niños para resolver los problemas de esta clase. Interesa que expliquen cómo los resolvieron y también que analicen los distintos procedimientos que aparecieron. El profesor puede formular preguntas del tipo: "si estos procedimientos son distintos, ¿cómo es que llegaron al mismo resultado?". Luego, la discusión se orienta hacia valorar qué procedimiento resultó más eficiente para calcular la cantidad de objetos que le tocan a cada parte del reparto equitativo.



Enseguida, el profesor explica que:



No se explica aquí en qué consiste la división, puesto que las condiciones que se piden para realizar los problemas permiten que se resuelvan sin dividir. En la siguiente clase surgirá la división como un procedimiento para resolver problemas de reparto equitativo.

TERCERA CLASE

Momento de inicio

Se propone la misma actividad sobre **reparto equitativo** de la clase anterior, pero realizada con condiciones distintas. Los alumnos trabajan en pareja y anotan las respuestas en la **Ficha 5, Calculando cuántas fichas para cada persona, sin contar**.

La actividad se llama "**Calculando cuántas fichas para cada persona sin contar"**. La actividad es modificada con la intención de que los niños tengan que variar sus procedimientos de reparto para construir uno nuevo basado en la **división**. Esta **necesidad** surge ya sea porque los procedimientos basados en el conteo se hacen engorrosos, o porque simplemente la actividad no los admite. La pregunta de los problemas de esta clase sigue siendo la misma, esto es, **¿cuántas fichas hay que poner en cada vaso para que el reparto sea equitativo?** Sin embargo, las condiciones para realizar la actividad son distintas.

- La **primera actividad** exige que los vasos estén **tapados** con una tapa con ranura para poder echar las fichas. Con ello los niños no *pueden saber cuántas fichas hay en cada vaso después de realizar el reparto.* El profesor plantea la pregunta: **¿es posible saber cuántas fichas quedaron en cada vaso sin contarlas?** La idea es que reflexionen sobre la **posibilidad** de conocer el resultado del reparto. Puede que no encuentren ningún procedimiento, pero imaginen que algo se puede hacer. Por ejemplo, *anticipar el resultado o* **dividir**. También, puede surgir el procedimiento de ir anotando las rondas o las veces en que hacen los repartos. Este procedimiento es engorroso y requiere de orden y coordinación, sobre todo si hay un número elevado de fichas y de vasos. En ambos casos, sus ideas pueden evolucionar al proponerles la siguiente actividad.

- La segunda actividad exige *que el reparto se realice en una sola ronda, poniendo de una vez las fichas que corresponden a cada vaso.* Puede que niñas y niños vayan realizando sucesivos intentos hasta encontrar la cantidad de fichas que se necesitan por vaso, para hacer el reparto en una sola ronda. Por ejemplo, para saber cuántas fichas le tocan a cada uno de los 4 vasos al repartir equitativamente 20 fichas **antes de realizar el reparto**, pueden surgir procedimientos tales como:

  - Los niños plantean que la cantidad que permite hacer el reparto equitativo en una sola ronda es 2 fichas por vaso. Para verificar si su planteamiento es correcto, depositan 2 fichas en cada vaso, distribuyendo en total solo 8 fichas de las 20, y quedan 12 sin repartir. Los niños se dan cuenta que podrían haber sido colocadas **muchas más** fichas en cada vaso. Esta propuesta fracasa.

  - Proponen 4 fichas por vaso. Distribuyen 4 fichas por vaso, repartiendo 16 fichas en total, y quedan 4. Podrían haber sido colocadas **algunas más** en cada vaso. Nuevamente, la propuesta fracasa.

  - Proponen 6 fichas por vaso. Colocan 6 fichas en los tres primeros y, al llegar al cuarto vaso, solo quedan 2 fichas, con lo que el reparto no será equitativo. Esta estrategia llevaría a distribuir un total de 24 fichas, pero solo hay 20. "¡Me pasé!", fracasa la propuesta; deben ser colocadas **menos fichas** que 6 en cada vaso.

- Proponen 5 fichas por vaso. Distribuyen las fichas, dando el reparto exacto. ¡Lo han logrado!

Esta última estrategia corresponde al procedimiento matemático que sirve para realizar la división entre dos números:

Dividir dos números en este contexto consiste en buscar (por aproximaciones sucesivas) la cantidad de objetos que debe tener cada parte del reparto para que, multiplicada por la cantidad de partes, dé como resultado la cantidad total de objetos a repartir. En el caso del ejemplo, 20 : 4, se debe determinar la cantidad de fichas por vaso que, multiplicado por la cantidad de vasos (4), da como resultado 20; esto es, 4 • □ = 20.

Matemáticamente se puede describir como:

Por ejemplo, para calcular 20 : 4 = □, que se lee "20 dividido entre 4 es igual a...",

dividendo divisor cuociente

se calcula 4 • □ = 20.

Dividir consiste en obtener el número (cuociente) por el cual hay que multiplicar al "divisor" (cantidad de participantes del reparto) para obtener el "dividendo" (cantidad de objetos que se deben repartir).

En esta situación de aprendizaje los niños **anticipan** el resultado del reparto y *verifican si este es correcto o no, haciendo el reparto en forma concreta.* Para que la técnica funcione eficientemente es conveniente pedir a los niños que determinen, en cada una de sus apuestas, **la cantidad de fichas que les quedarán por repartir antes de hacer el reparto**. De esta forma irán acercándose cada vez más rápido a la respuesta. De lo contrario, podrían caer en una cadena de sucesivos intentos hechos al azar y por ello infructuosos. En el ejemplo, cuando postulan que son 3 fichas por vaso, al hacer la multiplicación 4 • 3 obtienen 12, y todavía quedan 8 fichas por repartir. Esto significa que debo decir un número mayor que 3, etc. *Cuanto menos falte por repartir, estarán más cerca del resultado.*

El profesor puede identificar a quienes hayan necesitado **menos intentos** para resolver el problema, para que expliquen a sus compañeros sus procedimientos.

El profesor puede repetir por lo menos 4 veces esta actividad, variando la cantidad de fichas y/o de vasos, considerando las precauciones señaladas en las clases anteriores,

es decir, que aparezcan números cuyo cociente sea 2, 5 ó10. *En cada una de estas experiencias los niños pueden anotar sus resultados, y el profesor los registra en la pizarra. En el caso del ejemplo, escribe en la pizarra* 20 : 4 = 5.

Momento de desarrollo

Los niños trabajan en la **Ficha 6**, **Preparando la fiesta de fin de año** en que se les proponen problemas del mismo tipo. Los problemas giran en torno a un mismo contexto: **preparando la fiesta de fin de año**.

Momento de cierre

El profesor conduce una discusión entre los niños, haciendo preguntas que permitan sistematizar los conocimientos matemáticos surgidos y trabajados en la clase, especialmente, el procedimiento para **dividir**. El profesor se asegura que queden claros para todos los argumentos que fueron usados en el momento de inicio de la clase para anticipar el resultado de un reparto equitativo. Una idea central de esta clase es que la división se calcula por medio de multiplicaciones; por ello, una operación es la inversa de la otra:

20 fichas repartidas equitativamente entre 4 vasos da como resultado 5 fichas en cada vaso, ya que 4 *veces* 5 es 20. Esto es, 20 : 4 = 5, porque 4 • 5 = 20. Asimismo, como 4 • 5 = 20 entonces 20 : 4 = 5. De aquí que multiplicación y división son operaciones inversas entre sí.

CUARTA CLASE

Momento de inicio

La clase comienza proponiendo al curso que trabajen en la **Ficha 7** en que aparece una lista de problemas de *iteración de una medida* y de *reparto equitativo* que se resuelven con una multiplicación o con una división. Niñas y niños deben determinar con qué operación se puede resolver cada problema y luego realizar sus cálculos para obtener la respuesta. En la penúltima pregunta de esta ficha se solicita a los niños que digan en qué se parecen estos problemas y en qué se diferencian. Se trata de que vayan constru-

yendo las diferencias que existen entre ambas operaciones, y también sus semejanzas. Finalmente, se les pide que inventen un problema que se resuelva con una multiplicación y otro, con una división.

Cuando formulen los problemas solicitados, pueden aparecer problemas de agrupamiento en base a una medida, a pesar de que es un tipo de problema que no se ha estudiado en esta unidad. Es importante que el profesor los reconozca como tales y que evalúe la pertinencia de estudiarlos en este momento o bien dejarlos para la cuarta unidad donde se estudiarán en profundidad.

Aunque se espera que formulen un problema de iteración de una medida y otro de reparto equitativo, no se pretende que los niños aprendan qué es un problema de iteración de una medida y de reparto equitativo; más bien se trata de que, frente a problemas de estos tipos, sepan que en el primer caso hay que multiplicar y en el segundo dividir.

Momento de desarrollo

El profesor retoma la misma actividad de repartos equitativos de fichas y vasos de clases anteriores, y plantea problemas nuevos que los niños resolverán en parejas y anotarán sus respuestas en la **Ficha 8, Repartos que no se pueden hacer**. La actividad se llama "**Repartos que no se pueden hacer**". Esta vez los problemas tendrán ciertas dificultades para ser resueltos, ya que **no se podrán repartir equitativamente todas las fichas**. Pero sí se podrá repartir equitativamente una **cantidad menor** de fichas que las solicitadas, quedando una cantidad de fichas sin repartir. La cantidad de fichas que quedan, porque no alcanzan a completar la última ronda del reparto, constituye el **resto**. La respuesta correcta es aquella en la que queda la **mínima cantidad de objetos posibles sin repartir**. La idea es que los niños se inicien en el trabajo de división con resto, que irán profundizando en unidades posteriores.

En esta actividad el número de fichas **no es divisible** por el número de vasos, por ejemplo, repartir equitativamente 22 fichas en 4 vasos. En principio, los niños plantean calcular 22 : 4 para resolver el problema. Pero, al realizar el cálculo, se dan cuenta que esta división no se puede hacer, puesto que no hay ningún número (natural) que multiplicado por 4 dé como resultado 22 (es decir, 22 no es divisible por 4).

De esta forma, la primera respuesta correcta al problema es que **no** es posible repartir equitativamente las 22 fichas en los 4 vasos. Sin embargo, el problema tiene una pregunta que sí es posible responder: vamos a repartir la mayor cantidad de fichas de las 22 que tenemos, que sí se puedan repartir equitativamente. En este caso son 20 fichas ya que $4 \cdot 5 = 20$ (cantidad menor a la que hay que repartir) y $4 \cdot 6 = 24$ (cantidad mayor). La respuesta al problema es que se deben distribuir 5 fichas en cada vaso, y quedan 2 fichas sin repartir. Este cálculo se suele anotar como:

22 : 4 = 5 , y se lee "22 dividido entre 4 es 5 y queda resto 2".
2//

La igualdad que corresponde a este cálculo es:
22 = 4 • 5 + 2.

Continúa la clase con la aplicación de la **Ficha 9**, en que se realiza un trabajo sistemático del procedimiento de división que ha surgido de las situaciones anteriores.

Momento de cierre

Los alumnos y alumnas reflexionan sobre las diferencias que hay entre los problemas que se resuelven con un multiplicación y los que se resuelven con una división. También reflexionan sobre sus semejanzas:

- Se parecen en que en ambos casos hay que hacer multiplicaciones.
- Se diferencian en que cuando **multiplicamos** dos números, **sumamos** repetidas veces un mismo número, y el resultado es **mayor** que cualquiera de los dos números.
- En cambio, cuando **dividimos** un número (dividendo) entre otro (divisor), **restamos** un múltiplo del divisor al dividendo, y el resultado es **menor** que el número que se está dividiendo (dividendo).

También sistematizan los conocimientos que surgieron al estudiar problemas que se resuelven con divisiones que tienen resto y los relacionan con los problemas anteriores que no tenían resto.

En los problemas de reparto equitativo, no siempre es posible repartir todos los objetos, ya que puede suceder que la cantidad de objetos a repartir no es múltiplo de la cantidad de partes en que hay que realizar el reparto.
En estos casos se trata de repartir tantos objetos como sea posible. La cantidad de objetos que queda sin repartir se asocia con el resto de la división. Dicha cantidad debe ser *menor que el divisor*, pues de lo contrario se podría seguir repartiendo.

QUINTA CLASE

Momento de inicio

El profesor propone a la clase que realicen la actividad de la **Ficha 10**, que se trabaja en parejas. En ella los niños utilizan los conocimientos que han aprendido acerca de la división para evaluar si otras estrategias, distintas a la estudiada hasta el momento en la unidad, son igualmente válidas para realizar divisiones. La idea **no** es que aprendan otro procedimiento distinto al estudiado. Lo que interesa es que, apoyándose en el procedimiento que conocen, establezcan relaciones entre distintos procedimientos de división, argumentando sus afirmaciones, ya sea porque encuentran que son igualmente eficientes o porque no lo son.

En esta ficha aparece otro procedimiento: al dividendo se resta reiteradamente el divisor, hasta que no se pueda seguir. El resultado de la división es la cantidad de *veces* que restaron el divisor hasta llegar a 0, o a no poder seguir restando.

Por ejemplo, para calcular 20 : 5 se procede de la siguiente manera:

$$20 - 5 = 15$$
$$15 - 5 = 10$$
$$10 - 5 = 5$$
$$5 - 5 = 0$$

El resultado de la división es 4, porque se restó 4 veces el 5 hasta llegar a 0. Este procedimiento se relaciona con el estudiado en las clases anteriores y que se quiere que los niños se lo apropien. Este consiste en determinar el número que, al multiplicarlo por 5, se acerca lo máximo posible, sin pasarse, a 20 (20 : 5 = 4, quedando resto 0, ya que 4 • 5 = 20). Este procedimiento es una versión más rápida que el de restas reiteradas, ya que busca inmediatamente cuántas veces repetido el 5 nos da 20.

Luego que contestan en sus fichas, el profesor conduce una discusión entre los niños, que concluye en que hay otros procedimientos para calcular la división, pero que todos ellos están relacionados entre sí. Además, que al estudiar procedimientos distintos se puede entender mejor el que se ha aprendido.

Momento de desarrollo

Los niños profundizan el dominio de los procedimientos aprendidos en las clases anteriores para resolver las tareas matemáticas de la unidad. Realizan la **Ficha 11** en la que hay actividades que ponen en juego los aprendizajes esperados de esta unidad.

Momento de cierre

A través de preguntas a los niños, el profesor va destacando los fundamentos matemáticos centrales de esta unidad, que ya han sido sistematizados en las clases anteriores. En el momento de inicio de esta clase se utilizó el conocimiento sobre el procedimiento de la división basado en multiplicaciones ya estudiado, para explicar otro procedimiento para dividir basado en restas reiteradas.

Estos procedimientos son equivalentes, ya que en ambos casos se realizan restas hasta llegar a cero, o a un resto menor que el divisor. Se diferencian en la cantidad de operaciones que se efectúan. En el procedimiento basado en multiplicaciones se busca hacer el mínimo de restas posibles para no tener que realizar todas las restas sucesivas del divisor hasta llegar a cero, o a un resto distinto de cero.

SEXTA CLASE

En la primera parte de la clase se aplica la prueba de la unidad. Posteriormente, se abre una discusión sobre las dificultades que los niños encontraron en su desarrollo. El profesor realiza comentarios sobre las respuestas correctas y pregunta a los niños sobre los procedimientos que utilizaron.

Finalmente, anuncia que más adelante continuarán con el estudio de la división, incorporando a los problemas de reparto equitativo otro tipo de problemas en que, conocida la cantidad de objetos con la que se quieren formar grupos y la cantidad de objetos que tiene cada grupo, hay que determinar para cuántos grupos alcanza.

IV PLANES DE CLASES

Plan de la Primera clase

Materiales: vasos y fichas. Ficha 1 y 2. Opcional.

T M*	Actividades	Evaluación
Resuelven problemas de *proporcionalidad directa* en que la multiplicación es la operación que permite calcular la solución. Calculan multiplicaciones de un número de una cifra por 2, 5 y 10. Explican los procedimientos usados. Elaboran problemas de *proporcionalidad directa* que se resuelven con una multiplicación.	**MOMENTO DE INICIO:** El profesor presenta a la clase una actividad que provoca que niños y niñas se encuentren con la necesidad de multiplicar y, de esta forma, recordar el significado de esta operación. **Actividad:** En un lugar visible de la sala, el profesor presenta a los niños una cantidad determinada de vasos. Llama a dos niños y les pide que pongan dentro de cada uno de los vasos una misma cantidad de fichas. Luego, pregúnteles si pueden saber cuántas fichas repartieron en total sin contarlas, y que lo calculen. Posteriormente, pídales que expliquen a sus compañeros qué hicieron para encontrar el resultado. El profesor repite esta actividad dos o tres veces, variando la cantidad de fichas y/o la cantidad de vasos. Las cantidades de fichas por vaso pueden ser 2, 5 ó 10, y la cantidad de vasos puede ser cualquiera menor o igual a 10. Ejemplos de actividad concreta son: presentar 5 vasos, y en cada uno de ellos pedir que depositen 2 fichas y preguntar ¿cuántas fichas hay en todos los vasos?; 4 vasos y en cada uno de ellos depositar 5 fichas; 3 vasos y en cada uno de ellos depositar 10 fichas, etc. Posteriormente, el profesor **organiza al curso en parejas**; dé a cada pareja una cantidad de vasos y de fichas como las del ejemplo. Pídales que calculen cuántas fichas repartieron en total sin contarlas y que anoten sus cálculos en la **Ficha 1, ¿Cuántas fichas se repartieron?** Estimula una conversación entre los niños para que compartan los procedimientos que utilizaron y los comparen. Repite la actividad tantas veces como usted estime necesario.	▪ Identifique a quienes tienen dificultades para reconocer la operación matemática y aquellos que tienen dificultades para multiplicar. Hágales preguntas que les permita reconocer que, como es una misma cantidad que se repite, se puede sumar reiteradas veces. ▪ Observe si utilizan correctamente las tablas de multiplicar para buscar productos de dos números. ▪ Observe si verifican sus respuestas contando el total de objetos. En caso contrario, anímelos a que lo hagan. ▪ Averigüe si distinguen entre: "3 veces 5" y "5 veces 3", en las situaciones que abordan.
	MOMENTO DE DESARROLLO: El profesor reparte la **Ficha 2** en que se proponen problemas que se resuelven con una multiplicación. Después que terminen la ficha, los anima a que discutan entre ellos sobre los resultados que obtuvieron, los procedimientos que usaron para encontrarlos y que expliquen los problemas que inventaron. Orienta la discusión de tal forma que niñas y niños establezcan relaciones entre los distintos procedimientos usados.	▪ Identifique a quienes no han podido resolver correctamente algún problema y el porqué de su dificultad. Hágales preguntas que les permita orientar su trabajo, pero no les dé la solución.
	MOMENTO DE CIERRE: El profesor conduce una discusión entre los niños sobre la manera en que efectuaron los cálculos para resolver los problemas de multiplicación: $\textit{7 veces } 5 = 7 \cdot 5 = \underbrace{5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5}_{\textit{7 veces}} = 35$ Con la participación de los niños, establece que la *multiplicación* es la operación que permite anticipar cuántos objetos se repartirán, a una cantidad determinada de personas a las que se les entrega la misma cantidad de objetos, *sin necesidad de contar*. Pide a distintos niños que pasen a la pizarra para que, con la ayuda de todos, construyan las tablas de multiplicar de 2, 5 y 10. Las deja anotadas en un papelógrafo para que, más tarde, sirvan como apoyo para el trabajo con divisiones.	▪ Estimule a aquellos niños que no participan en la discusión para que manifiesten su opinión. ▪ Aproveche este momento para destacar el valor que tienen las discusiones ordenadas y productivas entre sus compañeros.

* Tareas matemáticas.

Plan de la Segunda clase

Materiales: vasos y fichas. Fichas 3 y 4.

T M	Actividades	Evaluación
Resolver problemas de división en situaciones de *reparto equitativo*.	**MOMENTO DE INICIO:** El profesor anuncia que en esta clase van a trabajar en parejas, en una actividad similar a la que realizaron en la clase pasada. Les advierte que deben estar atentos, porque tiene algunas diferencias. Distribuye a cada pareja de niños la cantidad de vasos y fichas necesarias para realizar la actividad, y la **Ficha 3, ¿Cuántas fichas le tocan a cada uno?** en que deben anotar sus respuestas. **Actividad:** El profesor dice a los niños que pongan en la mesa una determinada cantidad de vasos y de fichas. Luego les plantea el siguiente problema: Deben repartir todas las fichas en estos vasos, de tal forma que en los vasos quede la misma cantidad de fichas. La pregunta es: "*¿cuántas fichas quedan en cada vaso una vez realizado el reparto*?" Recuerde que la cantidad de fichas a repartir *debe ser múltiplo de* la cantidad de vasos. El profesor puede proponer las siguientes cantidades: repartir equitativamente 12 fichas en 6 vasos; 15 fichas en 3 vasos; 25 fichas en 5 vasos; 20 fichas y 2 vasos; 60 fichas y 6 vasos, etc. Les propone distintos problemas de este tipo, *variando* la cantidad *de vasos y/o la cantidad de fichas*. Además, la cantidad de fichas debe ser *múltiplo de* 2, 5 ó 10 y la cantidad de vasos debe ser tal que *el cuociente entre ambas* sea 2, 5 ó 10 respectivamente. Pide a los niños que, en cada ronda que hagan repartiendo la misma cantidad de fichas, calculen las *fichas que distribuyeron* en esa ronda, y las *fichas que les quedan* por repartir. Pide a algunos alumnos(as) que expliquen cómo resolvieron dos de los problemas. Se realiza una discusión sobre la manera en que efectuaron el reparto equitativo y sobre la eficacia del procedimiento usado. El profesor estimula una discusión sobre la eficacia de los procedimientos que usaron. Se espera que se identifique que repartir de *una en una* las fichas es una estrategia *más lenta* que repartirlas de *a varias*, pero es *menos riesgosa*. Sin embargo, que al repartir 70 fichas en 10 vasos, el reparto *de a una* se hace casi impracticable.	▪ Observe si distribuyen las misma cantidad de fichas en los vasos. Si no fuera así ayúdelos mediante preguntas a reconocer la importancia de que se haga así. Esta condición es básica para construir el correcto sentido de la división. ▪ Fíjese si calculan en cada intento la cantidad de fichas que distribuyeron y la cantidad de fichas que les quedan por repartir.
	MOMENTO DE DESARROLLO: El profesor distribuye la **Ficha 4**, que propone problemas de reparto equitativo que se pueden resolver contando. Al final de la ficha hay un problema que presenta a dos niños realizando un reparto equitativo; pide a los alumnos que expliquen qué hacen los niños de la ficha y que valoren si el procedimiento que usan es correcto. Luego que terminan la ficha, el profesor estimula una discusión entre ellos, procurando que al menos tres niños expliquen sus respuestas y resultados.	▪ Guíe a los niños para que valoren la importancia de efectuar cálculos durante la realización del reparto. Esto les permitirá obtener información que les ayudará a decidir la cantidad de fichas que deben poner en la siguiente ronda.
	MOMENTO DE CIERRE: El profesor concluye la clase sistematizando con los niños los procedimientos usados para resolver los problemas, sus respectivas escrituras matemáticas y la manera de comprobarlos. Para ello formula preguntas del tipo: "si usaron procedimientos distintos, ¿cómo es que llegaron al mismo resultado?" observa que los niños manejan el reparto equitativo siguiendo el siguiente razonamiento: si se reparten 20 fichas, en igual cantidad, en 4 vasos, quedan cinco fichas por vaso, ya que 4 veces 5 fichas, esto es $4 \cdot 5 = 5 + 5 + 5 + 5$, son 20 fichas. La técnica de ir colocando *uno a uno* los objetos es muy lenta; mientras que colocarlas de *a varias* permite resolver el problema de forma más rápida. Pero la primera es más segura que la segunda. Es importante, además, que en cada ronda que se haga para realizar el reparto, se calcule cuántas fichas se repartieron en esa ronda y cuántas fichas quedan por repartir.	▪ Observe si los niños reconocen que, independientemente de la forma en que se realiza el reparto, queda la misma cantidad de fichas en cada vaso.

Plan de la Tercera clase

Materiales: vasos y fichas. Ficha 5 y 6. Opcional.

T M	Actividades	Evaluación
Resuelven problemas de *reparto equitativo*. Calculan divisiones sin resto de un número de dos cifras por un número de una cifra. Explican los procedimientos usados.	**MOMENTO DE INICIO:** Anuncie a los niños que en esta clase partirán trabajando en parejas realizando una actividad similar a la que desarrollaron en la clase pasada, pero que habrá condiciones distintas para realizar los repartos. Distribuya a cada pareja de niños la cantidad de vasos y fichas necesarias para realizar la actividad, y la **Ficha 5, Calculando cuántas fichas para cada persona, sin contar** en que deben anotar sus respuestas. En esta actividad, los vasos deben tener tapa y una ranura para poder echar las fichas. Esta situación requiere, para ser resuelta, que los niños elaboren una estrategia de **división**. **Actividad:** El profesor dice que pongan en la mesa una determinada cantidad de vasos tapados y de fichas. Luego plantea el problema sobre **repartir todas las fichas en los vasos de tal forma que en los vasos quede la misma cantidad de fichas.** Pregunta a los niños: ¿**es posible saber cuántas fichas quedan en cada vaso**? y luego les pide que calculen **cuántas fichas quedan en cada vaso una vez realizado el reparto.** La cantidad de fichas a repartir debe ser múltiplo de la cantidad de vasos. El profesor puede proponer las siguientes cantidades: repartir equitativamente 30 fichas en 6 vasos; 45 fichas en 9 vasos; 25 fichas en 5 vasos; 20 fichas y 2 vasos; 60 fichas y 6 vasos, etc. Posteriormente, les pide a los niños que determinen cuántas fichas deben poner en cada vaso **antes de realizar el reparto,** y de una sola vez, para que todas las fichas queden repartidas, poniendo la misma cantidad de fichas por vaso. Formula problemas del mismo tipo variando la cantidad de *fichas y/o la cantidad de vasos*, por ejemplo: repartir equitativamente 20 fichas en 4 vasos; 30 fichas en 6 vasos, etc. Los niños postulan una cierta cantidad de fichas por vaso y proceden a repartir esa cantidad en cada vaso y así verifican si la anticipación fue acertada o no.	▪ Identifique a quienes tienen dificultades para reconocer que hay que dividir. ▪ Hágales preguntas que les permitan distinguir que deben calcular, además de sumas, algunas restas. ▪ Identifique a quienes necesitan menos intentos para llegar a determinar la cantidad de fichas por vaso, y pídales que expliquen a sus compañeros cómo realizan los cálculos.
	MOMENTO DE DESARROLLO: El profesor distribuye la **Ficha 6, Preparando la fiesta de fin de año**, relativa a problemas de *reparto equitativo*.	▪ Observe si tienen dificultades para escribir la división. ▪ Guíelos hacia esta escritura haciéndoles razonar sobre la pregunta del problema y sobre los datos que entrega.
	MOMENTO DE CIERRE: El profesor concluye con la participación de niñas y niños, estableciendo y destacando que para poder anticipar el resultado de un reparto equitativo es necesario **dividir**. Para ello, se busca la cantidad de fichas que, multiplicadas por la cantidad de vasos (*partes del reparto*), dan como resultado el total de fichas. Por ejemplo, p*ara saber cómo hay que repartir 20 fichas en 4 vasos antes de realizar el reparto equitativo se debe dividir la cantidad de fichas entre la cantidad de vasos. Esto se anota 20 : 4. El resultado es 5 puesto que, 4 veces 5 fichas, esto es,* $4 \cdot 5 = 5 + 5 + 5 + 5$, da como resultado las 20 fichas. Esto es, $20 : 4 = 5$, porque $4 \cdot 5 = 20$. Asimismo, como $4 \cdot 5 = 20$ entonces $20 : 4 = 5$.	▪ Observe si todos reconocen que para anticipar el resultado de un reparto hay que dividir. Para reafirmar esta idea, hágales razonar que cuando se multiplica se obtiene una cantidad mayor que cualquiera de las dos cantidades, mientras que cuando se divide se obtiene una cantidad menor que la que se reparte.

Plan de la Cuarta clase

Materiales: vasos y fichas. Ficha 7, 8 y 9.

T M	Actividades	Evaluación
Resuelven problemas de *reparto equitativo*, con y sin resto. Establecen semejanzas y diferencias entre problemas que se resuelven con una multiplicación y con una división. Elaboran problemas.	**MOMENTO DE INICIO:** El profesor dice a los niños que hoy comenzarán trabajando con los problemas de la **Ficha 7**. Frente a cada problema deben determinar qué operación permite resolverlo y, posteriormente, realizar los cálculos. Al final de la ficha hay una pregunta que les pide que inventen problemas, uno que se resuelva con una multiplicación y otro con una división. Cuando hayan terminado, el profesor estimula la discusión de los niños en relación a sus respuestas y destaca la necesidad de llegar a acuerdos justificados.	▪ Identifique a quienes tienen dificultades para distinguir cuándo hay que multiplicar y cuándo hay que dividir. ▪ A través de preguntas y apoyándose en el material concreto usado, hágalos razonar que son procedimientos inversos.
	MOMENTO DE DESARROLLO: El profesor presenta a la clase el mismo tipo de actividad de fichas y vasos de la clase anterior, pero que tendrá ciertas dificultades para ser resuelta. Esta actividad permitirá a niños y niñas enfrentar problemas de reparto en que no se pueden repartir todos los objetos; por tanto, las divisiones asociadas a estas situaciones tendrán un resto. El profesor organiza al curso en parejas y distribuye a cada pareja una cantidad de fichas, vasos, y la **Ficha 8, Repartos que no se pueden hacer** para anotar sus respuestas**.** **Actividad:** El profesor propone a los niños una cantidad determinada de vasos y de fichas, de tal modo **que la cantidad de fichas no sea divisible por la cantidad de vasos**. Pide a los niños que **determinen, antes de realizar el reparto, cuántas fichas hay que poner en cada vaso, y de una sola vez, para que el reparto sea equitativo**. Ejemplos de este tipo de problemas son: ▪ Si se repartieran en forma equitativa 21 fichas en 4 vasos, ¿es posible anticipar cuántas fichas quedarán en cada vaso?, ¿cuántas fichas quedan? ▪ Si se repartieran en forma equitativa 33 fichas en 6 vasos, ¿es posible anticipar cuántas fichas quedarán en cada vaso?, ¿cuántas fichas quedan? Los niños postulan una cierta cantidad de fichas por vaso y también la cantidad de fichas que no se podrán repartir. Proceden a repartir esa cantidad y se verifica si la anticipación fue acertada o no. Repita la actividad tantas veces como sea necesario, variando *la cantidad de fichas y/o la cantidad de vasos.* Luego distribuya la **Ficha 9** en que niñas y niños resuelven problemas de reparto equitativo con y sin resto.	▪ Observe si reconocen que en estos problemas aparece una nueva dificultad. ▪ Estimúlelos a que expliquen, en sus palabras, cómo es esta nueva dificultad y qué se puede hacer para resolverla. ▪ Asegúrese que hacen el reparto físicamente, después de haber anticipado el resultado, para verificar si su resultado es correcto.
	MOMENTO DE CIERRE: Se concluye *destacando* que, para poder anticipar el resultado de un reparto equitativo en el que *la relación entre* la cantidad de fichas a repartir y la cantidad de vasos en los que hay que repartirlas *no lo permite*, también es **necesario dividir**. Para ello, se usa la misma técnica anterior y se calcula el resto. Por ejemplo, para saber cómo hay que repartir 22 fichas en 4 vasos antes de realizar el reparto equitativo se debe dividir la cantidad de fichas entre la cantidad de vasos. Esto se anota 22 : 4. El resultado es 5 puesto que, 4 veces 5 fichas, esto es, $4 \cdot 5 = 5 + 5 + 5 + 5$, dan como resultado las 20 fichas y quedan 2 fichas. La igualdad que corresponde se anota: $22 = 4 \cdot 5 + 2$.	▪ Identifique si usan una estrategia efectiva para poder calcular las divisiones con resto. ▪ Guíelos para que reconozcan que, en principio, estos problemas no tienen una so-lución, pero que sí se puede repartir una cantidad menor a la solicitada.

Plan de la Quinta clase
Materiales: Fichas 10 y 11. Opcional.

T M	Actividades	Evaluación
Resuelven problemas de *proporcionalidad directa* y de *reparto equitativo*. Calculan multiplicaciones y divisiones. Elaboran problemas.	**MOMENTO DE INICIO:** El profesor explica que hoy comenzarán trabajando con los problemas de la **Ficha 10**. En ella van a evaluar si las estrategias de multiplicación y división usadas para resolver distintos problemas son correctas o no, y por qué.	▪ Observe si usan lo que han aprendido de la división para explicar lo que hacen los niños de la ficha. ▪ Destaque la importancia de usar el conocimiento para entender lo que hacen otras personas.
	MOMENTO DE DESARROLLO: Distribuya la **Ficha 11** en que trabajan todos los conocimientos matemáticos estudiados en la unidad.	▪ Identifique a quienes siguen teniendo dificultades para distinguir la operación que deben realizar frente a cada problema. Ayúdelos con apoyo de material concreto.
	MOMENTO DE CIERRE: Se cierra la clase y la unidad, sintetizando el procedimiento aprendido para dividir, destacando que la **división es la operación inversa de la multiplicación**, y los aspectos más relevantes de las situaciones de reparto equitativo estudiadas.	▪ Asegúrese de que les queda claro que el procedimiento que van a seguir utilizando para dividir es el basado en multiplicaciones. El otro procedimiento basado en restas reiteradas, apareció con el propósito de utilizar el procedimiento conocido para explicar otro distinto, pero equivalente.

Plan de la Sexta clase
Materiales: Prueba de la unidad y pauta de corrección.

Actividades	Evaluación
APLICACIÓN DE LA PRUEBA. Tiempo: 45 a 60 minutos.	▪ Cerciórese de que han entendido cada una de las preguntas de la prueba.
CORRECCIÓN DE LA PRUEBA. El profesor analiza una a una las respuestas que dieron niños y niñas, confrontando las diferentes respuestas en el caso de haberlas. Si al corregir la prueba con la pauta sugerida, encuentra algunas respuestas ambiguas de los niños, se sugiere que los entreviste solicitando que, frente a la pregunta en cuestión, puedan explicar sus respuestas.	▪ Pregúnteles cómo contestaron. ¿En qué se equivocaron?
CIERRE DE LA UNIDAD DIDÁCTICA Converse con niñas y niños sobre cómo les fue en la prueba, y las dificultades que encontraron. Destaque los fundamentos centrales de la unidad y señale que estos se relacionan con aprendizajes que se trabajarán en unidades posteriores. Anúncieles que una vez que han estudiado la multiplicación y división, en la cuarta unidad estudiarán nuevos problemas multiplicativos y aprenderán nuevas técnicas para multiplicar.	

PRUEBA DE LA SEGUNDA UNIDAD DIDÁCTICA
MATEMÁTICA • TERCER AÑO BÁSICO

NOTA

Nombre: _____ Escuela: _____

Curso: _____ Fecha: _____ Puntaje: _____

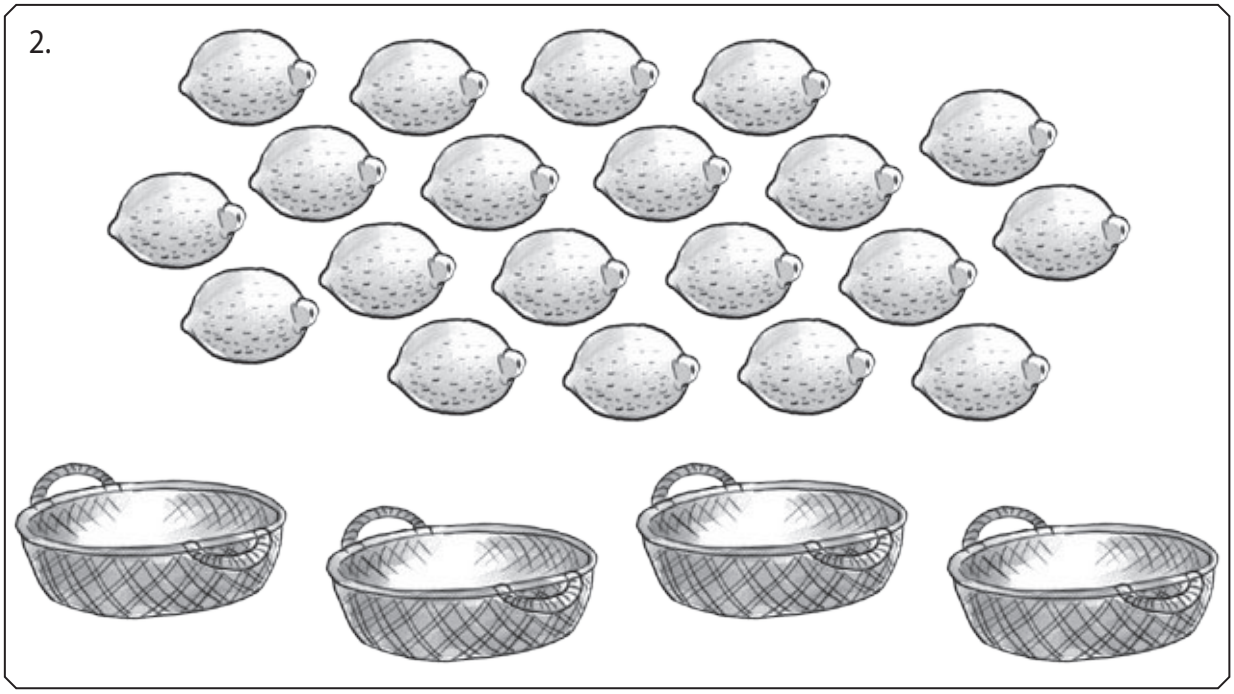
Indicaciones para el profesor (a):
Lea la prueba y responda sólo preguntas relativas a las instrucciones. Pase a la pregunta 2 y prosiga de la misma forma hasta llegar a la última pregunta. Una vez que respondan esta pregunta, retire la prueba a todos.

1. Resuelve:

   a) 3 veces 5 = 5 + _____ = ☐

   b) 4 veces 10 = ☐ • ☐ = ☐

2.

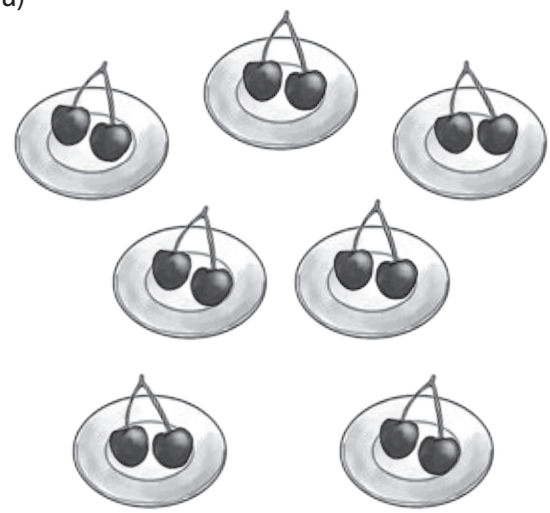


Hay que repartir todos los limones. ¿Cuántos limones hay que poner en cada canasta para que en todas las canastas haya la misma cantidad de limones?

☐ : 4 = ☐ Hay que poner _____ limones.

3. Completa la división en cada recuadro, de acuerdo al reparto equitativo realizado:

a)



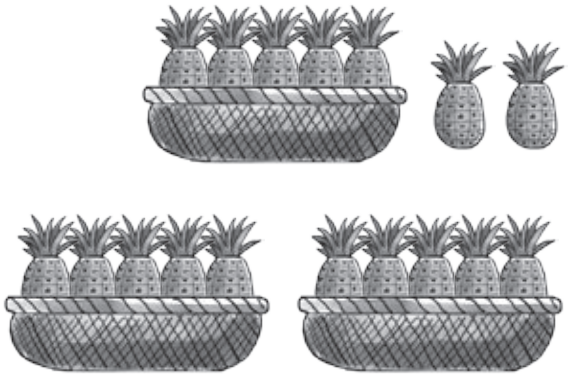
14 : ☐ = ☐

Hay: _____ cerezas.

_____ platos.

_____ cerezas en cada plato.

b)



☐ : ☐ = ☐

Y quedan _____

Hay: _____ piñas.

_____ canastos.

_____ piñas en cada canasto.

Quedan _____ piñas sin canasto.

4. En 7 vasos se repartieron 2 fichas en cada uno.
¿Cuántas fichas se repartieron en total? ☐

5. Hay 43 dulces que se quiere repartir a 8 niños. Todos los niños deben tener la misma cantidad de dulces.
¿Cuántos dulces tendrá cada niño? ¿Quedan dulces sin repartir? ¿Cuántos?

_____

_____

_____

Pauta de Corrección de Prueba de la Unidad

Pregunta		Respuesta		Puntos
1	1a	Escribe 5 + 5 + 5 Escribe 15	1 punto 1 punto	2
	1b	Escribe 4 • 10 Escribe 40	1 punto 1 punto	2
2		Escribe 20 Escribe 5 y completa la respuesta	1 punto 1 punto	2
3	3a	Escribe 7 y 2 Escribe 14 cerezas, 7 platos, 2 cerezas en cada plato	1 punto 1 punto	2
	3b	Escribe 17, 3, 5 y 2 Escribe 17 piñas, 3 canastas, 5 piñas en cada canasta, quedan 2 piñas sin canasta	1 punto 1 punto	2
4		Escribe 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 = 14 fichas Escribe 7 • 2 = 14 fichas	1 punto 2 puntos	2
5		Escribe 43 : 8 = 5, 5 dulces le toca a cada niño 3 dulces no se reparten	1 punto 1 punto	2
			Puntaje máximo	**16**

Si al corregir la prueba con la pauta sugerida, encuentra algunas respuestas ambiguas de los niños, se sugiere que los entreviste solicitando que frente a la pregunta en cuestión puedan explicar sus respuestas.

Evaluación de la unidad por el curso

Pregunta	Tareas matemáticas	Cantidad de alumnos que respondieron correctamente	% de alumnos que respondieron correctamente
1	Calculan una multiplicación de un número de una cifra por 5.		
2	Resuelven un problema de reparto equitativo. Calculan una división de un número de dos cifras por uno de una cifra, en que el cuociente es 5.		
3a	Resuelven un problema de reparto equitativo. Calculan una división de un número de dos cifras por uno de una cifra, en que el cuociente es 2.		
3b	Resuelven un problema de reparto equitativo. Calculan una división de un número de dos cifras por uno de una cifra, en que el cuociente es 5 con resto.		
4	Resuelven un problema multiplicativo. Calculan una multiplicación de un número por 2.		
5	Resuelven un problema de reparto equitativo. Calculan una división con resto de un número de dos cifras por 8.		
		% total de logro del curso	

VI ESPACIO PARA LA REFLEXIÓN PERSONAL

- Busque en el momento de cierre de cada uno de los planes de clase, el o los fundamentos centrales de la unidad con el cual se corresponde:

- Describa los principales aportes que le ha entregado esta Unidad y la forma en que puede utilizarlos en la planificación de sus clases:

VII GLOSARIO

Combinaciones multiplicativas básicas :	Multiplicaciones de números de una cifra por números de una cifra. (De la tabla del 1 a la del 9).
División de dos números :	La *división* es la operación matemática que permite anticipar la cantidad de objetos que le tocará a **cada participante** en un reparto equitativo de objetos. Dividir consiste en obtener el número (cuociente) por el cual hay que multiplicar al "divisor" (cantidad de participantes del reparto) para obtener el "dividendo" (cantidad de objetos que se deben repartir). Por ejemplo, para calcular 30 **:** 6 = $\square$, que se lee "30 dividido entre 6 es igual a...", se calcula 6 • $\square$ = 30.
Problema de reparto equitativo :	Tipo de problema en que se conoce una cantidad determinada de objetos y una cantidad determinada de personas (o partes del reparto) en que se debe realizar un reparto, de tal forma que a cada persona le toque la misma cantidad de objetos (equitativo). Se debe determinar la cantidad de objetos que le tocan a **cada parte** del reparto para que sea *equitativo*. Por tanto, se resuelve con una *división*.
Problema de agrupamiento en base a una medida :	Tipo de problemas en que se conoce la cantidad de objetos que se deben repartir (o agrupar) y la cantidad de objetos que le toca a **cada** parte o grupo del reparto (**medida**); se debe averiguar para cuántas personas o partes alcanzan los objetos, o bien la cantidad de grupos que se pueden formar.
Problema de iteración de una medida :	Tipo de problemas en que una misma cantidad se repite un número determinado de veces. Un procedimiento útil para calcular una multiplicación consiste en efectuar una suma reiterada. También resulta conveniente utilizar las combinaciones multiplicativas básicas.

VIII FICHAS Y MATERIALES PARA ALUMNAS Y ALUMNOS

Ficha 1	Segunda Unidad Clase 1	Tercero Básico	Nombre: _____ Curso: _____

¿Cuántas fichas se repartieron?

1.

Cantidad de vasos ☐ Cantidad de fichas por vaso ☐

¿Cuántas fichas hay en total? ☐

2.

Cantidad de vasos ☐ Cantidad de fichas por vaso ☐

¿Cuántas fichas hay en total? ☐

3.

Cantidad de vasos ☐ Cantidad de fichas por vaso ☐

¿Cuántas fichas hay en total? ☐

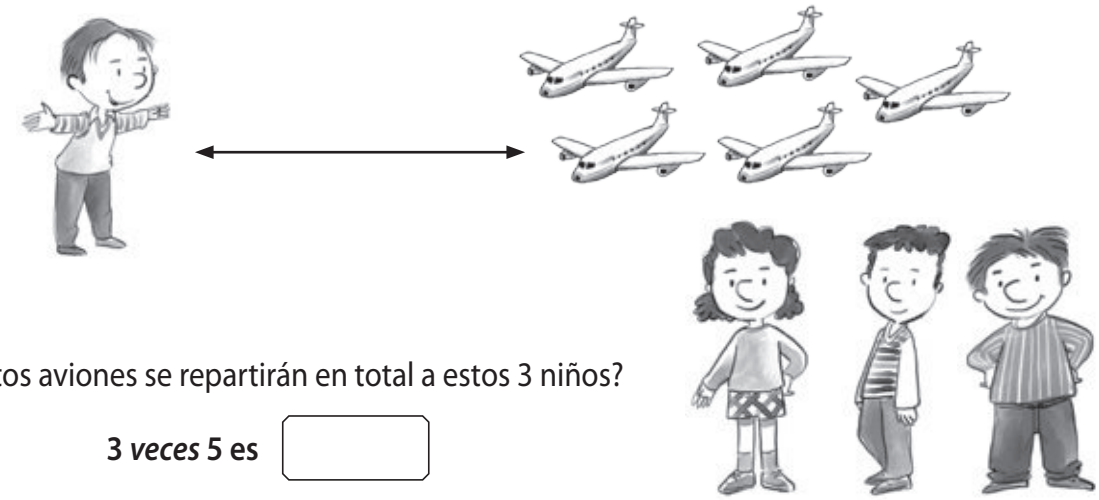
4.

Cantidad de vasos ☐ Cantidad de fichas por vaso ☐

¿Cuántas fichas hay en total? ☐

Ficha 2	Segunda Unidad Clase 1	Tercero Básico	Nombre: _____ Curso: _____

1. A cada niño (a) se le reparten 5 aviones.



¿Cuántos aviones se repartirán en total a estos 3 niños?

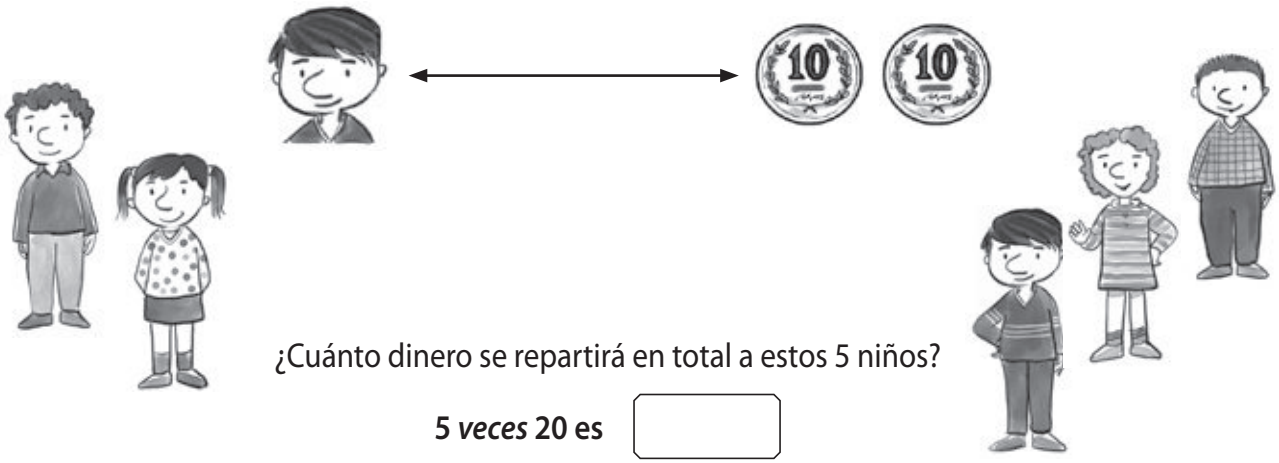
3 *veces* 5 es _____

2. A cada vaso de bebida le corresponden dos bombillas.

¿Cuántas bombillas se repartirán en total en estos 8 vasos de bebida?

8 *veces* 2 es _____

3. A cada niño (a) se le dan $20.



¿Cuánto dinero se repartirá en total a estos 5 niños?

5 *veces* 20 es _____

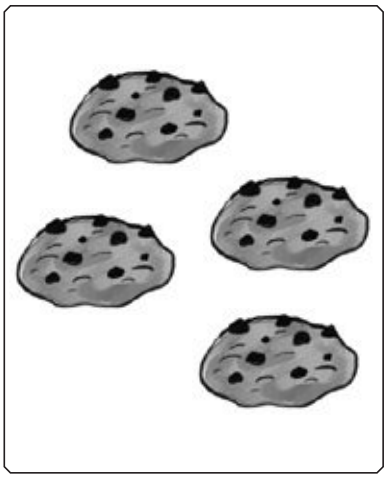
4. Lista de precios del quiosco Doña Lola:

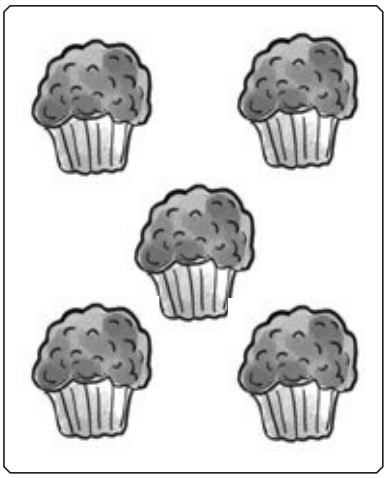
$5

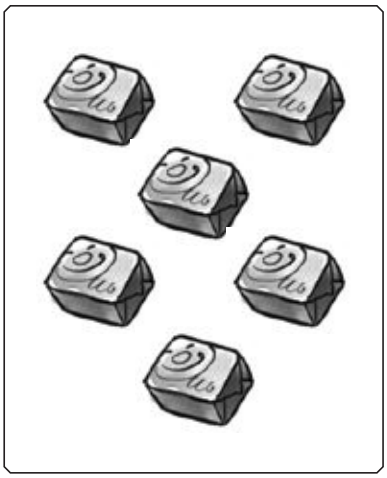
$10

$2

Escribe en los cuadros cuánto cuesta cada compra.







4 • 5 =

5. Calcula las siguientes multiplicaciones:

6 • 2 = 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 =

4 • 5 =

5 • 10 =

8 • 5 =

7 • 2 =

6. Lee las situaciones. Escribe una pregunta que se pueda responder con los datos de cada situación. Resuelve el problema que te queda en cada caso.

a) Los niños de Kinder de la Escuela Las Luciérnagas hacen 9 flores. A cada flor le ponen 5 pétalos.

_____

_____

_____

Desarrollo:

b) La abuelita de Carlos hace 7 pizzas. A cada una le pone 10 aceitunas.

_____

_____

_____

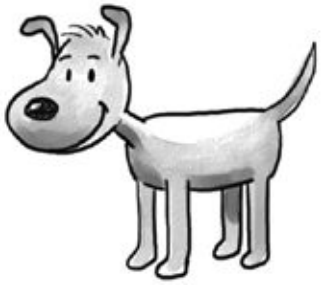
Desarrollo:

Ficha opcional	Segunda Unidad Clase 1	Tercero Básico	Nombre: _____ Curso: _____

1.

¿Cuántas patas hay en una bandada de 5 aves?

[ ] ***veces*** [ ] **es** [ ]

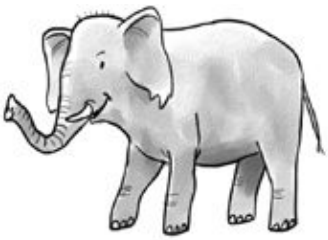


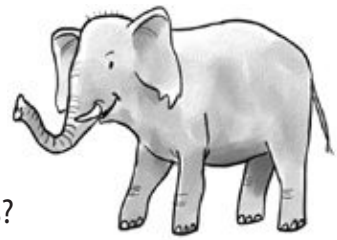
¿Cuántas patas hay en total en un grupo de 5 perros?

[ ] ***veces*** [ ] **es** [ ]

2. Cada pata de un elefante tiene 3 uñas. ¿Cuántas uñas tiene un elefante?

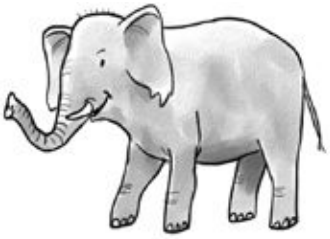
[ ] ***veces*** [ ] **es** [ ]

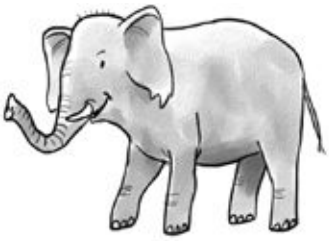


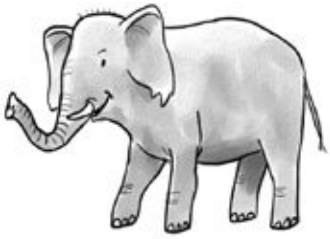


¿Cuántas uñas tienen en total 5 elefantes?

[ ] ***veces*** [ ] **es** [ ]







¿Cuántas uñas tienen en total 10 elefantes? [ ]

Ficha 3	Segunda Unidad Clase 2	Tercero Básico	Nombre: _____ Curso: _____

¿Cuántas fichas le tocan a cada uno?

1.

Cantidad de vasos [ ] Cantidad de fichas [ ]

¿Cuántas fichas hay en cada vaso? [ ]

2.

Cantidad de vasos [ ] Cantidad de fichas [ ]

¿Cuántas fichas hay en cada vaso? [ ]

3.

Cantidad de vasos [ ] Cantidad de fichas [ ]

¿Cuántas fichas hay en cada vaso? [ ]

4.

Cantidad de vasos

Cantidad de fichas

¿Cuántas fichas hay en cada vaso?

5.

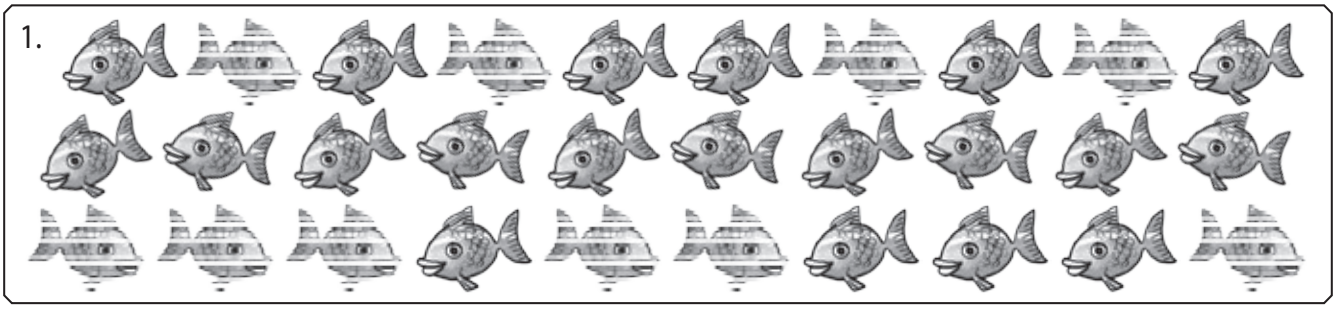
Cantidad de vasos

Cantidad de fichas

¿Cuántas fichas hay en cada vaso?

Ficha 4	Segunda Unidad Clase 2	Tercero Básico	Nombre: _____ Curso: _____

1.

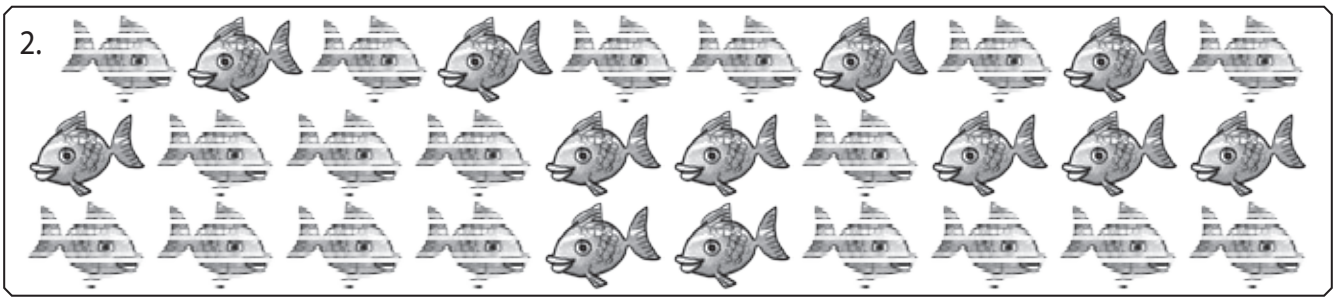


Hay que repartir todos los peces en las 3 peceras.

¿Cuántos peces hay que poner en cada pecera para que en todas las peceras haya la misma cantidad de peces?

30 : 3 = _____

2.



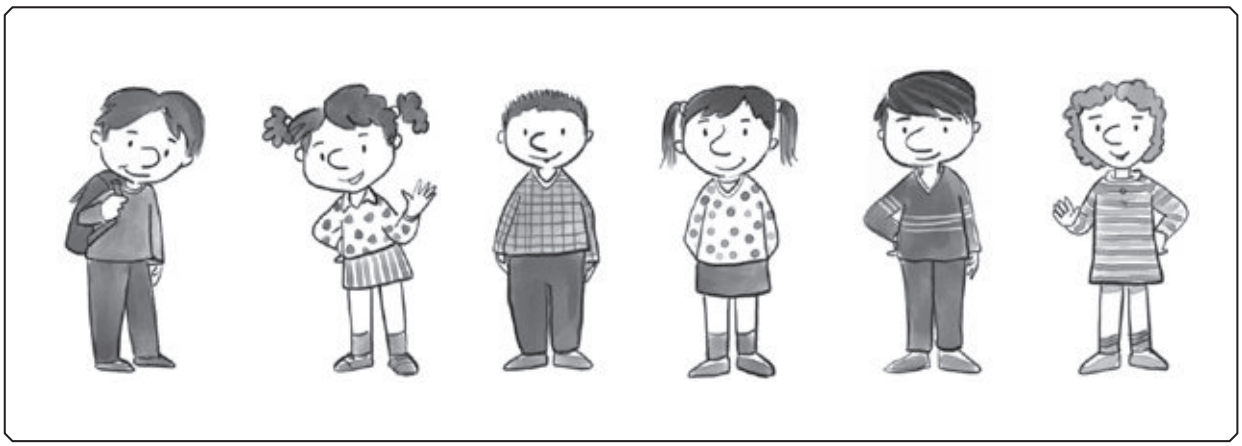
Hay que repartir todos los peces en las 10 peceras.

¿Cuántos peces hay que poner en cada pecera para que en todas las peceras haya la misma cantidad de peces?

Se reparten _____ peces en _____ peceras.

Se anota _____ : _____ = _____ .

3.



Hay que repartir todo el dinero entre los 6 niños (as).

¿Cuánto dinero hay que darle a cada uno para que todos reciban la misma cantidad de dinero?

60 : 6 = _____

4. Calcula las siguientes divisiones y comprueba tus resultados:

12 : 6 = _____

20 : 4 = _____

50 : 5 = _____

40 : 8 = _____

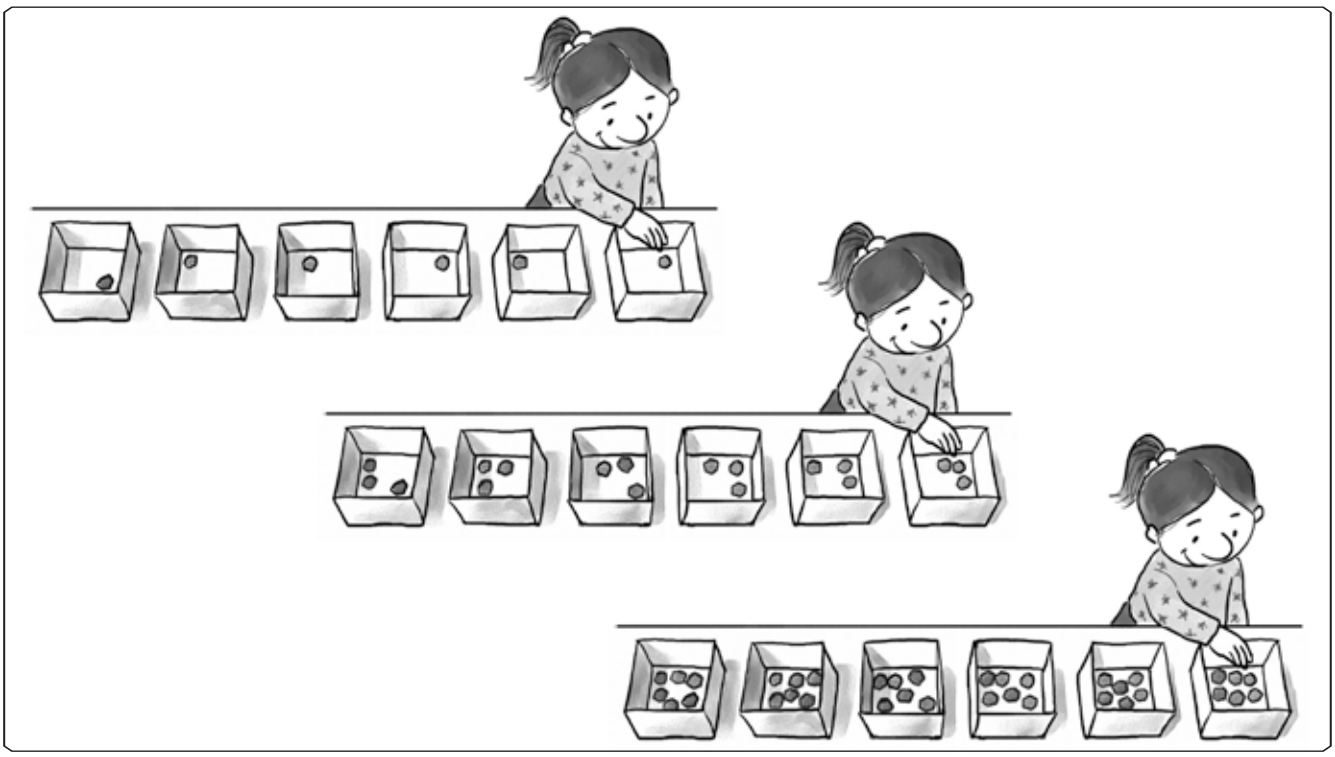
14 : 7 = _____

5. En una tienda de juguetes se venden bolitas en cajas. Para ello distribuyen 60 bolitas en 6 cajas.

- ¿Cuántas bolitas hay que poner en cada caja, de tal forma que en cada caja quede la misma cantidad?

- Compara tu procedimiento con el de Laura:

  Para saber cuántas bolitas hay que poner en cada caja, Laura está realizando el siguiente procedimiento:



Observa lo que está haciendo Laura y contesta:

¿Qué está haciendo Laura para responder el problema?

_____

_____

Después de la primera ronda, ¿cuántas bolitas le quedan por repartir?

¿cómo lo calculaste? _____

Después de la tercera ronda, ¿cuántas bolitas le quedan por repartir?

¿cómo lo calculaste? _____

¿Llegará Laura a encontrar la solución? _____

¿por qué? _____

Ficha 5	Segunda Unidad Clase 3	Tercero Básico	Nombre: _____ Curso: _____

Calculando cuántas fichas para cada persona, sin contar.

1.

Cantidad de vasos [ ] Cantidad de fichas [ ]

¿Cuántas fichas hay en cada vaso? [ ]

2.

Cantidad de vasos [ ] Cantidad de fichas [ ]

¿Cuántas fichas hay en cada vaso? [ ]

3.

Cantidad de vasos [ ] Cantidad de fichas [ ]

¿Cuántas fichas hay en cada vaso? [ ]

4.

Cantidad de vasos

Cantidad de fichas

¿Cuántas fichas hay en cada vaso?

5.

Cantidad de vasos

Cantidad de fichas

¿Cuántas fichas hay en cada vaso?

Ficha 6	Segunda Unidad Clase 3	Tercero Básico	Nombre: _____ Curso: _____

Preparando la fiesta de fin de año.

El 3º Básico de una escuela está preparando una fiesta de fin de año. En el curso hay 40 niños y niñas.

1. La profesora les pide que dispongan en la sala 8 mesas para ubicar a los 40 niños y niñas. ¿Cuántas sillas se deben poner en cada mesa, para que alrededor de cada mesa se siente la misma cantidad de niños y niñas?

   40 : 8 = ☐

2. Ana y Miguel, dos niños del curso, están encargados de inflar 48 globos para decorar la sala. Para que sea justo, la profesora les pide a cada uno que infle la misma cantidad de globos. ¿Cuántos globos debe inflar cada uno?

   48 : 2 = ☐

3. A Jaime le encargaron repartir 80 barras de chocolate. Tuvo que repartir la misma cantidad de barras en todas las mesas. ¿Cuántas barras de chocolate puso en cada mesa?

   80 : 8 = ☐

4. Todos los niños deben recibir la misma cantidad de barras de chocolate. ¿Cuántas barras recibirá cada niño y niña?

   ☐ : 5 = ☐

5. Camila repartió 40 servilletas. Tuvo que poner la misma cantidad de servilletas en las mesas. ¿Cuántas servilletas puso en cada mesa?

   40 : 8 = ☐

6. Resuelve las siguientes divisiones:

   24 : 8 = ☐ 45 : 9 = ☐

   20 : 10 = ☐ 12 : 6 = ☐

Ficha opcional	Segunda Unidad Clase 3	Tercero Básico	Nombre: _____ Curso: _____

1. Se reparten equitativamente 30 peces en 6 peceras. ¿Cuántos peces quedan en cada pecera?

_____ : _____ = ☐

¿Y si se reparten en 5 peceras?

_____ : _____ = ☐

¿Y si se reparten en 3 peceras?

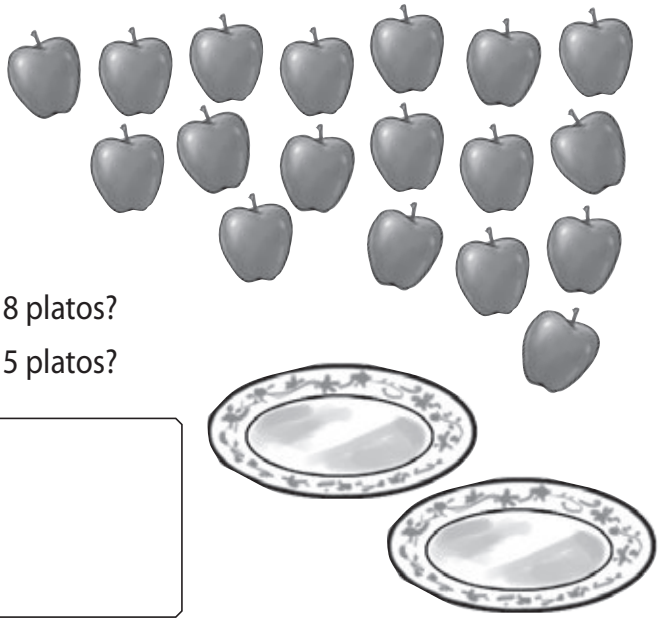
_____ : _____ = ☐

¿Y si se reparten en 2 peceras?

_____ : _____ = ☐

2. Se reparten equitativamente 18 manzanas en 2 platos, poniendo la misma cantidad de manzanas en los platos.

Escribe la división correspondiente.



☐ : ☐ = ☐

¿Y si se reparten equitativamente 32 manzanas en 8 platos?

¿Y si se reparten equitativamente 40 manzanas en 5 platos?

☐

Ficha 7	Segunda Unidad Clase 4	Tercero Básico	Nombre: _____ Curso: _____

1. Lee los problemas y señala en cada caso con qué operación se puede resolver. Luego realiza los cálculos necesarios para responderlos en el cuaderno.

   - Los 40 niños del 3º Básico de la escuela Los Pimientos van de campamento. Hay 5 carpas para dormir. En cada carpa debe dormir la misma cantidad de niños. ¿Cuántos niños duermen en cada carpa?
   - Pamela pone 10 chocolates en cada bolsa. Hay 5 bolsas. ¿Cuántos chocolates pone en total?
   - La Sra. Mercedes debe hacer 5 máscaras para una fiesta de disfraces. Tiene 15 plumas para colocarle a las máscaras. Debe poner la misma cantidad de plumas en cada máscara. ¿Cuántas plumas debe pegar en cada máscara?
   - Cada cotona tiene 5 botones. ¿Cuántos botones hay en 10 cotonas?

2. Observa los cálculos que realizaste para resolver los problemas.

   ¿En qué se parecen los problemas que se resuelven con una multiplicación?

   _____

   _____

   ¿En que se parecen los problemas que se resuelven con una división?

   _____

   _____

   Inventa un problema que se resuelva con una multiplicación.

   Inventa un problema que se resuelva con una división.

Ficha 8	Segunda Unidad Clase 4	Tercero Básico	Nombre: _____ Curso: _____

Repartos que no se pueden hacer.

1.

Cantidad de vasos ☐ Cantidad de fichas ☐

¿Cuántas fichas hay en cada vaso? ☐ ¿Cuántas fichas sobraron? ☐

2.

Cantidad de vasos ☐ Cantidad de fichas ☐

¿Cuántas fichas hay en cada vaso? ☐ ¿Cuántas fichas sobraron? ☐

3.

Cantidad de vasos ☐ Cantidad de fichas ☐

¿Cuántas fichas hay en cada vaso? ☐ ¿Cuántas fichas sobraron? ☐

4.

Cantidad de vasos ☐ Cantidad de fichas ☐

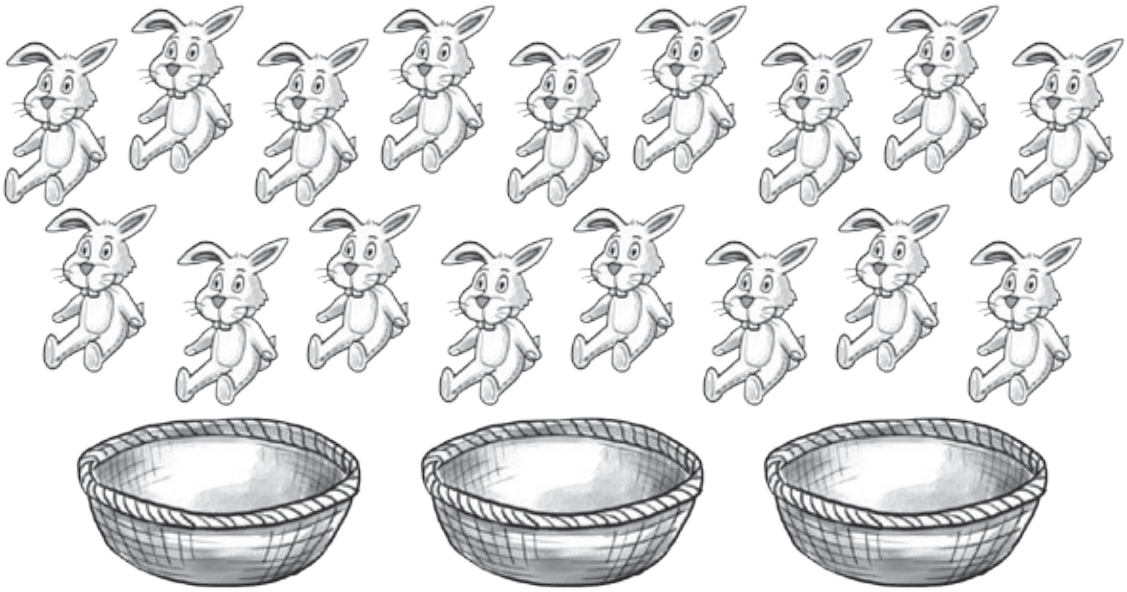
¿Cuántas fichas hay en cada vaso? ☐ ¿Cuántas fichas sobraron? ☐

Ficha 9	Segunda Unidad Clase 4	Tercero Básico	Nombre: _____ Curso: _____

1. Hay que repartir 20 bombones en 4 cajas. ¿Cuántos bombones hay que poner en cada caja para que todas tengan la misma cantidad de bombones?

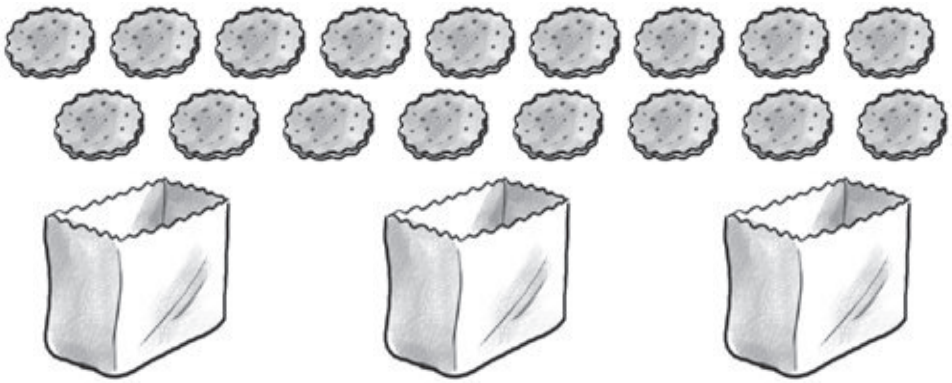
¿Cuántos bombones sobraron? ☐

2. Hay que repartir estos conejos de peluche en las canastas. ¿Cuántos conejos hay que poner en cada canasta para que en todas las canastas haya la misma cantidad de peluches?



¿Cuántos conejos de peluche sobraron? ☐

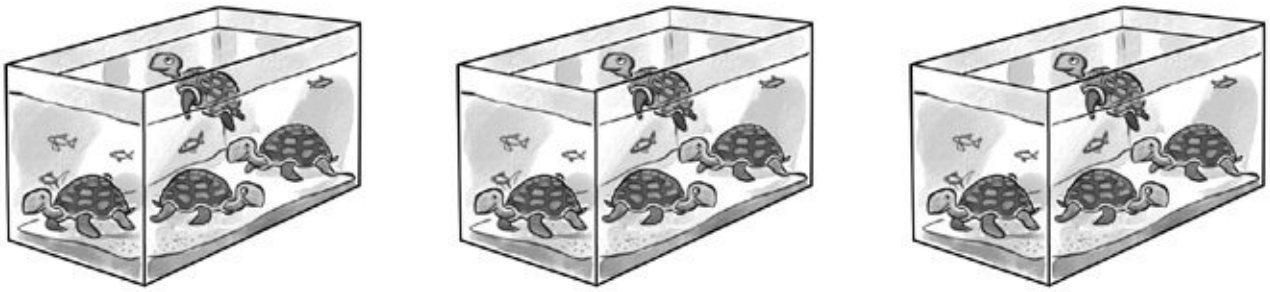
3. Hay que colocar 17 galletas en 3 bolsas. ¿Cuántas galletas hay que poner en cada bolsa para que todas tengan la misma cantidad de galletas?



¿Cuántas galletas sobraron? ☐

4. Martín reparte 18 tortugas en 3 acuarios. Pone 4 tortugas en cada acuario.

¿Cuántas tortugas quedan fuera de los acuarios?



Camila le dice a Martín que el reparto que hizo no es correcto, pues le sobran demasiadas tortugas.

¿Quién de los dos tiene la razón?

¿Cuántas tortugas hay que poner en cada acuario? ¿Cuántas quedan sin acuario?

_____ : _____ =

5. Hay que repartir 32 sandías en 10 canastas. ¿Cuántas sandías hay que poner en cada canasta para que en todas las canastas haya la misma cantidad de sandías?

¿Cuántas sandías sobraron?

Ficha 10	Segunda Unidad Clase 5	Tercero Básico	Nombre: _____ Curso: _____

1. En la floristería Doña María se hacen arreglos florales. Para armarlos se tienen que repartir 20 rosas en 5 maceteros. ¿Cuántas rosas hay que poner en cada macetero para que tengan la misma cantidad de rosas?

Para saber cuántas rosas hay que colocar en cada macetero, Sergio y Ana realizaron los siguientes cálculos:

$$20 - 5 = 15$$
$$15 - 5 = 10$$
$$10 - 5 = 5$$
$$5 - 5 = 0$$

Ana realizó los cálculos de otra manera:

$$20 : 5 = 4$$

Porque $5 \cdot 4 = 20$

Tanto Sergio como Ana respondieron que había que poner 4 flores en cada macetero. Comparen los cálculos que realizaron Sergio y Ana.

¿Qué hicieron Sergio y Ana para obtener su respuesta?

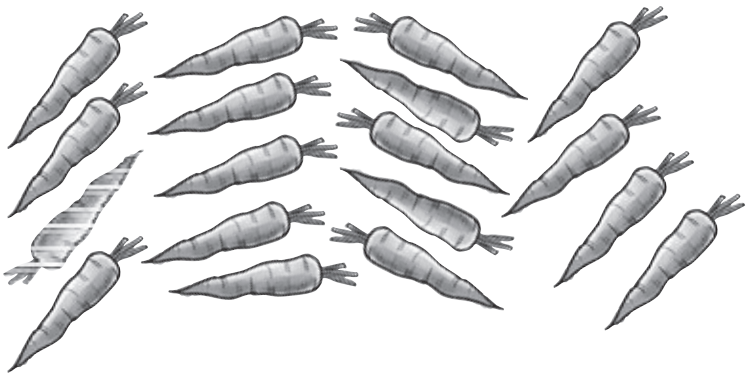
¿Qué diferencia hay entre los cálculos que realizaron Sergio y Ana?

Ficha 11	Segunda Unidad Clase 5	Tercero Básico	Nombre: _____ Curso: _____

1. En la juguetería hay 7 cajas iguales a la siguiente:

¿Cuántas muñecas hay en total?

2.



¿Cuántas zanahorias hay que poner en cada plato para que tengan la misma cantidad de zanahorias?

¿Cuántas zanahorias sobran?

3. A 7 niños se le dan 5 dulces a cada uno. ¿Cuántos dulces se repartieron en total?

4. Hay que repartir 35 lápices a 7 niños para que todos tengan la misma cantidad. ¿Cuántos lápices le tocan a cada niño?

¿Y si se reparten a 5 niños?

¿Y si se reparten a 10 niños? ¿Cuántos lápices sobraron?

¿Y si se reparten a 2 niños? ¿Cuántos lápices sobraron?

5. Completa el número que falta en cada operación.

18 : 9 = ☐

24 : 2 = ☐

☐ : 5 = 5

☐ : 8 = 5

70 : 7 = ☐

☐ : 6 = 10

☐ : 2 = 7

35 : 7 = ☐

Ficha opcional	Segunda Unidad Clase 5	Tercero Básico	Nombre: _____ Curso: _____

1. Hay que repartir 43 sandías en 10 canastas.

   ¿Cuántas sandías hay que poner en cada canasta para que en todas las canastas haya la misma cantidad de sandías?

   _____ : _____ = [ ]

   ¿Cuántas sandías quedan fuera de las canastas? [ ]

   ¿Cómo podrías comprobar tu respuesta? Completa.

   _____ • _____ + _____ = 43

2. Martín reparte 28 tortugas en 5 acuarios. Pone 4 tortugas en cada acuario.

   ¿Cuántas tortugas quedan fuera de los acuarios? [ ]

   ¿Se pueden poner más tortugas en cada acuario? _____

   ¿Cuántas tortugas sobraron? [ ]

TABLAS DE MULTIPLICAR

Tabla del 2	Tabla Abreviada
1 *vez* **2** = **2**	1 · **2 = 2**
2 *veces* **2** = 2 + 2 = **4**	2 · **2 = 4**
3 *veces* **2** = 2 + 2 + 2 = **6**	3 · **2 = 6**
4 *veces* **2** = 2 + 2 + 2 + 2 = **8**	4 · **2 = 8**
5 *veces* **2** = 2 + 2 + 2 + 2 + 2 = **10**	5 · **2 = 10**
6 *veces* **2** = 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 = **12**	6 · **2 = 12**
7 *veces* **2** = 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 = **14**	7 · **2 = 14**
8 *veces* **2** = 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 = **16**	8 · **2 = 16**
9 *veces* **2** = 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 = **18**	9 · **2 = 18**
10 *veces* **2** = 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 = **20**	10 · **2 = 20**

Tabla del 5	Tabla Abreviada
1 *vez* **5** = **5**	1 · **5 = 5**
5 *veces* **5** = 5 + 5 = **10**	2 · **5 = 10**
3 *veces* **5** = 5 + 5 + 5 = **15**	3 · **5 = 15**
4 *veces* **5** = 5 + 5 + 5 + 5 = **20**	4 · **5 = 20**
5 *veces* **5** = 5 + 5 + 5 + 5 + 5 = **25**	5 · **5 = 25**
6 *veces* **5** = 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 = **30**	6 · **5 = 30**
7 *veces* **5** = 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 = **35**	7 · **5 = 35**
8 *veces* **5** = 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 = **40**	8 · **5 = 40**
9 *veces* **5** = 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 = **45**	9 · **5 = 45**
10 *veces* **5** = 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 = **50**	10 · **5 = 50**

Tabla del 10	Tabla Abreviada
1 *vez* **10** = **10**	1 · **10 = 10**
2 *veces* **10** = 10 + 10 = **20**	2 · **10 = 20**
3 *veces* **10** = 10 + 10 + 10 = **30**	3 · **10 = 30**
4 *veces* **10** = 10 + 10 + 10 + 10 = **40**	4 · **10 = 40**
5 *veces* **10** = 10 + 10 + 10 + 10 + 10 = **50**	5 · **10 = 50**
6 *veces* **10** = 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 = **60**	6 · **10 = 60**
7 *veces* **10** = 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 = **70**	7 · **10 = 70**
8 *veces* **10** = 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 = **80**	8 · **10 = 80**
9 *veces* **10** = 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 = **90**	9 · **10 = 90**
10 *veces* **10** = 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 = **100**	10 · **10 = 100**

GOBIERNO DE CHILE
MINISTERIO DE EDUCACION