4° Básico

3ª Unidad

Estudiando problemas multiplicativos y técnicas para dividir

Guía Didáctica

GOBIERNO DE CHILE
MINISTERIO DE EDUCACIÓN

EDUCACIÓN MATEMÁTICA

Asesoría a la Escuela para la Implementación Curricular en Lenguaje y Matemática, LEM

Nivel de Educación Básica

División de Educación General
Ministerio de Educación
República de Chile

Autores:
Universidad de Santiago
Lorena Espinoza S.
Enrique González L.
Joaquim Barbé F.

Ministerio de Educación:
Dinko Mitrovich G.

Asesores internacionales:
Guy Brousseau. Profesor Emérito de la Universidad de Bordeaux, Francia.

Revisión y Corrección de Estilo
Josefina Muñoz V.

Coordinación Editorial
Claudio Muñoz P.

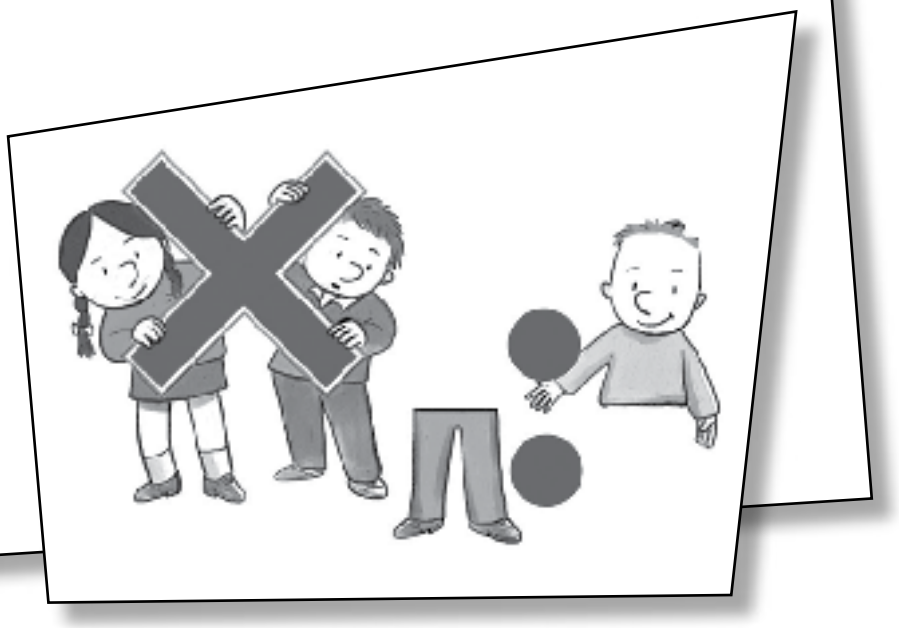
Ilustraciones y Diseño:
Miguel Angel Marfán
Elba Peña

Impresión:
xxxxx.

Marzo 2006
Registro de Propiedad Intelectual Nº 155.876
Teléfono: 3904754 – Fax 3810009

Matemática
Cuarto Año Básico
TERCERA UNIDAD DIDÁCTICA

Estudiando problemas multiplicativos y técnicas para dividir



Autores

Lorena Espinoza S. • Enrique González L. • Dinko Mitrovich G. • Joaquim Barbé

ÍNDICE

I	Presentación	6
II	Esquema	16
III	Orientaciones para el docente: estrategia didáctica	18
IV	Planes de clases	48
V	Prueba y Pauta	54
VI	Espacio para la reflexión personal	57
VII	Glosario	58
VIII	Fichas y materiales para alumnas y alumnos	61

CUARTO BÁSICO

MATEMÁTICA
TERCERA UNIDAD DIDÁCTICA

Estudiando problemas multiplicativos y técnicas para dividir

Aprendizajes esperados del Programa

- Manejan el cálculo mental de productos y cuocientes incorporando nuevas estrategias *(Aprendizaje esperado 4, segundo semestre)*.
- Manejan estrategias de cálculo escrito de productos y cuocientes *(Aprendizaje esperado 5, segundo semestre)*.
- Establecen diferencias y semejanzas entre las características asociadas a las operaciones de adición, sustracción, multiplicación y división *(Aprendizaje esperado 7, segundo semestre)*.
- En la resolución de problemas que ponen en juego los contenidos de la unidad, profundizan aspectos relacionados con los procedimientos empleados para resolver el problema y la formulación de otras preguntas a partir de los resultados obtenidos *(Aprendizaje esperado 10, segundo semestre)*.

Aprendizajes esperados para la Unidad

- Manejan el cálculo mental de productos y cuocientes incorporando nuevas estrategias.
- Manejan estrategias de cálculo escrito de productos y cuocientes.
- En la resolución de problemas que ponen en juego los contenidos de la unidad, profundizan aspectos relacionados con los procedimientos empleados para resolver problemas y la formulación de otras preguntas a partir de los resultados obtenidos.
- Utilizan procedimientos resumidos para resolver problemas de reparto equitativo, de agrupamiento en base a una medida y de iteración de una medida, estableciendo semejanzas y diferencias entre ellos y distinguiendo la operación que los resuelve e interpretando el significado de los datos y la incógnita.

Aprendizajes previos

- Evocan las combinaciones multiplicativas básicas y las divisiones asociadas
- Pueden determinar el producto de dos dígitos rápidamente usando algún procedimiento de cálculo.
- Calculan el producto de un número de una cifra por 10 y 100 y las divisiones asociadas.
- Restan utilizando un procedimiento convencional.

I PRESENTACIÓN

Esta Unidad gira en torno a la resolución de *problemas multiplicativos* que involucran una relación de proporcionalidad directa y el desarrollo de técnicas para dividir con el fin de resolver los problemas planteados. Tal y como se vio en la Cuarta Unidad Didáctica de Tercero Básico, este tipo de problemas se caracterizan por involucrar tres cantidades, el total de una colección, la cantidad de grupos que la conforman y la medida de cada grupo, siendo esta última medida igual para todos los grupos. Tanto los *problemas de agrupamiento en base a una medida, de reparto equitativo y de iteración de una medida,* pertenecen a este tipo de problemas. El estudio de la *división* se realiza a partir de los conocimientos que niñas y niños ya tienen sobre la *multiplicación*. Los niños avanzan en la apropiación de una estrategia de resolución de problemas multiplicativos identificando qué operación hay que realizar para resolver un determinado problema, aprenden procedimientos para dividir, explican sus procedimientos y elaboran problemas. A partir de la relación inversa que existe entre ambas operaciones, los niños construyen una noción amplia y significativa de la división y profundizan la de multiplicación. Las cantidades involucradas en las actividades propuestas en la unidad corresponden a números menores que mil, y en el caso de los problemas que se resuelven con una división, el cuociente es un número de una o dos cifras.

A continuación se detallan los aspectos didácticos matemáticos que estructuran esta unidad:

1. Tareas Matemáticas

Las **tareas matemáticas** que niñas y niños realizan para lograr los aprendizajes esperados de esta unidad son:

- Resuelven problemas asociados a una relación de proporcionalidad directa, esto es, problemas de *iteración de una medida, de reparto equitativo* y de *agrupamiento en base a una medida.*
- Calculan divisiones cuyo dividendo tiene hasta tres cifras y el divisor una.
- Comprueban el resultado de una división estableciendo la relación entre el dividendo y el divisor, el cuociente y el resto.
- Resuelven problemas *inversos* de proporcionalidad directa en los que se efectuó una acción de *reparto equitativo o agrupamiento en base a una medida*, pero que se resuelven efectuando una multiplicación, ya que se itera una medida.

- Realizan acciones de repartir en partes iguales, agrupar en base a una medida e iterar una medida asociando las dos primeras acciones a una división y la tercera a una multiplicación.
- Elaboran problemas de *iteración de una medida, de reparto equitativo o de agrupamiento en base a una medida* a partir de información numérica y un contexto dado, que les permite obtener nueva información a partir de información disponible.

2. Variables didácticas

Las **variables didácticas** que se consideran para graduar la complejidad de las tareas matemáticas que niñas y niños realizan son:

- ❑ *Ámbito numérico:* hasta 1.000.
- ❑ *Tipo de acción involucrada en el enunciado del problema:* del tipo agrupar (problemas de agrupamiento en base a una medida), repartir en partes iguales (problemas de reparto equitativo) o iterar (problemas de iteración de una medida).
- ❑ *Tipo de problemas:* directos e inversos.
- ❑ *Disponibilidad de las colecciones:* disponibles y no disponibles.
- ❑ *Características de los objetos de las colecciones:* manipulables y no manipulables.
- ❑ *Relaciones entre los números en la multiplicación:*
  - Uno de los factores es un número de una cifra y el otro puede ser un número de hasta tres cifras.
  - Un factor es un número de dos cifras y el otro un número de hasta tres cifras.
  - Uno de los factores es un múltiplo de 10 ó 100.
- ❑ *Relaciones entre los números en la división:*
  - *Ámbito numérico del dividendo:* números de dos y tres cifras.
  - *Relación entre el dividendo y el divisor:* Dividendo múltiplo y no múltiplo del divisor.
  - *Cuociente:* menor que 10 (una cifra); igual a 10, mayor que 10 y menor que 99 (dos cifras), mayor que 99 y menor 1000 (tres cifras).
  - *Ámbito numérico del divisor:* una o dos cifras.

3. Procedimientos

Los **procedimientos** que los niños y niñas construyen y se apropian para realizar las tareas matemáticas son:

- En la ***resolución de problemas:*** Se apropian gradualmente de una estrategia de resolución de problemas que incluye las siguientes fases:
  - Reconocer el contexto en que se presenta el problema: relacionan la acción involucrada en el problema con repartir en partes iguales, agrupar en base a una medida o iterar una medida.
  - Identificar los datos y la incógnita. ¿Qué nos dice el problema? ¿Qué nos pide averiguar?
  - Reconocer la relación aritmética entre datos e incógnitas para decidir si la operación que resuelve el problema es una multiplicación o una división.
  - Realizar la operación.
  - Interpretar el resultado obtenido en el contexto del problema.
- En las ***técnicas para multiplicar*** recurren a distintos procedimientos estudiados en tercero básico, según la relación entre los números:
  - Números de una cifra, utilizan las combinaciones multiplicativas básicas o la tabla pitagórica.
  - Cuando uno de los factores es un múltiplo de 10 ó 100, extienden las combinaciones multiplicativas básicas a múltiplos de 10 y 100.
  - Cuando uno de los factores es un número de dos o tres cifras, los descomponen canónicamente y multiplican cada sumando por el número de una cifra, sumando finalmente cada producto.
  - Utilizan la Tabla Pitagórica para el cálculo de productos.
- En las ***técnicas para dividir*** recurren a distintos procedimientos, estudiados en tercero básico, ampliándolos según la relación entre los números:
  - Cuando el divisor es de una cifra, recurren a las combinaciones multiplicativas básica y/o a la tabla pitagórica extendida.
  - Búsqueda del cuociente de una división a través de productos parciales del divisor por múltiplos de 10 ó 100.
  - Utilizan la Tabla Pitagórica para el cálculo de cuocientes.

4. Fundamentos centrales

- Las magnitudes que participan en los problemas de proporcionalidad directa abordados en esta unidad son tres: la cantidad total de elementos de una colección (a la que denominaremos como *cantidad total*), la cantidad de grupos que forman esa colección (a la que denominaremos como *número de grupos*) y la cantidad de elementos que tiene cada grupo (que denominaremos como *medida de grupo*).

  La *medida de grupo* es justamente la magnitud que establece la relación entre el total y el número de grupos, jugando el rol de la constante de proporcionalidad, de forma que podemos decir que:

  número de grupos* x *medida de grupo* = *cantidad total

  Tanto los problemas de *iteración de una medida*, como los de *reparto equitativo* y los de *agrupamiento en base a una medida* pertenecen a este tipo de problemas.

- En los problemas de iteración de una medida directos se tienen como datos la medida que debe tener cada grupo (en el entendido que esa medida es la misma para todos los grupos) y el número de grupos, siendo la cantidad total la incógnita del problema.

- Dado que la cantidad total equivale a repetir tantas veces como grupos la cantidad de medida de cada grupo, la cantidad total puede obtenerse a partir de multiplicar la medida de cada grupo por el número de grupos.

- En los ***problemas de agrupamiento en base a una medida*** directos se tienen como datos la cantidad total de la colección y la medida que tiene cada grupo que hay que formar, siendo el *número de grupos* que se pueden formar la incógnita del problema.

- Por cada grupo de ***a*** unidades que formo me quedan ***a*** unidades menos en la colección, por tanto, puedo formar tantos grupos como número de veces está contenido el valor ***a*** en el total de la colección. La cantidad final de grupos que puedo formar puede determinarse a través de una división, buscando la cantidad de veces que tengo que iterar la medida a para acercarme lo más posible a la *cantidad total* de mi colección sin pasarme.

- En los ***problemas de reparto equitativo*** directos se tienen como datos la *cantidad total* de la colección y el *número de grupos* que se deben formar, siendo la *medida de los grupos* la incógnita del problema.

- Si tengo que repartir ***t*** unidades entre ***a*** grupos de forma que le correspondan la misma cantidad de unidades a cada grupo, entonces puedo repartir las unidades por "rondas" dando una unidad a cada grupo en cada ronda. Como tengo ***a*** grupos, entonces en cada ronda reparto un total de ***a*** unidades (una unidad por cada gru-

po). Durante el reparto, la cantidad de elementos que tiene cada grupo coincide con la cantidad de rondas efectuadas. De ese modo, la cantidad de elementos que hay en cada grupo una vez finalizado el reparto coincide con la cantidad de rondas efectuadas. Entonces, para poder anticipar para cuantas rondas me alcanza basta con calcular la cantidad de veces que le puedo quitar ***a*** unidades al total ***t***. Dicho cálculo corresponde a la división ***t : a***, siendo el cuociente de esa división igual a la cantidad de unidades que corresponden a cada grupo, o sea, a lo que hemos llamado ***medida de grupo***.

- El cuociente de una división se puede determinar a través de la suma de cuocientes parciales. Para ello, se empieza buscando cuál es el mayor múltiplo de 100, que multiplicado por el divisor da una cantidad lo más cercana posible al dividendo sin pasarse. Luego se calcula la diferencia entre el dividendo y el resultado de dicho producto. Nuevamente, se busca cuál es el mayor múltiplo de 10 que multiplicado por el divisor se acerca mas a esa diferencia. Una vez determinado, se efectúa la resta entre la diferencia y dicho producto. Finalmente, se determina el factor de una cifra que multiplicado por el divisor se acerca más al resultado obtenido en la última resta. El cuociente se obtiene a partir de sumar los tres cuocientes parciales anteriores: el múltiplo de las centenas, más el múltiplo de las decenas, más las unidades.

- En los ***problemas de agrupamiento en base a una medida o de reparto equitativo***, a la cantidad de la colección que quedó sin repartir o agrupar se le denomina *resto*, y a las divisiones con resto se les denomina *divisiones inexactas*. Obviamente el resto siempre debe ser una cantidad menor que el divisor, dado que en el caso contrario significaría que o bien puede repartirse un objeto más si el problema es de reparto equitativo o bien puede hacerse un grupo más si el problema es de agrupamiento en base a una medida. Sea como sea, en ambos casos no se puede dar entonces por finalizado el proceso del reparto y/o agrupamiento.

- En los problemas de agrupamiento en base a una medida o de reparto equitativo, la relación entre datos e incógnitas cuando la cantidad total no es múltiplo del número de grupos o de la medida, se representa por la expresión:

número de grupos x ***medida de grupo*** + ***cantidad que queda*** = ***cantidad total inicial***

La expresión anterior se puede escribir en términos de los componentes de una división como:

divisor x ***cuociente*** + ***resto*** = ***dividendo***

Esta expresión permite comprobar el resultado de una división, dado que al realizar el producto entre el divisor y el cuociente y añadir el resto se debe obtener el dividendo.

- Los Problemas directos de proporcionalidad directa, son problemas donde la operación que resuelve el problema es la misma con la que se modeliza la acción descrita en el enunciado. Los problemas inversos, son problemas donde la operación que resuelve el problema es distinta a la que modeliza la acción descrita en el enunciado.

5. Descripción global del proceso

Durante las seis clases la intención está puesta en que los alumnos estudien problemas multiplicativos de proporcionalidad, identificando la o las operaciones que los resuelven, se enfrenten ante la necesidad de buscar procedimientos de cálculo más eficaces, entendidos estos como procedimientos con pocos pasos y en los que se utilizan cálculos sencillos, y desarrollen herramientas para comprobar y justificar sus procedimientos.

En las primeras 4 clases se plantean actividades que constituyen elementos de un proceso graduado frente al cual los niños tendrán la posibilidad de avanzar y sistematizar sus conocimientos sobre la resolución de problemas multiplicativos con la orientación del profesor(a). La quinta clase es esencialmente una clase de ejercitación y sistematización del trabajo desarrollado en las clases anteriores. Finalmente, la sexta corresponde a una clase de evaluación.

El proceso parte en la **primera clase** proponiendo a niñas y niños actividades que involucran problemas de *iteración de una medida y de agrupamiento en base a una medida* como por ejemplo: *Si el jornalero tiene 40 porotos ¿cuántas bolsas necesita, sabiendo que tiene que echar 5 porotos en cada bolsa? O bien: Si el jornalero ha llenado 8 bolsas con semillas de lenteja ¿cuántas semillas ha ocupado sabiendo que en cada bolsa ha echado 10 semillas?* Interesa que los niños se familiaricen con este tipo de actividad, puesto que dependiendo de la pregunta del problema, surge la multiplicación o la división como operación que resuelve el problema. En esta etapa interesa que los niños y niñas se familiaricen con este tipo de problemas y adquieran seguridad a la hora de resolverlos. Por ello, pese a que los niños sean capaces de anticipar el resultado del problema es importante que tengan la oportunidad de comprobarlo realizando la acción concreta. Luego, resuelven una serie de problemas que están en el mismo contexto que la actividad inicial. La clase termina sistematizando la estrategia de resolver la división a partir de la búsqueda del factor que, multiplicado por el cuociente, se acerca más al dividendo sin pasarse.

En la **segunda clase** el proceso avanza de forma que son los niños los que, dada una determinada situación, formulan problemas de iteración y de agrupamiento en base a una medida y luego los resuelven. En esta clase, mediante el juego ***"¿Cuántos paquetes? ¿Cuántas unidades?"*** se pretende que los niños desarrollen procedimientos abreviados para calcular el cuociente de una división, cuando este tiene dos cifras y, a su vez, profundicen en el significado de los distintos datos en los problemas de *iteración de una medida* y de *agrupamiento en base a una medida*. De hecho, las nuevas condiciones en las que se plantean los problemas hacen que los procedimientos de la clase anterior

fracasen, debido fundamentalmente a la ampliación del ámbito numérico. Se espera que los alumnos utilicen combinaciones básicas de múltiplos de 10 para obtener el resultado.

En la **tercera clase** se sigue trabajando con problemas de *iteración de una medida y de agrupamiento en base a una medida*. Nuevamente se amplía el ámbito numérico. En esta clase se proponen problemas muy similares a los estudiados en la clase anterior, pero en este caso los cuocientes pueden ser cantidades de hasta tres cifras. De ese modo se propone ampliar la técnica de acercarse al dividendo mediante múltiplos de 10, a múltiplos de 100. Al final de la clase, se sistematiza la estrategia que permite decidir la operación que resuelve el problema en función del significado de los diferentes datos.

En la **cuarta clase** a los problemas de *agrupamiento en base a una medida e iteración de una medida*, se les añaden los problemas de reparto equitativo. Si bien el trabajo central en la clase anterior era el de desarrollar un procedimiento para dividir, en esta clase el énfasis esta puesto en el planteo y la resolución de problemas, más que en el cálculo. Mediante la actividad de ***"Formulando Problemas"*** se desarrolla la habilidad de reconocer el rol de cada uno de los datos y de la incógnita dentro de los problemas multiplicativos de proporcionalidad, así como de establecer la operación que relaciona los datos con la incógnita, independientemente de la acción formulada en el problema. En este sentido, en esta clase aparece algún problema inverso, como *Luz repartió una bolsa de caramelos entre sus cinco amigos y le tocaron 20 caramelos a cada amigo. ¿Cuántos dulces tenía la bolsa?* De forma que los niños vivan la experiencia de que no es suficiente con identificar la acción involucrada en el problema para resolverlo. Es precisamente en estos casos donde el uso de los esquemas aparece como una herramienta especialmente útil a la hora de poder determinar y justificar la operación que resuelve el problema.

La **quinta clase** tiene como propósito principal trabajar lo estudiado en las clases anteriores, de forma que los niños puedan apropiarse de forma adecuada de los conocimientos construidos. La clase se inicia con una situación en la que los alumnos deben formular tres problemas distintos y resolverlos recordando lo estudiado en la clase anterior. Esta situación pone en juego la habilidad para interpretar correctamente el rol que puede jugar cada uno de los datos en los distintos problemas. Luego se propone que los alumnos efectúen un conjunto de cálculos que incluyen multiplicaciones y divisiones, en los que el ámbito numérico de las cantidades involucradas varía entre uno y tres dígitos. En esos cálculos se propicia que el alumno, además de practicar los procedimientos desarrollados en la segunda y tercera clase, adquiera destreza en comprobar los resultados obtenidos en las divisiones. Una vez hechos los cálculos, se propone que resuelvan un conjunto de cuatro problemas multiplicativos entre los que hay un problema inverso. La clase termina con una síntesis de las principales nociones estudiadas en la unidad.

En la **sexta clase** se aplica una prueba de la unidad que permite verificar los aprendizajes matemáticos logrados por cada niño y los que habrá que retomar.

6. Sugerencias para trabajar los Aprendizajes Previos

Antes de dar inicio al estudio de la Unidad, es necesario realizar un trabajo sobre los aprendizajes previos. Interesa que niños y niñas activen los conocimientos necesarios para que puedan enfrentar adecuadamente la unidad y lograr los aprendizajes esperados en ella. El profesor debe asegurarse que todos los niños:

- Evocan las combinaciones multiplicativas básicas y las divisiones asociadas
- Pueden determinar el producto de dos dígitos rápidamente usando algún procedimiento de cálculo.

Para cerciorarse que los niños y niñas disponen de dichos conocimientos, proponga problemas multiplicativos de proporcionalidad directa, en que los números involucrados sean de una cifra, por ejemplo:

Don Raúl tiene 6 paquetes de zanahorias, con 8 zanahorias cada uno. ¿Cuántas zanahorias tiene?

Si se detecta que no hay dominio o estabilidad en la evocación de las combinaciones multiplicativas básicas, se sugiere introducir la "Tabla Pitagórica". Lo importante es asegurarse que los alumnos asocien a este tipo de problemas la multiplicación, como la operación que permite resolverlos en forma simple y eficaz.

La Tabla Pitagórica permite encontrar los productos de las combinaciones multiplicativas básicas. El procedimiento es el siguiente: para obtener, por ejemplo, el producto de 6 y 8, se ubica uno de los factores en la primera fila y el otro factor en la primera columna de la tabla. En la intersección de esa fila con esa columna se encuentra el producto buscado. En la siguiente Tabla Pitagórica se señala el procedimiento seguido para obtener el producto buscado (48).

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

La Tabla pitagórica también permite determinar el cuociente de una división, siempre y cuando dicho cuociente y el divisor estén dentro del ámbito numérico de los factores representados en la tabla, que suelen ser del 1 al 10. Veamos un ejemplo de ello; queremos calcular el cuociente de la división 50 : 8. Dado que dicho cuociente es el factor que multiplicado por 8 se acerca lo más posible a 50 sin pasarse, entonces nos situamos sobre la columna del 8 y dentro de ella buscamos la cantidad más cercana a 50 pero sin pasarse, esto es 48. Luego una vez encontrada, identificamos la fila en la que se encuentra el 48, o sea el 7. Finalmente podemos establecer que el cuociente de la división es 7 ya que 7 x 8 es 48. Si se desea obtener el resto basta con calcular la diferencia entre el dividendo, o sea 50 y el producto seleccionado de la tabla, o sea 48, de forma que el resto es 2.

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

La Tabla pitagórica extendida es una Tabla Pitagórica en la que se han incluido más filas y columnas, de manera de ampliar el ámbito numérico de las combinaciones multiplicativas que aparecen más allá de las combinaciones básicas.

- ***Calculan el producto de un número de una cifra por 10 y 100 y las divisiones asociadas***

Presentar a los niños situaciones en que tengan que determinar la cantidad de dinero u objetos, si se encuentran agrupados de a 10 y 100.

Por ejemplo, Rodrigo tiene 8 monedas de $100. ¿Cuánto dinero tiene?

Igualmente, se espera que los niños puedan responder el problema recíproco. Rodrigo tiene $800 solo en monedas de a $100. ¿Cuántas monedas tiene?

A quienes tienen dificultad para cuantificar colecciones de objetos agrupadas de a 10 ó 100, apóyelos proponiéndoles actividades como las que aparecen en la Segunda Unidad de Tercero Básico.

- ***Restan utilizando un procedimiento convencional***

Utilizan procedimientos resumidos para resolver restas de números de hasta tres cifras.

A quienes tienen dificultad para determinar la diferencia entre dos números, apóyelos proponiéndoles actividades como las que aparecen en la Tercera Unidad de Tercero Básico.

II ESQUEMA

APRENDIZAJES ESPERADOS

Clase 6

- Evaluación de los aprendizajes esperados de la Unidad mediante una prueba escrita.

Clase 5

TAREAS MATEMÁTICAS	CONDICIONES	TÉCNICAS	FUNDAMENTOS CENTRALES

• Plantear y resolver problemas de reparto equitativo, en base a una medida y de iteración de una medida directos e inversos.
• Calcular cuocientes y productos. Comprobar el resultado.
	• Problemas presentados a través de una situación concreta y a través de enunciados.
	• Problemas en que la acción enunciada no se asocia con la operación que lo resuelve (inversos)
	• La relación entre números es:
	  • Dividendo de dos o tres cifras.
	  • Divisor de una o dos cifras.
	  • Resto igual o distinto de cero (dividendo múltiplo o no del divisor)
	• Multiplicaciones del tipo: 150 x 40, 305 x 15, 56 x 12, 32 x 10,
	• Divisiones del tipo: 620 : 6, 198 : 7, 745 : 20, 250 : 6, 150 : 40
		• Utilizan la tabla pitagórica extendida para determinar el producto de dos factores o, dado un factor y el producto determinar el otro factor.
		• Comprueban el resultado de una división multiplicando el divisor por el cuociente y añadiendo el resto.
		• Identifican el rol de cada dato de un problema y el rol de la incógnita.
		• Utilizan esquemas para justificar sus procedimientos en la resolución de problemas inversos.
		• Búsqueda del cuociente de una división a través de productos parciales del divisor por múltiplos de 10 ó 100.
			• De manera sintética y organizada, se repasan los fundamentos centrales en todas las clases anteriores.

Clase 4

TAREAS MATEMÁTICAS	CONDICIONES	TÉCNICAS	FUNDAMENTOS CENTRALES

• Plantear y resolver problemas de reparto equitativo, agrupamiento en base a una medida y de iteración de una medida directos e inversos.
• Comprobar el resultado de la división.
	• Problemas presentados a través de una situación concreta y a través de enunciados.
	• Problemas en que la acción enunciada no se asocia con la operación que lo resuelve (inversos)
	• La relación entre números es:
	  • Dividendo de dos o tres cifras.
	  • Divisor de una o dos cifras.
	  • Resto igual o distinto de cero (dividendo múltiplo o no del divisor).
	• Multiplicaciones del tipo: 150 x 40, 10 x 32, 500 x 12, 100 x 4, 143 x 5
	• Divisiones del tipo: 315 : 12, 346 : 6, 300 : 50, 143 : 25
		• Utilizan la tabla pitagórica extendida para determinar el producto de dos factores o, dado un factor y el producto, determinar el otro factor.
		• Comprueban el resultado de una división multiplicando el divisor por el cuociente y añadiendo el resto.
		• Identifican el rol de cada dato de un problema y el rol de la incógnita.
		• Utilizan esquemas para justificar sus procedimientos en la resolución de problemas inversos.
		• Búsqueda del cuociente de una división a través de productos parciales del divisor por múltiplos de 10 ó 100.
			• En los problemas de reparto equitativo, la cantidad de unidades que corresponden a cada grupo equivale al número de rondas que se pueden efectuar en el reparto. Dicha cantidad puede obtenerse dividiendo la cantidad total de unidades a repartir entre el número de grupos/personas en las que hay que distribuir las unidades, dado que en cada ronda se reparten tantas unidades como cantidad de grupos/ personas participan del reparto.
			• En los problemas multiplicativos de proporcionalidad directa, la relación que se da es:
			Total unidades = N°grupos × unidades/grupos + unidades sin agrupar
			• Esta relación permite establecer la operación que hay que efectuar para responder al problema una vez identificados los datos y la incógnita y a su vez permite comprobar el resultado de una división.
			• En los problemas de reparto equitativo y/o de agrupamiento en base a una medida la cantidad a repartir/agrupar debe ser mayor a los participantes/unidades de cada grupo. De lo contrario el problema no tiene solución puesto que no hay suficientes unidades como para poder iniciar el reparto/agrupamiento.

Clase 3

TAREAS MATEMÁTICAS	CONDICIONES	TÉCNICAS	FUNDAMENTOS CENTRALES

• Plantear y resolver problemas de agrupamiento en base a una medida y de iteración de una medida.
• Comprueban el resultado de divisiones.
	• Problemas presentados a través de una situación concreta y a través de enunciados.
	• La relación entre números es:
	  • Dividendo de tres cifras.
	  • Divisor de una cifra.
	  • Resto igual o distinto de cero.
	  • Cuociente de dos dígitos o tres dígitos.
	• Multiplicaciones tipo: 86 x 8, 50 x 9,132 x 6, 200 x 4
	• Divisiones tipo: 542 : 6, 832 : 9, 300 : 3 : 8, 105 : 2, 270 : 9
		• Extienden combinaciones multiplicativas básicas a múltiplos de 10 y 100.
		• Cuando uno de los factores es de dos cifras lo descomponen en forma canónica y multiplican el múltiplo de 10 por el factor de una cifra, sumando el resultado con el producto de los dos números de una cifra.
		• Búsqueda del cuociente de una división a través de productos parciales del divisor por múltiplos de 100 y 10.
			• En los problemas directos de iteración de una medida, la cantidad total puede obtenerse a partir de multiplicar la medida de cada grupo por la cantidad de grupos. De ese modo la cantidad total equivale a repetir tantas veces como número de grupos la cantidad de medida de cada grupo.
			• En los problemas de Agrupamiento en base a una medida, la cantidad final de grupos que puedo formar puede determinarse buscando la cantidad de veces que tengo que iterar la medida para acercarme lo más posible al total de mi colección sin pasarme.
			• La determinación del cuociente de una división puede hacerse mediante la suma de productos parciales donde uno de los factores es el dividendo, gracias a la propiedad distributiva del producto respecto a la suma.

Clase 2

TAREAS MATEMÁTICAS	CONDICIONES	TÉCNICAS	FUNDAMENTOS CENTRALES

• Plantear y resolver problemas de agrupamiento en base a una medida y de iteración de una medida.	• Problemas presentados a través de una situación concreta y a través de enunciados.
	• La relación entre números es:
	  • Dividendo de dos cifras.
	  • Divisor de una cifra.
	• Resto igual o distinto de cero. El cuociente es un número entre 10 y 40.
	• Multiplicaciones tipo: 6 x 8, 5 x 9, 8 x 10, 12 x 5, 15 x 4, 30 x 4
	• Divisiones tipo: 70 : 7, 70 : 6, 86 : 8, 45 : 4, 56 : 4, 28 : 2
		• Extienden combinaciones multiplicativas básicas a múltiplos de 10.
		• Cuando uno de los factores es de dos cifras lo descomponen en forma canónica y multiplican el múltiplo de 10 por el factor de una cifra, sumando el resultado con el producto de los dos números de una cifra.
		• Búsqueda del cuociente de una división a través de productos parciales del divisor por múltiplos de 10.
			• En los problemas directos de iteración de una medida, la cantidad total puede obtenerse a partir de multiplicar la medida de cada grupo por la cantidad de grupos. De ese modo la cantidad total equivale a repetir tantas veces como número de grupos la cantidad de medida de cada grupo.
			• En los problemas de Agrupamiento en base a una medida, la cantidad final de grupos que puedo formar puede determinarse buscando la cantidad de veces que tengo que iterar la medida para acercarme lo más posible al total de mi colección sin pasarme.
			• La división entre dos números nos permite calcular cuántas veces cabe el divisor en el dividendo, por ello para resolverla hay que determinar el factor que multiplicado por el divisor se acerca más al dividendo sin pasarse.

Clase 1

TAREAS MATEMÁTICAS	CONDICIONES	TÉCNICAS	FUNDAMENTOS CENTRALES

• Resolver problemas de agrupamiento en base a una medida y de iteración de una medida.	• Posibilidad de efectuar el agrupamiento o iteración en forma concreta.
	• Problemas presentados a través de una situación concreta y a través de enunciados.
	• La relación entre números es:
	  • Dividendo de dos cifras.
	  • Divisor de una cifra.
	  • Resto igual o distinto de cero.
	  • El cuociente es menor que 10.
	• Multiplicaciones tipo: 6 x 8, 5 x 9
	• Divisiones tipo: 56:8, 45:8, 28:3
		• Utilizan el conteo mediante la multiplicación a medida que van formando los grupos.
		• Resta reiterada de la medida en la que se agrupan los objetos.
		• Evocan combinaciones multiplicativas básicas o recurren al uso de tabla pitagórica.
			• En los problemas directos de iteración de una medida, la cantidad total puede obtenerse a partir de multiplicar la medida de cada grupo por la cantidad de grupos. De ese modo la cantidad total equivale a repetir tantas veces como número de grupos la cantidad de medida de cada grupo.
			• En los problemas de Agrupamiento en base a una medida, la cantidad final de grupos que puedo formar puede determinarse buscando la cantidad de veces que tengo que iterar la medida para acercarme lo más posible al total de mi colección sin pasarme.
			• La división entre dos números nos permite calcular cuantas veces cabe el divisor en el dividendo, por ello para resolverla hay que determinar el factor que multiplicado por el divisor se acerca más al dividendo sin pasarse.

APRENDIZAJES PREVIOS

III ORIENTACIONES PARA EL DOCENTE: ESTRATEGIA DIDÁCTICA

La estrategia didáctica consiste en generar un proceso acotado en seis clases, en las cuales se propone a los niños y niñas un conjunto de tareas matemáticas con distintas condiciones de realización, de manera de enfrentarlos a situaciones que les permitan afianzar estrategia para resolver problemas multiplicativos y consolidar procedimientos para multiplicar y avanzar en desarrollar la adquisición de procedimientos para dividir.

• *Problemas multiplicativos de proporcionalidad directa*

Las magnitudes que participan en los problemas de proporcionalidad directa abordados en esta unidad son tres: la cantidad total de elementos de una colección (a la que denominaremos como *cantidad total*), la cantidad de grupos que forman esa colección (a la que denominaremos como *número de grupos*) y la cantidad de elementos que tiene cada grupo (que denominaremos como *medida de grupo*).

La *medida de grupo* es justamente la magnitud que establece la relación entre el total y el *número de grupos*, jugando el rol de la constante de proporcionalidad, de forma que podemos decir que:

número de grupos x *medida de grupo* = *cantidad total* **Expresión [1]**

Tanto los problemas de *iteración de una medida*, como los de *reparto equitativo* y los de *agrupamiento en base a una medida* pertenecen a este tipo de problemas.

Veamos un ejemplo de cada uno de ellos:

Problema 1. Pedro compró 7 paquetes de 8 zanahorias.
¿Cuántas zanahorias compró en total?

Problema 2. Pedro repartió equitativamente 56 zanahorias entre sus 7 amigos. ¿Cuántas zanahorias le tocaron a cada amigo?

Problema 3. Pedro tenía un saco con 56 zanahorias e hizo paquetes de 8 zanahorias cada uno. ¿Cuántos paquetes obtuvo?

Pese a que los tres problemas son claramente distintos, los tres pueden ser planteados utilizando la **expresión [1]**, pero en cada uno de ellos la incógnita es distinta. En el **Problema 1**, los datos son el *número de grupos* y la *medida de grupo*, y la incógnita es la *cantidad total*, mientras que en el **Problema 2** los datos son la *cantidad total* y el *número de grupos* y la incógnita pasa a ser la *medida del grupo*. Finalmente, en el **Problema 3** los datos son la *cantidad total* y la *medida del grupo*, mientras que la incógnita es el *número de grupos*.

El **Problema 1** se enmarca en el contexto de *iteración de una medida*, esto es, se tiene que calcular el resultado de iterar una determinada medida una cantidad de veces. Para resolver el problema podemos recurrir a la utilización de esquemas o dibujos, de forma que el problema podría plantearse:

7 paquetes de

Un paquete tiene 8 zanahorias

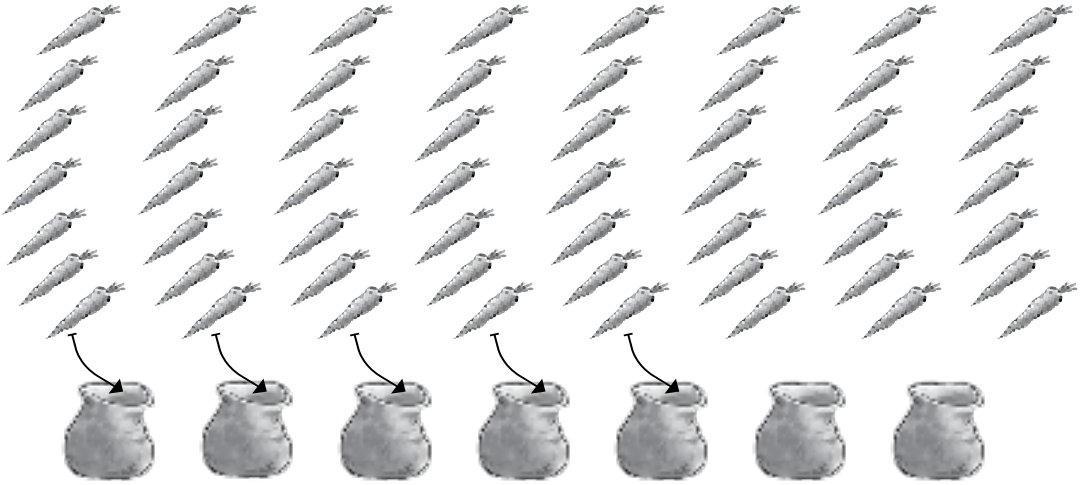
Entonces el total de zanahorias se puede calcular a partir de ***7 veces 8 zanahorias***, lo que resulta **7 x 8 = 56**

Lo que da un total de 56 zanahorias. En este caso, la relación de este problema con la **expresión [1]** es evidente, dado que podemos plantear:

número de grupos		*medida de grupo*		*cantidad total*
7 grupos	x	*8 zanahorias*	=	*? zanahorias*

El **Problema 2** se enmarca en el contexto de *reparto equitativo*, esto es, se tiene que calcular el resultado de *repartir* una determinada cantidad entre un determinado número de personas. En ese sentido, la cantidad que se reparte podemos identificarla claramente con la *cantidad total*, mientras que el número de personas se puede identificar con el *número de grupos* que se forman, pensando que a cada persona le corresponderá un grupo de zanahorias. El resultado del reparto se puede identificar con la *medida de grupo*, dado que corresponde a las zanahorias que le tocan a cada uno, o sea, la cantidad de zanahorias que va a haber en cada grupo.

Para resolver el problema podemos recurrir a un dibujo como el siguiente:



Cantidad de zanahorias en cada bolsa = número de rondas

A partir del dibujo, los alumnos pueden desarrollar la siguiente argumentación para deducir el cálculo que resuelve el problema:

Para repartir equitativamente las zanahorias entre mis 7 amigos voy a hacer una bolsa para cada amigo. Luego, reparto las zanahorias por "rondas", poniendo en cada ronda una zanahoria en cada bolsa. Siempre la cantidad de zanahorias que hay en cada bolsa corresponde a la cantidad de rondas que he efectuado. De ese modo, la cantidad de zanahorias que le tocan a cada uno coincide con el total de "rondas" efectuadas una vez finalizado el reparto. Como hay siete bolsas, en cada ronda reparto siete zanahorias, por tanto, para anticipar para cuántas rondas me alcanza basta con calcular la cantidad de veces que puedo quitarle siete a la colección de zanahorias, correspondiendo cada vez a una ronda. Dado que ese procedimiento es una resta iterada (descontar de 7 en 7; 56-7, 49-7, 42-7,....) entonces la operación que resuelve el problema es 56 : 7, es decir, las veces que cabe el 7 en el 56.

cantidad total		*número de grupos*		*medida de grupo*
56 zanahorias	:	*7 grupos*	=	*? zanahorias*

En este caso la relación de este problema con la **expresión [1]** no es tan evidente dado que la incógnita no es la *cantidad total*, sino que es la *medida de cada grupo*. La cantidad de amigos corresponde al *número de grupos* que se deben formar, mientras que la cantidad de zanahorias a repartir corresponde a la *cantidad total* y la cantidad de zanahorias que le toca a cada uno corresponde a la *medida de grupo*.

número de grupos		*medida de grupo*		*cantidad total*
7 grupos	=	*? zanahorias*	=	*56 zanahorias*

Esta forma de plantear el **Problema 2** hace explícita la relación entre los problemas de *reparto equitativo* y los de *iteración en base a una medida*. Bajo este punto de vista, la cantidad de zanahorias que le tocan a cada uno se puede calcular mediante un producto determinado el factor que repetido siete veces da un total de 56. Como se puede apreciar, en los problemas de reparto equitativo resulta relativamente complejo desarrollar una argumentación de por qué la división permite anticipar el resultado del reparto.

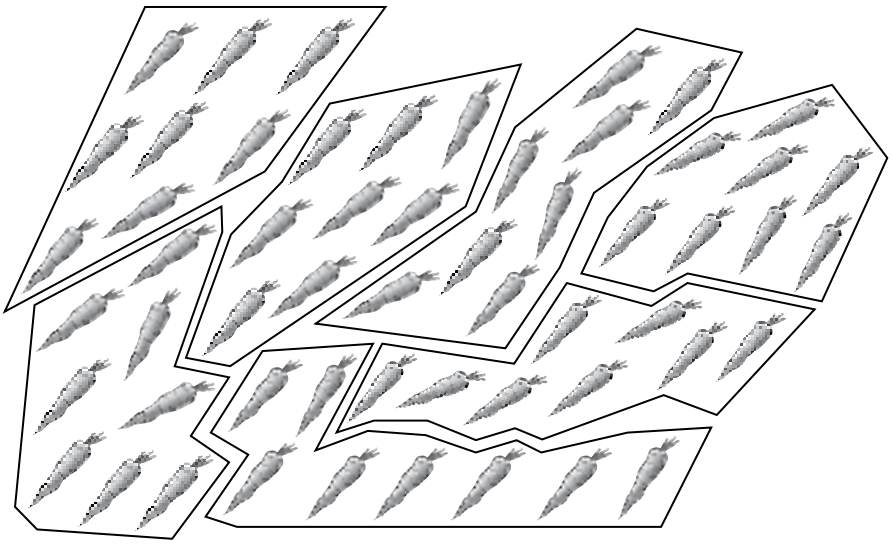
El **Problema 3** se enmarca en el contexto de *agrupamiento en base a una medida*. En este tipo de problemas se da la *cantidad total* de elementos de una colección y *la medida de los grupos* que hay que formar y la incógnita es la *cantidad de grupos* que se puede formar. En este caso, 56 es la cantidad total de la colección zanahorias, 8 zanahorias por paquete es la *medida de grupo* y el número de paquetes que se pueden formar corresponde al *número de grupos* que es la incógnita. La operación que permite resolver el problema es:

cantidad total		*medida de grupo*		*número de grupos*
56 zanahorias	=	*8 zanahorias*	=	*? grupos*

La relación entre los problemas de *agrupamiento en base a una medida* y los de *iteración de una medida* es bastante evidente, dado que en ambos casos aparecen explícitamente las nociones de *medida, cantidad total y cantidad de grupos*, de ese modo si se utiliza la **expresión [1]** para plantear el problema, tendríamos que:

número de grupos		*medida de grupo*		*cantidad total*
? grupos	=	*8 zanahorias*	=	*56 zanahorias*

De tener representada la colección. Para resolver el problema podemos recurrir a agrupar las zanahorias, tal y cómo muestra el dibujo siguiente:



Aquí se van formando sucesivos grupos de 8 zanahorias cada uno, hasta que ya no sea posible formar ninguno más, esto, es hasta que queden menos de 8 zanahorias.

Es importante hacer notar la diferencia entre este dibujo y el dibujo del Problema 2. Así como en el Problema 2 lo que se hacía era distribuir las zanahorias entre las 7 bolsas, en este caso lo que se hace es agruparlas en grupos de 8. No es de extrañar que a los alumnos les cueste entender que la operación que soluciona ambos problemas es una división, dado que las acciones de repartir y agrupar que están involucradas son muy distintas y, de hecho, son acciones casi antagónicas.

En este sentido, para poder comprender bien los problemas de *agrupamiento en base a una medida y de reparto equitativo* creemos que es necesario profundizar sobre el significado de cada una de las dos divisiones. En el **Problema 2** la división 56 : 7 significa 56 zanahorias que se reparten equitativamente en 7 grupos siendo el resultado de la división la cantidad (o medida) de zanahorias que corresponden a cada paquete, mientras que en el **Problema 3** la división 56 : 8 significa 56 zanahorias que se agrupan en grupos de 8 zanahorias, siendo el resultado de la división el número de grupos que se obtienen.

- ***Cuando el total no es múltiplo de la medida de grupo y/o del número de grupos; El rol del resto en los problemas multiplicativos***

Recordemos la expresión [1],

número de grupos x *medida de grupo* = *cantidad total* **Expresión [1]**

Expresión que, como ya se discutió en el punto anterior, sirve para esquematizar cualquier problema multiplicativo de proporcionalidad directa. Ahora bien, ¿qué sucede con aquellos problemas en los que la división planteada no es exacta? ¿Qué rol juega el resto de la división en la expresión [1]? En este punto trataremos de abordar estas cuestiones.

En primer lugar, hay que aclarar que la cantidad total a la que hace referencia la expresión [1] es la cantidad total efectivamente repartida o bien agrupada y no a la cantidad total que se desea repartir o agrupar.

Veamos dos ejemplos de ello:

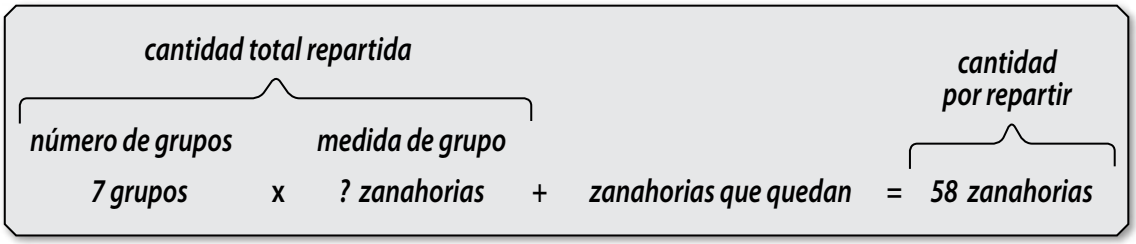
Problema 4. Pedro quiere repartir equitativamente 58 zanahorias entre sus 7 amigos. ¿Cuántas zanahorias le tocarán a cada amigo?

Problema 5. Pedro tenía un saco con 58 zanahorias e hizo paquetes de 8 zanahorias cada uno. ¿Cuántos paquetes obtuvo?

Ambos problemas plantean divisiones que, formalmente, no tienen solución en los números naturales; 58 : 7 no tiene solución, porque no hay ningún número natural que multiplicado por 7 dé como resultado 58. Lo mismo sucede con la división 58 : 8, dado que no hay ningún número natural que multiplicado por 8 dé como resultado 58.

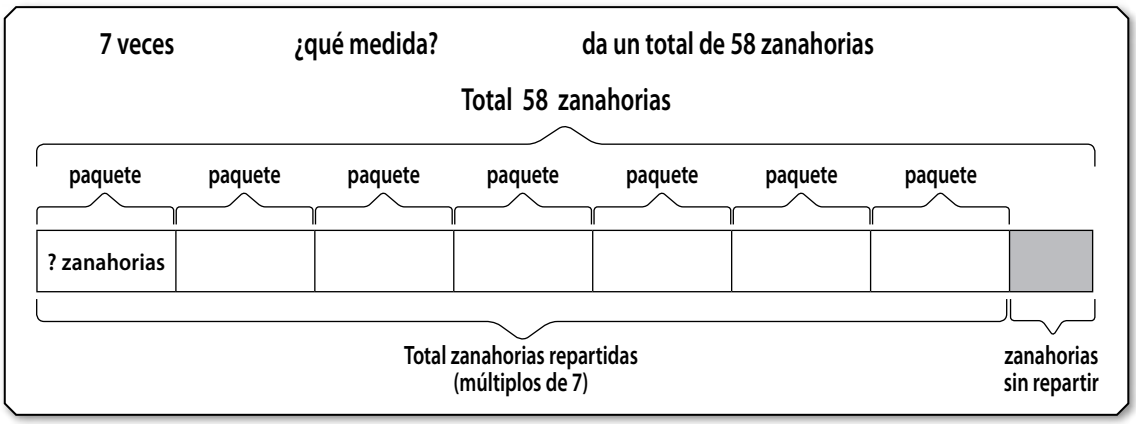
Ahora bien, ¿qué respuesta se puede dar entonces a los problemas 4 y 5? La respuesta a esta pregunta está en considerar que tanto en el reparto equitativo, así como en el agrupamiento en base a una medida, se reparten o se agrupan la máxima cantidad posible de objetos de la colección, cantidad que no necesariamente coincide con el total a repartir o agrupar. A la cantidad de la colección que quedó sin repartir o agrupar se le denomina resto, y a las divisiones con resto se les denomina divisiones inexactas. Obviamente el resto siempre debe ser una cantidad menor que el cuociente, dado que en el caso contrario significaría que o bien puede repartirse un objeto más si el problema es de reparto equitativo, o bien puede hacerse un grupo más si el problema es de agrupamiento en base a una medida. Sea como sea, en ambos casos no se puede dar entonces por finalizado el proceso del reparto y/o agrupamiento.

De ese modo, en el Problema 4 podemos considerar como solución que la cantidad de zanahorias repartidas entre los 7 amigos es 56, tocando 8 zanahorias a cada amigo y quedando 2 sin repartir. Si queremos formular una expresión que relacione la cantidad total repartida con la cantidad a repartir, basta que a la primera le añadamos el resto para obtener la segunda.

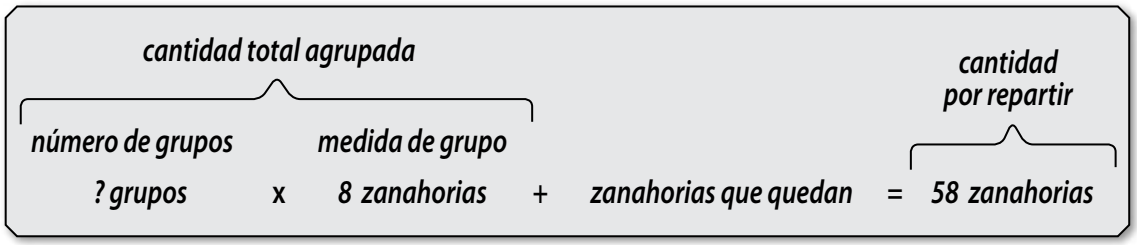


Si se desea, también es posible incorporar el resto al esquema, de forma que el esquema refleje tanto la cantidad por repartir como la cantidad repartida.

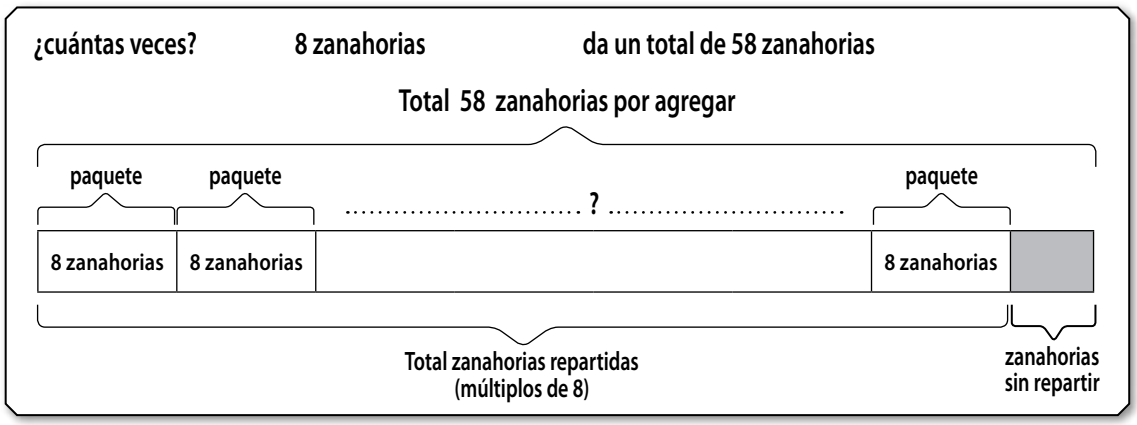
Veamos un ejemplo:



Lo mismo sucede en el Problema 5, donde la cantidad total de zanahorias agrupada es 56 quedando 2 sin agrupar, de forma que podemos plantear el problema así:



Al igual que sucedía con el Problema 4, en el Problema 5 también se puede añadir al esquema el resto, de forma de representarlo:



En los problemas en que aparece como dato la cantidad por repartir o por agrupar, la expresión [1] no es demasiado útil, puesto que en dicha expresión la cantidad total indica la cantidad que efectivamente se reparte o agrupa, cantidad que solo es conocida una vez realizada la división. Así pues, en esos casos resulta más útil modificar la expresión [1] de modo que la cantidad total que aparezca en la expresión sea el total por repartir o agrupar. Esto se logra añadiendo el resto de la división al resultado obtenido del producto de la medida por la cantidad de grupos, ya que dicho producto representa la cantidad efectivamente repartida/agrupada. De ese modo, la expresión [1] modificada queda de la forma:

número de grupos x *medida de grupo* + *cantidad que queda* = *cantidad total inicial*

La expresión anterior se puede escribir en términos de los componentes de una división como

divisor x *cuociente* + *resto* = *cantidad total* **Expresión [2]**

expresión que permite comprobar el resultado de una división, dado que al realizar el producto entre el divisor y el cuociente y añadir el resto se debe obtener el dividendo.

Veamos un ejemplo de cómo utilizar la **expresión [2]** para comprobar el resultado de una división.

Problema 6. Discute cuál de los siguientes resultados corresponde a la división 879 : 7

a) Cuociente 125 y resto 4
b) Cuociente 127 y resto 0
c) Cuociente 127 y resto 4
d) Cuociente 125 y resto 8

Para resolver el **Problema 6**, hay dos caminos, el primero es hacer la división, y el segundo es utilizar la relación señalada en la expresión [1]. Utilizando esa expresión podemos descartar inmediatamente la opción *d)* dado que el resto debe ser menor al divisor, pues de lo contrario se puede seguir repartiendo o agrupando. Para seguir descartando calculamos entonces el producto 127 x 7, lo que da un total de 889, cantidad que es mayor que 879 de manera que podemos descartar las respuestas *b)* y *c)*. La respuesta correcta por tanto debería ser la *a)*, y vamos a verificarla:

$$7 \times 125 + 4 = 879$$

de manera que podemos asegurar que la respuesta correcta es la *a)*.

PRIMERA CLASE

Se comienza trabajando con problemas de agrupamiento en base a una medida y de iteración de una medida, debido a que en estos tipos de problemas es más fácil asociar las operaciones que los resuelven, con la acción involucrada en el problema. Asimismo, se espera que niñas y niños reconozcan el *carácter anticipatorio* de la operación respecto a la acción.

En esta primera clase los problemas planteados a los niños se proponen teniendo como referencias situaciones de agrupamiento concreto de objetos.

Momento de inicio

Proponer una actividad que permita a los niños encontrarse con la necesidad de realizar un problema de agrupamiento en base a una medida en la que se conozca la cantidad total de objetos y la medida de cada grupo.

Una posible actividad es "Bolsas de semillas". En esta actividad niñas y niños tienen que agrupar objetos diferentes teniendo en cuenta distintas medidas.

Para la realización de la actividad se deben contemplar los siguientes **materiales:**

- Cada jugador debe tener su cuaderno y lápiz,
- 1.000 bolsas chicas de plástico para el curso, y
- ½ kilo de porotos, garbanzos y lentejas.

Descripción de la actividad "Bolsas de semilla": Contextualice la situación explicando que un jornalero tiene que sembrar semillas de porotos, garbanzos y lentejas en maceteros para que broten. Los porotos se siembran de a 5 en cada macetero, mientras que los garbanzos de a 3 y las lentejas de a 10. Para ganar tiempo en la siembra, el jornalero prepara el día anterior bolsas con la cantidad de semillas justas, que hay que poner en cada macetero.

Plantee a los niños que deberán ayudar al jornalero a averiguar cuántas bolsas necesita para guardar las semillas de distinto tipo. Por ejemplo, *si el jornalero tiene 40 porotos, ¿cuántas bolsas necesita, sabiendo que tiene que echar 5 porotos en cada bolsa?*

Recíprocamente, proponga a niñas y niños problemas en la que se pregunte por la cantidad de semillas que formó el jornalero, conociendo el número de bolsas y la cantidad de semillas que hay en cada una. Por ejemplo, *si el jornalero ha llenado 8 bolsas con semillas de lentejas, ¿cuántas semillas ha ocupado?*

En ambos tipo de problemas pida a los niños que **anticipen el resultado** de la cantidad de bolsas o semillas. Es decir, que a partir de la información de la que disponen, averigüen cuántas bolsas se necesitará o cuántas semillas ha ocupado el jornalero, sin realizar materialmente la acción. Posteriormente, una vez que hayan anticipado la cantidad de bolsas o semillas, pídales que comprueben su resultado, realizando la acción concretamente.

La intención que no se debe perder en la gestión de la actividad es que los niños anticipen un resultado, justifiquen el procedimiento utilizado para obtenerlo y comprueben la veracidad de éste realizando la actividad concretamente.

Proponga otros problemas similares y con las mismas condiciones para que los niños entiendan la situación y logren establecer la relación entre los datos. En los problemas que formule considere que la cantidad total de semilla sea múltiplo de la medida (múltiplo de 3 si se trata de garbanzos, de 5 si son porotos y de 10 si son lentejas), por ejemplo:

¿Cuántas bolsas se necesita para guardar 27 garbanzos?

Si al jornalero le quedan 60 lentejas, ¿cuántas bolsas necesita?

Finalice este momento inicial sistematizando los procedimientos que han utilizados los niños para resolver los problemas.

Momento de desarrollo

En el **momento de desarrollo** de la clase se plantean problemas de variación proporcional del tipo iteración de una medida y de agrupamiento en base a una medida como los planteados en la **Ficha 1**. Se espera que ante los problemas los niños justifiquen la elección de la operación que los resuelve y que progresen en los procedimientos que utilizan, que establezcan similitudes y diferencias entre ellos.

En los problemas de iteración de una medida como el 1 y 3 de la **Ficha 1**, se espera que los niños reconozcan que la medida, cantidad de verdura que tiene un paquete en ambos problemas, se repite una cierta cantidad de veces. De tal interpretación se puede deducir que para determinar la cantidad de verduras, por ejemplo zanahorias, es necesario averiguar cuánto es 6 veces repetido 8 zanahorias. Si bien sumar 6 veces el 8 es una técnica que permite determinar la cantidad total de zanahorias, se espera que en este curso los niños usen procedimientos más eficaces como lo es para este caso, evocar la multiplicación 6 x 8.

En problemas como el 2 y 4 de la **Ficha 1**, en que la incógnita es la cantidad de paquetes, se debe lograr que lo niños interpreten y representen la situación y la distingan de los otros dos problemas. Esto significa reconocer que la multiplicación de los datos no tiene sentido para averiguar la cantidad de paquetes que es posible formar.

Se espera que los niños exploren en la búsqueda de procedimientos para resolverlos. En cuarto básico es altamente probable que muchos alumnos aún no se hayan apropiado de un procedimiento resumido para efectuar una división y los resuelvan utilizando restas reiteradas.

• *Técnicas para resolver un problema de agrupamiento en base a una medida*

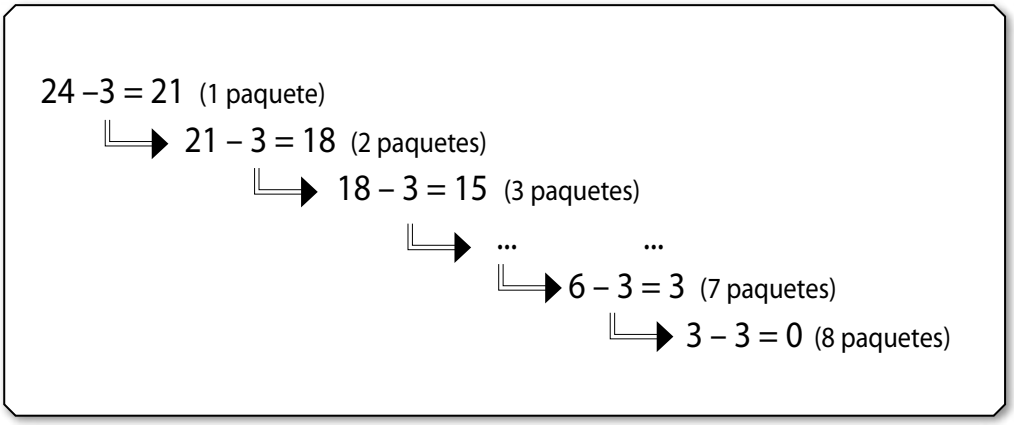
Con el problema que se presenta a continuación (segundo de la **Ficha 1**) se ilustran algunos posibles procedimientos que podrán utilizar los niños para resolverlos. Los procedimientos son comparados desde el punto de vista de su efectividad, explicitando los conocimientos matemáticos que los fundamentan y que contribuyen a su eficacia.

Doña María tiene 24 cebollines. Para venderlos, ella hace paquetes de a 3 cebollines. ¿Cuántos paquetes de cebollines puede hacer?

Procedimiento 1: Si se hace un paquete, se ocupan 3 cebollines, que equivale a quitar 3 a los cebollines disponibles:

24 – 3 = 21, quedan 21 cebollines.

Continuando con este procedimiento de restar, que equivale a sacar tres cebollines de los que quedan y registrando la cantidad de paquetes que se van formando. Estas restas repetidas o iteradas es posible de hacerlas hasta que se agoten o no alcancen para formar otro paquete.



Tal como se aprecia, esta técnica permite resolver el problema pero a un alto costo de trabajo, el cual aumenta si la cantidad de objetos es mayor. Además de la poca eficacia del procedimiento, está el riesgo de equivocarse debido a la cantidad de restas que es necesario efectuar.

Procedimiento 2: Si en vez de restar sucesivamente tres cebollines, se buscara la cantidad de cebollines que se ocupan en hacer varios paquetes, se reduciría la cantidad de restas sucesivas. Por ejemplo, como para hacer 4 paquetes se utilizan 12 cebollines, entonces quedan disponibles aún

$$24 - 12 = 12$$

Con los 12 cebollines restantes, se pueden formar más paquetes, si se resta nuevamente 12

$$12 - 12 = 0$$

Con estas restas sucesivas, se llega al resultado de manera mucho más rápida que con el procedimiento anterior. Mientras mayor sea la cantidad de paquetes que se considere, el procedimiento será más corto.

Procedimiento 3: Lo que se necesita mejorar de los procedimientos anteriores, es la *forma de búsqueda*. Es decir, superar la búsqueda por tanteo del número de paquetes, y desarrollar una estrategia para encontrar el número de paquetes. Para ello, una *buena estrategia* es recurrir al carácter decimal del sistema de numeración.

Para buscar el número de paquetes multiplicar por 10 o múltiplos de 10 la medida de cada paquete hasta encontrar la cantidad que más se acerque a la cantidad de objetos de los que se dispone.

En este caso sería ¿qué múltiplo de 10 multiplicado por 3 se acerca (por abajo) o es igual a 48?

Es decir:

? • 3 = 48

10 • 3 = 30

20 • 3 = 60

Podemos deducir que si se hacen 10 paquetes, se ocupan 30 cebollines y que si se hacen 20 paquetes, se necesitan 60 cebollines, que son más que los disponibles. Con lo cual se puede acotar la cantidad de paquetes que se puede hacer. Son más de 10 y menos de 20.

Con los cebollines restantes, 48 – 30 = 18 es posible hacer otros 6 paquetes (6 • 3 =18).

Finalmente, podemos afirmar que con los 48 cebollines es posible formar 10 + 6 = 16 paquetes de cebollines.

Problemas en que el dividendo no es múltiplo del divisor, probablemente generen cierto desconcierto en los niños, debido a que consideren que no tiene solución. Por ejemplo:

La Sra. María tiene 50 zanahorias y hará con ellas paquetes de a 8 . ¿Cuántos paquetes puede hacer?

Para resolver el problema es necesario formularse la pregunta ¿cuántas veces 8 es igual a 50? o ¿qué número por 8 es igual a 50?, es decir:

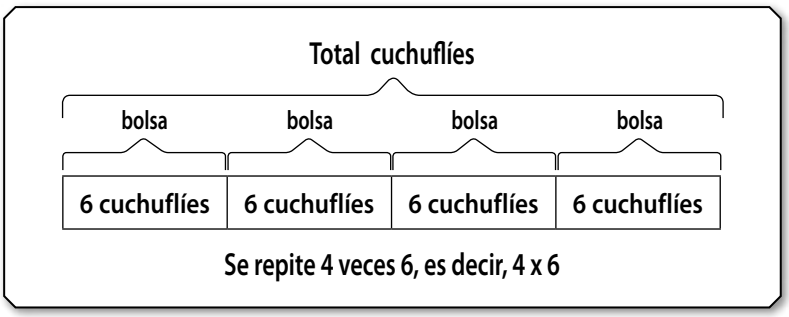
? • 8 = 50

Como no existe ningún número entero que multiplicado por 8 sea exactamente 50, los niños tienden a pensar que el problema no tiene solución, cosa que es cierta. En ese sentido es necesario flexibilizar la pregunta y, dado que no tiene solución, tratar de encontrar la solución más cercana a 50 que sea posible, pero sin pasarse. De esa forma se puede adaptar la pregunta que ellos se hacen a: ¿qué número multiplicado por 8 se aproxima más a 50 (por abajo)? (ver *"El rol del resto en los problemas multiplicativos; cuando el total no es múltiplo de la medida de grupo y/o del número de grupos"*).

Momento de cierre

En el **momento del cierre** sistematice las siguientes ideas:

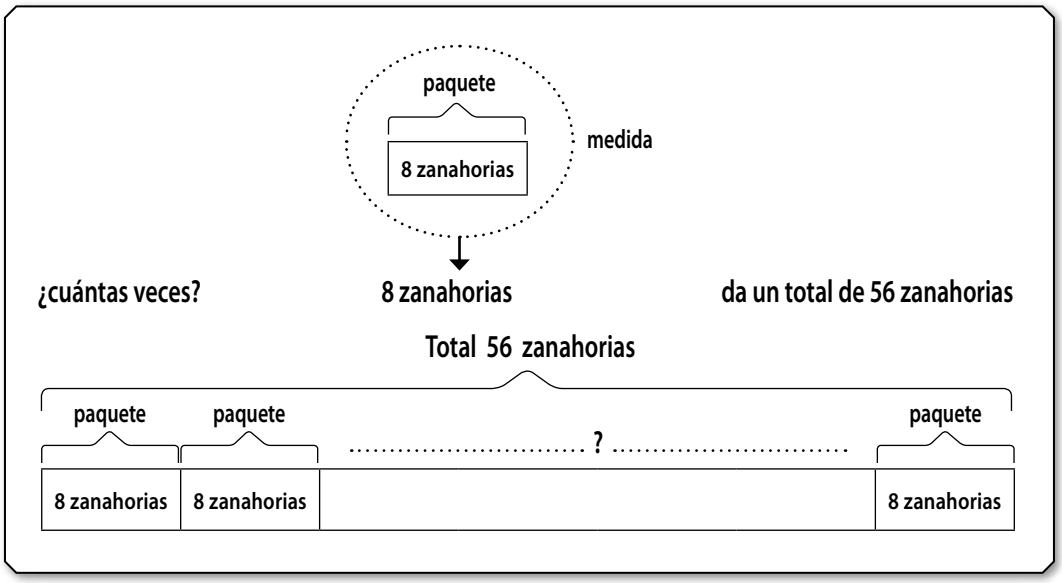
a) Los problemas en los que los datos son el número de paquetes y la cantidad de unidades que tiene cada paquete (la medida), siendo la incógnita del problema, la cantidad total de unidades. Por ejemplo, si una bolsa trae 6 cuchuflíes y Hugo tiene 4 bolsas y se quiere saber cuántos cuchuflíes tiene Hugo, la situación se representa por el siguiente esquema:



La cantidad total de cuchuflíes se calcula realizando la multiplicación entre el número de bolsas y las unidades que tiene cada paquete. El resultado de la multiplicación es justamente la cantidad total de unidades.

b) Los problemas en los que los datos son la cantidad de unidades que tiene cada paquete (la medida) y la cantidad total de unidades de la colección, siendo la cantidad de paquetes que se pueden formar, la incógnita del problema. Por ejemplo, con 56 zanahorias, ¿cuántos paquetes con 8 zanahorias cada uno se pueden formar?

La situación se puede representar a través del siguiente esquema:



La cantidad final de paquetes que se pueden formar puede determinarse buscando la cantidad de veces que tengo que iterar la medida, 8 zanahorias, para acercarme lo más posible al total de mi colección sin pasarme.

? paquetes • 8 zanahorias por paquete = 56 zanahorias

c) Ya que la *división es la operación inversa de la multiplicación*, podemos determinar la cantidad de grupos o paquetes que se forman mediante una división. Por ejemplo:

¿Cuántas pilas de ajos se pueden hacer con 56 ajos, si cada pila tiene 4 ajos?

La división 56 : 4 que resuelve el problema, se puede calcular si nos hacemos la pregunta:

¿Cuántas veces tengo que repetir el 4 para llegar lo más cerca posible de 56 sin pasarme?

? • 4 = 56

Dicho factor (cuociente de la división) se puede determinar a través de aproximaciones sucesivas, siendo las prioritarias las que se acercan al dividendo, multiplicando el divisor por un múltiplo de 10.

56 : 4 = **10**
– 40
16

porque 10 • 4 = 40

16 : 4 = **4**

porque 4 • 4 = 16

Se pueden hacer: 10 + 4 = 14 pilas de ajos.

Una división está terminada, cuando el resto (cantidad de objetos que quedan) es menor que el divisor (cantidad de objetos para formar un paquete).

SEGUNDA CLASE

En esta clase se sigue trabajando con problemas de agrupamiento en base a una medida y de iteración de una medida, debido a que en estos tipos de problemas es más fácil asociar las operaciones que los resuelven, con la acción involucrada en el problema. Asimismo, se espera que los niños reconozcan el *carácter anticipatorio* de la multiplicación y la división respecto a las acciones de iterar una medida y de agrupar en base a una medida.

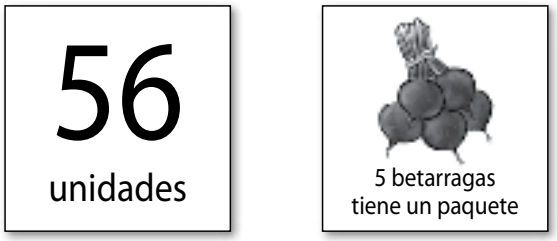
Momento de inicio

En el **momento inicial** de la clase, para activar los conocimientos previos de los niños y niñas, propóngales problemas similares a los realizados en la clase anterior, contextualizados en la venta de verduras en la feria, pues es un buen contexto para formular *problemas de iteración de una medida y de agrupamiento en base a una medida*. Además, es un contexto familiar para la mayoría de quienes cursan 4° básico. En los primeros problemas de agrupamiento en base a una medida proponemos que la cantidad total de objetos sea múltiplo de la medida. Se sugiere plantearlos en forma oral o, si es necesario, escritos en la pizarra. Se trata de generar un trabajo ágil, centrado en la utilización de las combinaciones multiplicativas básicas y las divisiones asociadas para obtener el resultado de la operación que resuelve el problema.

Momento de desarrollo

En el **momento de desarrollo** de la clase, se propone que jueguen **"¿Cuántos paquetes? ¿Cuántas unidades?"**. Las instrucciones para jugarlo forman parte del material que se entrega a los niños (ver material anexo).

En el juego, a partir de una información presentada en dos tarjetas que se eligen al azar, los alumnos deberán formular una pregunta que incorpore la interrogante: ¿cuántos paquetes? O bien ¿Cuántas unidades? Por ejemplo, si les salen las tarjetas:



Podrán preguntar: *Con 56 betarragas, ¿cuántos paquetes de 5 pueden hacer?*

Mientras que si les salen las tarjetas

Podrán preguntar: *Si tengo 6 paquetes de 8 zanahorias, ¿cuántas zanahorias tengo?*

Una vez planteada la pregunta los niños tratan de resolverla en su cuaderno. El primer jugador que llega a la solución dice; ¡alto! y les cuenta a sus compañeros cómo re-

solvió el problema. Si todos están de acuerdo con la respuesta, entonces el jugador que llega a la solución se lleva las tarjetas con el dibujo.

Con las posibles combinaciones de tarjetas que permite el juego, se obtienen dos tipos de problemas, los de iteración de una medida y los de agrupamiento en base a una medida.

Si la palabra que aparece en la tarjeta sacada del mazo de los números es *paquetes,* entonces el problema que se puede formular es de iteración de una medida, mientras que si aparece la palabra unidades el problema que se puede formular es de agrupamiento en base a una medida. En ambos casos la medida está determinada por la segunda carta donde aparece la cantidad de unidades que tiene el paquete.

Se propone que niñas y niños, organizados en grupos, jueguen una vez el juego. El juego termina cuando uno de los jugadores logra reunir 3 tarjetas con productos distintos.

Durante la actividad es importante que el profesor(a) ponga atención para apoyar a los grupos que tienen dificultad o no entienden cómo formular la pregunta. Además, debe identificar aquellos alumnos que no son capaces de discernir la operación que resuelve el problema para apoyarlos e insistir en que el alumno que resuelve el problema tiene que explicar a todos los compañeros del grupo cómo lo resolvió, de forma que todos entiendan lo que hizo y por qué lo hizo. De lo contrario, no se lleva las tarjetas en juego y se devuelven al mazo.

Si en algún problema sale una operación que no saben resolver en el grupo, la dejan anotada en el cuaderno como *sin resolver*. Las cartas se retiran, se dejan a un lado y se sacan nuevas tarjetas.

Al finalizar el juego se hace una breve puesta en común de aquellos problemas que no se han sabido resolver, anotándolos en el pizarrón por grupos; cada grupo elige uno distinto y tratan de resolverlo. Luego, un representante de cada grupo sale al pizarrón a explicar cómo han resuelto el problema, compartiendo los procedimientos con todo el curso.

Posteriormente, en forma individual o en parejas, los alumnos resuelven los problemas de la **Ficha 2**. Los problemas de esta ficha tienen el propósito de que los niños se enfrenten a problemas de iteración de una medida y agrupamiento en base a una medida, en el contexto del juego, con la finalidad que expliciten las preguntas que formulan a partir de los datos y las resuelvan recurriendo a la multiplicación o división.

Una vez que hayan respondido al menos las dos primeras preguntas, promueva que comparen las preguntas formuladas y los procedimientos utilizados para resolverlos.

El docente debiera procurar que los niños transiten desde los procedimientos rudimentarios como es la suma y/o resta iterada, hacia procedimientos más resumidos como son la multiplicación y/o la división para calcular el resultado.

Momento de cierre

En el **momento de cierre** se sistematizan las siguientes ideas:

a) Si los datos de un problema son la medida y el número de paquetes, la pregunta se puede formular de distintas maneras, pero debe contener la expresión *cuánto es el total de unidades*; dicha pregunta se responde mediante el producto entre el número de paquetes por la medida de cada paquete.

b) Para resolver problemas de iteración de una medida, como por ejemplo del problema 3 de la **Ficha 2**, en la que es necesario determinar cuánto es 36 veces 4, los niños debieran reconocer que deben efectuar la multiplicación 36 x 4.

Para realizarla se puede descomponer el 36 canónicamente e interpretar:

36 veces 4 como *30 veces 4 más 6 veces 4*

Cálculos que para los niños son conocidos: 30 x 4 = 120 y 6 x 4 = 24

Luego 36 x 4 = 120 + 24 = 144

c) Por otra parte, si los datos son la medida y la cantidad total de unidades, la pregunta que se puede formular es ¿cuántos paquetes puedo formar? En ese caso dicha pregunta se resuelve dividiendo la cantidad total de unidades entre la cantidad de unidades por paquete.

d) Para calcular la división se recurre a la relación inversa entre la división y la multiplicación, de manera que como la multiplicación es una suma iterada, la división es una resta iterada.

Es posible calcular el cuociente de una división a partir de buscar aquella cantidad que multiplicada por el divisor se acerca lo más posible (sin pasarse) al dividendo, a través de productos parciales del divisor por múltiplos de 10. Por ejemplo para resolver el problema 1 de la **Ficha 2**, es necesario hacerse la pregunta qué número de veces 3 cebollines, resulta o se acerca a 96, es decir:

? Paquetes · 3 cebollines por paquete = 96 cebollines

Asociando la división con la resta reiterada, se busca qué múltiplo de 10 multiplicado por 3 se acerca más a 96, sin pasarse.

96 : 3 = 30 -90 6 : 3 = 2 -6 0 32	10 · 3 = 30 si se hacen 10 paquetes se ocupan 30 cebollines 20 · 3 = 60 si se hacen 20 paquetes se ocupan 60 cebollines 30 · 3 = 90 si se hacen 30 paquetes se ocupan 90 cebollines No alcanza para 40 paquetes por que se necesitan 40 • 3 = 120 que es más que los cebollines que se tienen.
	Con los 6 cebollines que quedan, se pueden hacer otros paquetes. Para averiguar cuántos, se hace una nueva división donde el dividendo es 6 2 • 3 = 6 si se hacen 2 paquetes se ocupan los 6 cebollines que quedaban.
30 + 2 = 32	Respuesta: se pueden formar 32 paquetes de cebollines.

TERCERA CLASE

Momento de inicio

En el **momento inicial** se retoma el trabajo realizado en la segunda clase para afianzar la estrategia propuesta para resolver problemas multiplicativos y determinar el cuociente y/o resto en una división. Para ello, la profesora dirige colectivamente el juego **"¿Cuántos paquetes? ¿Cuántas unidades?"** utilizando los set de tarjetas con número con la palabra unidades y paquetes y las tarjetas con los dibujos de verduras con que se trabajo en la segunda clase.

Se debe cuidar que los pares de tarjetas elegidos permitan el planteamiento de problemas de iteración de una medida y de agrupamiento en base a una medida, donde la división sea inexacta y tenga por cuociente una cantidad de dos cifras.

Para jugar colectivamente a **"¿Cuántos paquetes? ¿Cuántas unidades?"** se debe generar una dinámica de trabajo a partir de presentarles dos tarjetas a los niños. Pida que un niño formule una pregunta, la escriba en la pizarra y que *cada alumno en su cuaderno escriba la operación que resuelve el problema y calcule el resultado*. Posteriormente, confronte los diferentes procedimientos utilizados para resolver la multiplicación o la división.

Al término de este primer momento, afiance los procedimientos sistematizados al finalizar la segunda clase.

Momento de desarrollo

El **momento de desarrollo** de la clase, tiene dos partes en esta tercera clase. En esta primera parte se debe recordar un conocimiento previo, como es la multiplicación de números de una cifra por múltiplos de 10, 100 y las divisiones asociadas. A partir de

este conocimiento, los niños y niñas irán adaptando los procedimientos aprendidos a números mayores. Para activar dichos conocimientos se propone continuar jugando a **"¿Cuántos paquetes? ¿Cuántas unidades?"** utilizando ahora solo algunas tarjetas del segundo set de números.

Para lograr el propósito planteado seleccione las tarjetas:

300	500	600	800
unidades	unidades	unidades	unidades

100	200	50	60
paquetes	paquetes	paquetes	paquetes

Inicialmente, escoja un par de tarjetas, una con números y la palabra paquetes y otra de verduras, y pida a niñas y niños que formulen una pregunta que relacione ambos datos, por ejemplo: 200 con ajos, que llevará a que los niños formulen preguntas del tipo: ¿Cuántos ajos tengo en 200 paquetes, con 4 ajos cada uno?

La multiplicación que resuelve este problema es 200 x 4 y se espera que la respondan, extendiendo las combinaciones multiplicativas básica a los múltiplos de 100, así como lo hicieron cuando las extendieron a los múltiplos de 10. La validez y justificación de esta extensión, los niños deben haberla realizado en 3º básico, cuando cuantificaron colecciones de objetos agrupados de a 100. En este momento debieran recurrir a argumentos como, ya que 2 x 4 = 8, y 20 x 4 = 80 entonces 200 x 4 = 800.

Si detecta algunas dificultades en el dominio de la multiplicación por múltiplos de 100 y las divisiones asociadas, se sugiere poner a disposición del curso tablas con la generalización de las combinaciones multiplicativas básicas (ver Cuadro de Productos, Material 11).

Posteriormente, escoja un par de tarjetas, una de números con la palabra unidades y otra de verdura y pida que formulen una pregunta que relacione ambos datos, por ejemplo: 800 con betarragas, que dará origen a preguntas del tipo: Con 800 betarragas, ¿cuántos paquetes de 5 betarragas se pueden hacer?

Para responder las preguntas directamente, se necesita recurrir a los conocimientos previos señalados. Así, para calcular 800 : 5, un procedimiento abreviado es el siguiente:

Procedimiento	Argumento
800 : 5 = 100 - 500 300	Porque para hacer 100 paquetes de 5 betarragas cada uno, se utilizan 100 • 5 = 500 betarragas Si se hacen 200 paquetes, se utilizan 200 • 5 = 1.000 betarragas, cantidad que excede a la cantidad de betarragas de que se dispone.
300 : 5 = 60 - 300 0	Como quedan 800 – 500 = 300 betarragas, se pueden formar otros paquetes. Para averiguar cuántos, comenzar probando con 10 paquetes, luego con 20 y así, hasta encontrar una cantidad con la que se ocupe la mayor cantidad posible de betarragas. 10 · 5 = 50; 20 • 5 = 100; 30 • 5 = 150 40 · 5 = 200; 50 • 5 = 250, 60 • 5 = 300
Se pueden hacer: 100 + 60 = 160 paquetes de betarragas y no queda ninguna betarraga.	

En la segunda parte del **momento de desarrollo**, se propone continuar con la dinámica del juego. Con esta actividad se pretende enfrentar a los niños a un problema similar a los que ya han resuelto, pero en este caso jugando con todas las tarjetas, lo que exigirá adaptar la técnica que vienen usando a esta nueva situación.

Escoja, por ejemplo, las tarjetas "252 unidades" y la palabra unidades y "cebollines".

Pida que un niño formule una pregunta, escriba la división respetiva en la pizarra y que los niños y niñas trabajando en pareja, busquen la forma más económica de determinar el cuociente.

De los procedimientos utilizados por ellos, ponga en común aquellos que buscan el cuociente ampliando lo aprendido, es decir, utilicen *la relación inversa entre la multiplicación y la división, calculen cuocientes parciales a través de multiplicar el divisor por múltiplos de 10 ó 100.*

El trabajo con la **Ficha 3** debe ser planteado como una extensión de la actividad anterior, para que los niños, trabajando ya sea individualmente o en pareja, comparen sus procedimientos con otros compañeros. En la medida que tengan claro que deben encontrar un procedimiento que les permita en pocos pasos encontrar el cuociente, podrán reconocerlo en los procedimientos que esté usando alguno de ellos.

Momento de cierre

En el **momento de cierre** se sistematizan las siguientes ideas:

a) Si los datos de un problema son la medida y el número de paquetes, la pregunta se puede formular de distintas maneras, pero debe contener la expresión *cuánto es el total de unidades*; dicha pregunta se responde mediante el producto entre el número de paquetes por la medida de cada paquete.

b) Para resolver problemas de iteración de una medida, como por ejemplo del problema 3 de la **Ficha 3**, en la que es necesario determinar cuánto es 312 veces 6, los niños debieran reconocer que deben efectuar la multiplicación 312 x 6.

Para realizarla se puede descomponer el 312 canónicamente e interpretar:

312 veces 6 como 300 veces 6 más 10 veces 6 más 2 veces el 6

Cálculos que para los niños son conocidos: 300 x 6 = 1800; 10 x 6 = 60 y 2 x 6 = 12

Luego 312 x 6 = 1800 + 60 + 12 = 1872

c) Por otra parte, si los datos son la medida y la cantidad total de unidades, la pregunta que se puede formular es: ¿Cuántos paquetes puedo formar? En ese caso, dicha pregunta se resuelve dividiendo la cantidad total de unidades entre la cantidad de unidades por paquete.

d) Respecto a resolver divisiones cuando el dividendo es un número de tres cifras, sistematice que entre los procedimientos que hay para calcular el cuociente y/ o resto, hay algunos que son más eficaces. Destaque que la clave está en la estrategia de búsqueda; cuando el dividendo es un número de 3 cifras, se debe comenzar multiplicando el divisor por un múltiplo de 100, luego de 10 y números de una cifra. Por ejemplo, para resolver el problema 1 de la ficha 3, se debe calcular la división 808 : 3

<table>
<tr><th>Procedimiento</th><th>Argumento</th></tr>
<tr><td rowspan="3">808 : 3 = 200
- 600
208 : 3 = 60
- 180
28 : 3 = 9
- 27
1</td><td>Como el dividendo es un número de 3 cifras, se comienza multiplicando el divisor por múltiplos de 100:
100 • 3 = 300 < 808, se prueba con el siguiente múltiplo de 100
200 • 3 = 600 < 808, se prueba con el siguiente múltiplo de 100
300 • 3 = 900 > 808 entonces el cuociente se encuentra entre 200 y 300</td></tr>
<tr><td>Se utiliza como estrategia multiplicar el divisor por múltiplos de 10:
10 • 3 = 30 < 208, se probará con un múltiplo de 10 mayor
40 • 3 = 120 < 208 , se probará con otro múltiplo de 10 mayor
60 • 3 = 180 < 208
70 • 3 = 210 > 208 entonces el cuociente se encuentra entre 260 y 270</td></tr>
<tr><td>Como 28 es mayor que 3, continuamos aproximándonos al cuociente, esta vez dividiendo 28 entre 3.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Se pueden hacer 200 + 60 + 9 = 269 paquetes de cebollines y queda un cebollín.</td></tr>
</table>

Es importante formar el hábito de comprobar los resultados obtenidos, porque así los niños y niñas controlan sus procedimientos y, además, enfatizan la relación inversa entre la multiplicación y la división.

Es probable que quienes utilicen el algoritmo tradicional de la división lleguen, en algunos casos, a resultados errados que podrán reconocer si comprueban la división.

CUARTA CLASE

En esta clase se pretende que los niños y niñas sepan formular y resolver problemas multiplicativos de iteración de una medida, reparto equitativo y agrupamiento en base a una medida. Además, se espera que sean capaces de distinguir claramente el rol que juega cada uno de los datos y la incógnita en el problema (número de grupos, medida de grupo, cantidad total de unidades), que interpreten correctamente el resto y que utilicen la calculadora para calcular productos y divisiones.

Momento de inicio

En el **momento inicial** de la clase se propone empezar jugando el juego "Planteando problemas" en grupos de 3 a 4 alumnos. Utilizar **Ficha 4**.

Es importante que cada docente se asegure de que los alumnos entienden bien las instrucciones y que haga especial énfasis en que en los problemas formulados la pregunta debe ser clara y se deben incorporar todos los datos en el problema. Además, que no es necesario resolverlos, sino que basta con plantear correctamente la operación que los resuelve.

Veamos un ejemplo del juego. Supongamos que nuestro tablero es el siguiente y que al sacar las cartas de los mazos salen los números 100 y 8;

Actividad 1. Formulando problemas con caramelos

cantidad total de caramelos	caramelos en cada bolsa	número de bolsas
?	?	?

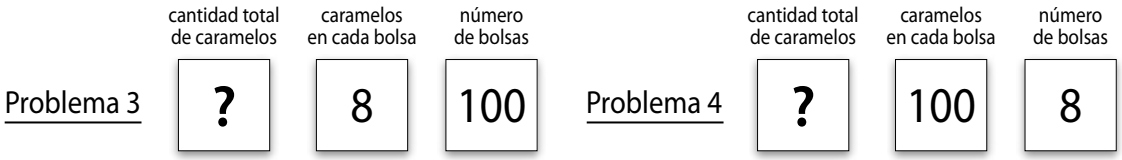
Tarjetas que salieron

100	8

Entonces, con estas tarjetas y ese tablero los problemas con solución que se pueden plantear son:

	cantidad total de caramelos	caramelos en cada bolsa	número de bolsas
Problema 1	100	8	?

	cantidad total de caramelos	caramelos en cada bolsa	número de bolsas
Problema 2	100	?	8



ya que los problemas que aparecen al ubicar el 8 en el total de caramelos no tienen solución. Eso se debe a que la cantidad total de unidades debe ser mayor que la cantidad de unidades en cada bolsa (o sea que la medida), y que la cantidad de bolsas (o sea que la cantidad de veces que se repite la medida).

Hay que tener presente que en la actividad es posible que los alumnos planteen algunos problemas que no tienen solución. En ese caso es bueno abrir la discusión de por qué ese problema "no sirve" y tratar de que emerja por parte de los alumnos que la cantidad total de unidades tiene que ser mayor que la cantidad de grupos que se deben formar o la cantidad de unidades que tiene cada grupo.

De los cuatro problemas que pueden aparecer en el juego con solución, el Problema 1 corresponde a un agrupamiento, el Problema 2 a un reparto equitativo, mientras que los Problemas 3 y 4 corresponden a la iteración en base a una medida.

Se espera que alumnas y alumnos sean capaces de plantear la operación que resuelve el problema planteado especificando qué representa cada dato y qué representa la incógnita. Por ejemplo, la formulación del Problema 1 podría ser: Si tenemos 100 caramelos y los agrupamos en bolsas de a 8, ¿cuántas bolsas se pueden formar?

La operación que resuelve el problema sería 100 : 8, siendo 100 la cantidad total de caramelos, 8 los caramelos que hay en cada bolsa y el resultado de la operación sería la cantidad de bolsas que puedo formar.

Con esta actividad se espera lograr que los alumnos sean capaces de, además de plantear problemas, especificar la operación que los resuelve y el significado de cada dato, así como del resultado. En esta actividad no se pretende que realicen la división o el producto, basta con que lo planteen.

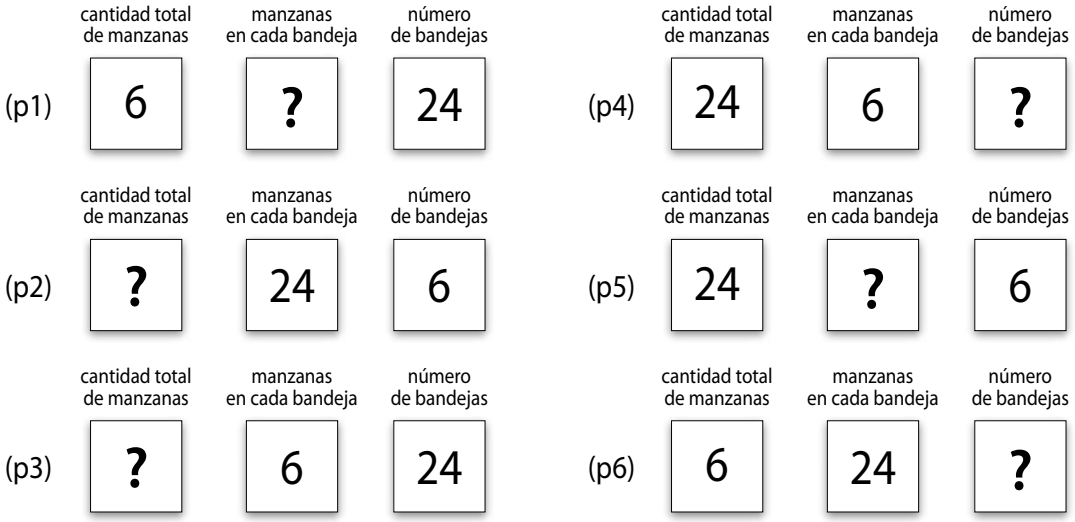
Luego del momento del inicio, el profesor(a) selecciona tres problemas que hayan planteado distintos grupos en que uno sea de agrupamiento, otro de iteración y otro de reparto equitativo y se hace una breve puesta en común sobre estos tres problemas. El profesor guía la discusión y anota en el pizarrón tanto los problemas planteados como las operaciones planteadas por el curso e identifica el significado de cada dato y el significado del resultado.

Momento de desarrollo

En el **momento de desarrollo** de la clase, el profesor plantea una situación análoga a la actividad 1, en el pizarrón, con un tablero donde figuran la cantidad total de manzanas, manzanas en cada bandeja, y el número de bandejas, siendo 24 y 6 las dos tarjetas.

Alumnas y alumnos trabajan en forma individual, o en parejas y en sus cuadernos tratan de plantear los problemas a partir de las diversas combinaciones que el profesor(a) escribe en el pizarrón.

Actividad 2



Los alumnos deben formular y resolver cada problema. Hay que tener presente que tanto (p1) como (p6) no tienen solución, así que podrían considerarse como problemas mal formulados. También es importante reflexionar que si bien el cálculo implicado en los problemas (p2) y (p3) es el mismo, ambos son problemas distintos. En (p2) se tienen seis bandejas con 24 manzanas en cada bandeja, mientras que en (p3) se tienen 24 bandejas con seis manzanas en cada bandeja.

Una vez que han resuelto los cuatro problemas, el docente pide a los alumnos que asocien la palabra repetir, agrupar o repartir a cada problema resuelto según sea la acción involucrada para resolverlo, especificando en cada caso la cantidad que hay que repetir, agrupar o repartir.

(p1) sin solución

(p2) Se repite seis veces la bandeja de 24 manzanas
(de iteración; la medida 24 manzanas por bandeja)

(p3) Se repite 24 veces la bandeja de 6 manzanas
(de iteración; la medida 6 manzanas por bandeja)

(p4) Se agrupan 24 manzanas en bandejas de a seis manzanas cada una
(de agrupamiento; la medida 6 manzanas por bandeja)

(p5) Se reparten 24 entre seis bandejas
(de reparto equitativo; la medida 4 manzanas por bandeja)

(p6) Sin solución.

Una vez los niños han formulado y resuelto los problemas, el profesor escribe en el pizarrón y pide voluntarios que le dicten el problema que han formulado, la operación y la respuesta y los anota en la pizarra, corrigiéndolos en caso que sea necesario.

Luego, en la Actividad 3 se propone trabajar en forma individual (o por parejas) los problemas propuestos en la **Ficha 5**.

El primer problema de la ficha plantea una situación de agrupamiento en base a una medida.

Mireya tenía que poner 315 bebidas en cajas de a 12. ¿Cuántas cajas usó?

Para resolverlo se tiene que averiguar cuántos grupos de a 12 bebidas puedo formar, de manera que hay que dividir 315:12, o buscar qué cantidad multiplicada por 12 se acerca más a 315 sin pasarse.

La intención didáctica de estas actividades es que niñas y niños comparen los procedimientos utilizados para resolver distintos problemas de división y puedan concluir que, independiente del contexto, los procedimientos aprendidos les permiten resolverlos.

? cajas • 12 botellas = 315 botellas

Acá pueden proceder de la siguiente forma 10 x 12 = 120, 20 x 12 = 240

315 – 240 = 75, es decir formo 20 cajas y todavía me quedan 75 botellas. Lleno 4 cajas más (4 x 12 = 48), con lo que me quedan 75 – 48 = 27 botellas. Vuelvo a llenar dos cajas y me sobran 3 botellas. De forma que el resultado es 20 + 4 + 2 = 26 cajas y quedan 3 botellas.

El procedimiento desarrollado de la división podría ser:

```
 315 : 12 =  20
-240        5
  75      + 1
- 60        26
  15
- 12
   3
```

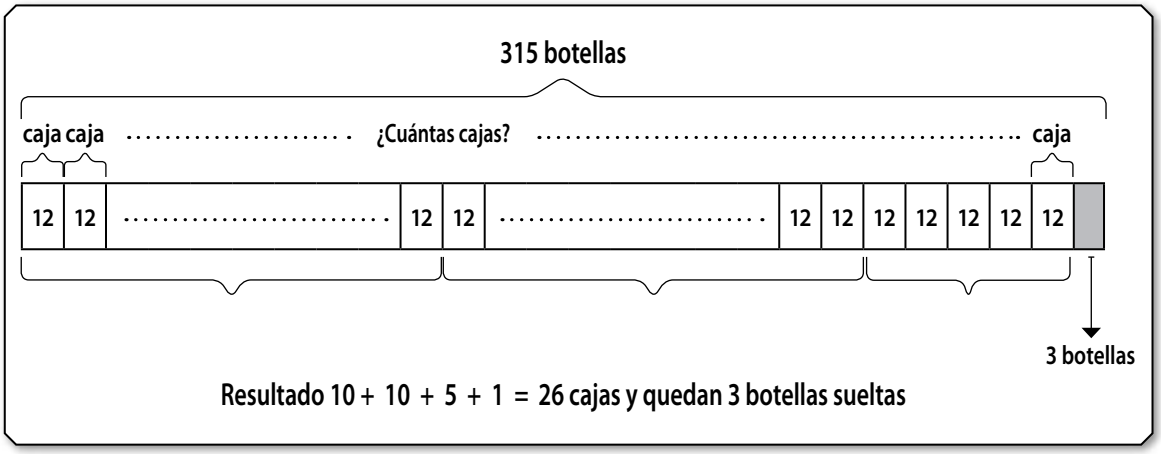
```
20 x 12 = 240
 5 x 12 =  60
 1 x 12 =  12
```

Resultado 26 cajas y quedan 3.

Comprobación:

```
 26 x 12 = 312
312 +  3 = 315
```

Un esquema para este problema podría ser:



El segundo problema de la ficha, que pese a que la acción efectuada en el problema fue un reparto equitativo, los datos del problema son la cantidad de amigos (o sea la cantidad de grupos) y los caramelos que le tocan a cada amigo (o sea la medida) y la pregunta hace referencia al total de caramelos.

Luz repartió una bolsa de caramelos entre sus cinco amigos y le tocaron 20 caramelos a cada amigo. ¿Cuántos dulces tenía la bolsa?

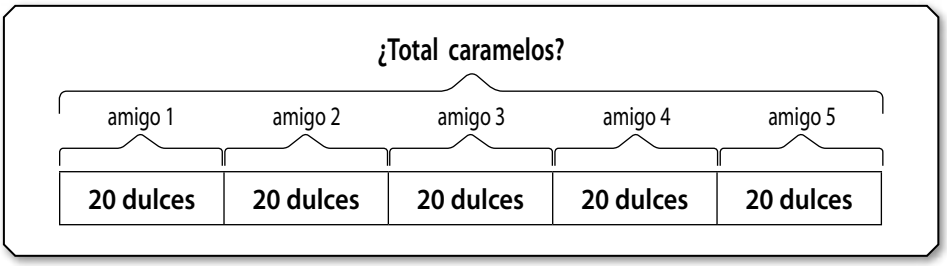
Este problema pone de manifiesto la necesidad de que los alumnos no se guíen exclusivamente por palabras clave a la hora de resolver los problemas, sino que sean capaces de interpretar el rol de cada uno de los datos en el problema y puedan resolverlo.

En este caso, pese a que la acción efectuada por Luz fue un reparto equitativo, el problema se resuelve mediante un producto, dado que la incógnita del problema son los dulces que repartió; en este sentido, siguiendo la nomenclatura utilizada en el campo de problemas aditivos, se podría clasificar este problema como inverso, dado que la acción del problema involucra una división, pero sin embargo se resuelve con un producto.

De ese modo, la operación sugerida por el problema es la división:

¿Total de dulces? : 5 amigos = 20 dulces c/amigo

Un esquema para representar este problema y que podría ayudarnos a resolverlo sería:



Ahora bien, para poder obtener la cantidad total de dulces basta con interpretar correctamente el significado de cada dato. De ese modo, 20 dulces es la medida que le toca a cada amigo y dado que eran cinco amigos, podemos pensar el problema como de iteración de una medida para resolverlo. De ese modo la operación que lo resuelve sería:

5 amigos x 20 dulces c/amigo = Total de dulces

No es de sorprender que la mayoría de alumnos responda erróneamente el problema, en ese caso es bueno insistir en que traten de reconocer el rol de los datos y la pregunta que plantea el problema.

El problema 3 de la **Ficha 5** es un problema donde se itera una medida (la cantidad de hamburguesas de una caja); dado que los datos son el número de veces que se itera (18) y la medida (20 hamburguesas) y la pregunta es la cantidad total, que se resuelve mediante el producto entre los dos datos.

Momento de cierre

Al **cierre de esta clase** se enfatiza la importancia que tiene a la hora de resolver problemas identificar el papel de cada uno de los datos dentro del problema y el significado de la respuesta. Para ello sugerimos que el profesor retome los problemas 3, 4 y 5 planteados por los alumnos en la Actividad 2, y sobre ellos analice en voz alta junto con los alumnos el significado de cada dato, la operación que lo resuelve, y el resultado del problema.

Los problemas planteados podrían ser:

P3. Tengo 24 bandejas de 6 manzanas cada una. ¿Cuántas manzanas tengo en total?

P4. Tengo 24 manzanas y las agrupo en bandejas de a 6. ¿Cuántas bandejas puedo formar?

P5. Repartí 24 manzanas entre sus seis amigos. ¿Cuántas manzanas le tocaron a cada amigo?

Luego, se propone recordar que no siempre que sale la palabra agrupar o repartir tengo que dividir para resolver el problema, ya que la operación que lo resuelve no solo depende de la acción realizada (reparto, agrupamiento, iteración), sino también de cuáles son los datos del problema, tal y como sucedía en el Problema 2, de la Actividad 3. Sugiera que propongan un ejemplo similar, en que la acción involucrada en el problema es un reparto, y sin embargo, se resuelve con una multiplicación (para ello los datos del problema deben ser la cantidad de personas participantes del reparto y la cantidad que le toca a cada uno, mientras que la pregunta debe ser la cantidad repartida).

QUINTA CLASE

En esta clase se pretende que los niños y niñas usen los procedimientos estudiados para plantear y resolver problemas multiplicativos de proporcionalidad y sean capaces de comprobar el resultado de una división. También se espera trabajar los procedimientos para dividir surgidos de las clases 2 y 3.

Así, esta clase tiene el propósito principal de trabajar lo estudiado en las clases anteriores, de forma que los niños puedan apropiarse de forma adecuada de los conocimientos construidos.

Momento de inicio

En el **momento inicial** de la clase se propone empezar con un Actividad similar a la Actividad 2 de la clase anterior, donde se les plantea a los alumnos que con las tarjetas 150 y 40 y el Tablero de Fósforos, planteen tres problemas distintos y los resuelvan. La actividad se realiza individualmente, si bien está permitido consultar al compañero en caso de tener dudas. Utilizar **Ficha 6**.

Una vez resueltos los problemas planteados, se pide a los alumnos que, por parejas traten establecer un procedimiento para comprobar el resultado de las divisiones que hayan efectuado.

El resultado de la división que van a tener que comprobar es 150 : 40. Un razonamiento que podrían establecer para elaborar un procedimiento de comprobación es el siguiente;

Si el resultado de la división 150 : 40 me ha dado 3 y sobran 30, eso significa que el 40 cabe (está contenido) tres veces dentro del 150, y todavía sobran 30 unidades. Entonces 3 veces 40 más los 30 que me sobran debería ser igual a los 150 que es la cantidad total. De lo contrario, es que me he equivocado al dividir.

Veamos un ejemplo de cómo podría ser el proceder de algún alumno(a):

$$\begin{array}{rcrcr} 150 & : & 40 & = & 2 \\ -\ 80 & & & & +\ 1 \\ \hline 70 & & & & 3 \\ -\ 40 & & & & \\ \hline 30 & & & & \end{array}$$

$$\begin{array}{rcrcr} 40 & \times & 2 & = & 80 \\ 40 & \times & 1 & = & 40 \end{array}$$

Resultado 3 y sobran 30.

Comprobación:

$$\begin{array}{rcrcr} 3 & \times & 40 & = & 120 \\ 120 & + & 30 & = & 150 \end{array}$$

El momento inicial se cierra con una pequeña puesta en común de los resultados obtenidos en los problemas planteados y de lo que hay que hacer para comprobar el resultado de la división 150 : 40.

Momento de desarrollo

En el momento de desarrollo de la clase se propone que los alumnos trabajen individualmente en las Actividades 2 y 3 de la **Ficha 7**.

La actividad 2 es una actividad centrada en el cálculo, con el propósito de que los alumnos practiquen las técnicas de cálculo que han aprendido en esta unidad y en unidades anteriores. A su vez se pretende que practiquen la técnica de comprobación de la división vista en el momento inicial.

Una vez que la mayoría haya finalizado la Actividad 2, comentan los resultados de cada cálculo para que puedan darse cuenta de los errores cometidos y corregirlos. En la corrección es recomendable dejar espacio a los alumnos para que puedan comentar entre ellos las dudas que tengan al respecto de la solución de los problemas y plantearle al profesor las cosas que no entienden.

Luego, proceden a resolver individualmente los problemas planteados en la Actividad 3. Una vez resueltos los problemas, por parejas, comparan los resultados obtenidos con los obtenidos por su compañero(a).

Es probable que bastantes alumnos se equivoquen en la resolución del Problema 1, dado que es un problema inverso. Pese a que la acción del problema es de agrupar, para resolverlo hay que realizar el producto entre los dos datos. En ese sentido, se puede pedir que representen los datos del problema utilizando un esquema, de forma que les pueda ayudar a deducir la operación que lo resuelve.

Momento de cierre

En el **momento de cierre** se propone que el profesor(a), junto con su curso, sistematicen lo más importante de lo que han estudiado en la unidad.

1. La importancia de entender bien el significado de cada dato y de la incógnita en un problema antes de resolverlo. En este aspecto, en los problemas estudiados tenemos tres cantidades distintas: la cantidad de unidades que tiene cada grupo, el número de grupos y el total de unidades, dos de ellas son conocidas y la tercera desconocida.

2. En los problemas estudiados (sugerimos tomar como referencia los problemas propuestos en la Actividad 3).

- Si nos dan como datos la cantidad total y la cantidad de unidades que tiene cada grupo, la pregunta del problema hace referencia al número de grupos que se pueden formar y se resuelve dividiendo el total entre la cantidad de unidades que tiene cada grupo.

- Si nos dan como datos la cantidad total y el número de grupos, la pregunta hace referencia a la cantidad que tiene cada grupo y se resuelve dividiendo el total entre el número de grupos.

- Si nos dan como dato el número de grupos y la cantidad de unidades que tiene cada grupo, la pregunta del problema hace referencia a la cantidad total y se resuelve multiplicando el número de grupos por las unidades que tiene cada grupo.

3. Para comprobar el resultado de una división hay que multiplicarlo por el divisor y a ese producto añadirle el resto. Si ese cálculo coincide con el dividendo, el resultado es correcto (Aquí sugerimos comprobar el cálculo que los alumnos hayan realizado en el Problema 4 de la Actividad 3).

SEXTA CLASE

En la primera parte de la clase, se aplica la Prueba de la unidad. En la aplicación se recomienda a profesoras y profesores leer las preguntas y cerciorarse de que todos los alumnos y alumnas comprendan lo que se les solicita, sin entregar información adicional a la planteada en los problemas.

En la segunda parte de la clase, se sugiere que el profesor(a) realice una corrección de la prueba en la pizarra, preguntando a niños y niñas los procedimientos que utilizaron. Si hubo errores, averiguar por qué los cometieron.

Para finalizar, destaque y sistematice nuevamente los fundamentos centrales de la unidad y señale que estos se relacionan con aprendizajes que se trabajarán en unidades posteriores.

Incluimos, además de la prueba, una pauta de corrección, que permite organizar el trabajo del profesor(a) en cuanto al logro de los aprendizajes esperados y se incorpora una tabla para verificar el dominio del curso de las tareas matemáticas estudiadas en esta unidad. Estos materiales se encuentran disponibles después del plan de la sexta clase.

IV PLANES DE CLASES

Plan de la Primera clase

Materiales: 1000 bolsas chicas de plástico para el curso, y ½ kilo de porotos, garbanzos y lentejas. Ficha 1 y Tabla con combinaciones multiplicativas básicas. (Tabla Pitagórica)

T M*	Actividades	Evaluación
• Resolver problemas de agrupamiento en base a una medida y de iteración de una medida.	**MOMENTO DE INICIO:** El profesor (a) presenta a la clase una actividad que permitirá que niños y niñas se encuentren con la necesidad de resolver problemas de iteración de una medida y problemas de agrupamiento en base a una medida. **Actividad: "Bolsas de semilla".** El profesor (a) contextualiza la actividad explicando que un jornalero tiene que sembrar semillas de porotos, garbanzos y lentejas en maceteros para que broten. Los porotos se siembran de a 5 en cada macetero, mientras que los garbanzos de a 3 y las lentejas de a 10. Para ganar tiempo en la siembra, el jornalero prepara el día anterior bolsas con la cantidad de semillas justas que hay que poner en cada macetero. Plantee a los niños que ellos deberán ayudar al jornalero y para ello deberán resolver algunos problemas. Por ejemplo: *Si el jornalero tiene 40 porotos, ¿cuántas bolsas necesita, sabiendo que tiene que echar 5 porotos en cada bolsa?* *Si el jornalero ha llenado 8 bolsas con semillas de lenteja, ¿cuántas semillas ha ocupado?* En ambos tipos de problemas, pida que **anticipen el resultado** de la cantidad de bolsas o semillas.	■ Observe las estrategias que utilizan niños y niñas para anticipar la cantidad total de semillas o la cantidad de bolsas. ■ Posteriormente, una vez que los niños hayan anticipado la cantidad de bolsas o semillas, pídales que comprueben su resultado realizando la acción concretamente. ■ Promueva que comparen sus procedimientos, valorando aquellos que permitieron encontrar la respuesta al problema.
	MOMENTO DE DESARROLLO: El profesor (a) propone una actividad que permita a los niños progresar en los procedimientos utilizados en el momento inicial; para ello presenta problemas frente a los cuales deberán establecer la relación entre datos e incógnita, justificar la elección de la operación que los resuelve y realizarla. **Actividad:** El profesor (a) propone que resuelvan los problemas de la **Ficha 1**. Realiza preguntas que los lleven a distinguir las diferencias entre los problemas de iteración de una medida y agrupamiento en base a una medida, relacionando la suma repetida y multiplicación con los primeros, y la resta iterada y división con los segundos. Conduce una discusión sobre la manera en que resolvieron las operaciones en función de su eficacia.	■ Propicie que comparen los procedimientos que utilizan para: • Determinar la operación que resuelve el problema. • Resolver una multiplicación • Resolver una división. ■ Y estableciendo similitudes y diferencias entre ellos.
	MOMENTO DE CIERRE: El profesor (a) plantea preguntas a niños y niñas para que reconozcan los aspectos medulares estudiados en la clase: ¿Cómo saber a partir de datos e incógnitas cuál es la operación que resuelve un problema? ¿Cómo calculan 5 x 6 y 10 x 7? ¿Cómo dividen 56 : 8 y 78 : 9 ? Finalice sistematizando la siguiente idea para el caso de la división: Una buena estrategia para resolver la división comienza por preguntarse qué número multiplicado por 9 es o se aproxima a 78. Para buscar dicho número (que corresponde a la cantidad de paquetes) se puede utilizar la Tabla Pitagórica.	■ Evalúe la comprensión que tienen niños y niñas sobre la acción involucrada en los problemas, si lo considera necesario realícela concretamente o represéntela mediante un esquema.

* Tareas matemáticas.

Plan de la Segunda clase

Materiales: Instrucciones del juego "¿Cuántos paquetes? ¿Cuántas unidades?" y las de tarjetas que se utilizan para jugarlo, recortadas (Material 1, 2, 3 y 4). La Ficha 2.

T M	Actividades	Evaluación
• Plantear y resolver problemas de agrupamiento en base a una medida y de iteración de una medida.	**MOMENTO DE INICIO:** El profesor (a) propone problemas de iteración de una medida y de agrupamiento en base a una medida, similares a los estudiados en la clase anterior, para evidenciar el progreso de las estrategias de resolución de problemas y de cálculos de multiplicaciones y divisiones. Se sugiere plantearlos en forma oral o, si es necesario, escritos en la pizarra. Se trata de generar un trabajo ágil, centrado en la utilización de las combinaciones multiplicativas básicas y las divisiones asociadas para obtener el resultado de la operación que resuelve el problema.	■ Identificar a los niños que tienen dificultades para reconocer la operación que resuelve el problema y aquellos que no se saben las combinaciones aditivas básicas, para apoyarlos.
	MOMENTO DE DESARROLLO: El profesor(a) plantea una actividad en que los niños tengan que formular preguntas en situaciones en las que se repita una medida o se agrupen colecciones de objetos en base a una medida, y que la relación entre los números involucrada en ambas situaciones los desafíe a progresar en sus procedimientos de cálculo. **Actividad:** Juego **"¿Cuántos paquetes? ¿Cuántas unidades?"** En grupos y siguiendo las instrucciones dadas y las señaladas en el instructivo del juego, los niños juegan hasta que en cada grupo resulte un ganador, es decir, un niño que tenga 4 tarjetas con verduras distintas. **Actividad:** Niños y niñas, en forma individual o en parejas resuelven los problemas de la **Ficha 2**. Los problemas de esta ficha están en el contexto del juego, con la finalidad que expliciten las preguntas que formulan a partir de los datos y la resuelvan recurriendo a la multiplicación o división.	■ Cerciórese que durante el desarrollo del juego: • Por turnos los niños dan vuelta dos cartas y formulan una pregunta que relaciona ambos datos. • Que el niño que dice ¡alto!, explica el procedimiento utilizado para encontrar la respuesta. • Registre aquellos pares de tarjetas donde los niños no saben resolver el problema enunciado.
	MOMENTO DE CIERRE: El profesor(a) sistematiza las siguientes ideas: a) Si los datos de un problema son la medida y el número de paquetes, la pregunta se puede formular de distintas maneras, pero debe contener la expresión cuánto es el total de unidades y dicha pregunta se responde mediante el producto entre el número de paquetes por la medida de cada paquete. b) Por otra parte, si los datos son la medida y la cantidad total de unidades, la pregunta que se puede formular es ¿Cuántos paquetes puedo formar? Y en ese caso dicha pregunta se resuelve dividiendo la cantidad total de unidades entre la cantidad de unidades por paquete. c) ¿Cómo multiplicar 30 x 4 ó 43 x 5? d) ¿Cómo dividir 96 : 3?	■ Compruebe que los niños comprenden la relación entre los datos y la incógnita para determinar si la operación que resuelve el problema es una división o una multiplicación. ■ Verifique que la estrategia de búsqueda del cuociente en las divisiones la realiza partiendo de la multiplicación entre un múltiplo de 10 y la medida del grupo.

Plan de la Tercera clase

Materiales: Instrucciones del juego "¿Cuántos paquetes? ¿Cuántas unidades?" y las tarjetas de la clase 2, que se utilizan para jugarlo, recortadas. Las tarjetas con números de la clase 3 (Material 5 y 6), recortada. La Ficha 3.

T M	Actividades	Evaluación
• Plantear y resolver problemas de agrupamiento en base a una medida e iteración de una medida. • Comprobar el resultado de la división.	**MOMENTO DE INICIO:** El profesor (a) plantea una actividad que permite afianzar lo aprendido las clases anteriores. Dirige colectivamente el juego "**¿Cuántos paquetes? ¿Cuántas unidades?"** utilizando los set de tarjetas con número con la palabra unidades y paquetes y las tarjetas con los dibujos de verduras con que se trabajó en la segunda clase. Se debe generar una dinámica de trabajo a partir de presentarles dos tarjetas a los niños. Pida que un niño formule una pregunta, que la escriba en la pizarra y que *cada alumno en su cuaderno escriba la operación que resuelve el problema y calcule el resultado*. Posteriormente, confronte los diferentes procedimientos utilizados para resolver la multiplicación o la división. Se debe cuidar que los pares de tarjetas elegidas permitan el planteamiento de problemas de iteración de una medida y de agrupamiento en base a una medida, donde la división sea inexacta.	■ Cuide que la formulación de la pregunta relaciona bien los datos proporcionados por las tarjetas. ■ Verifique que cada niño identifica la operación que resuelve el problema. ■ Que todos resuelven la operación. ■ Que interpretan el resultado en función de la pregunta.
	MOMENTO DE DESARROLLO: El profesor(a) plantea una actividad en que los niños tengan que formular preguntas en situaciones en las que se repita una medida o se agrupen colecciones de objetos en base a una medida, y que la relación entre los números involucrada en ambas situaciones los desafíe a progresar en sus procedimientos de cálculo de multiplicaciones y divisiones. **Actividad:** Juego **"¿Cuántos paquetes? ¿Cuántas unidades?"**. Según como estime conveniente organice a los niños para que jueguen, utilizando solo tarjetas múltiplo de 10 o 100, de manera que recuerden la multiplicación con dichos números, que es un conocimiento base para dividir cuando el dividendo es un número de tres cifras. Posteriormente, introduzca el resto de las tarjetas que conforman el set para esta tercera clase y organice a los niños para jueguen una vez en grupos. **Actividad:** Niños y niñas, en forma individual o en parejas, resuelven los problemas de la **Ficha 3**, identificando la operación que los resuelve y buscando procedimientos más económicos para dividir.	■ Cerciórese que durante el desarrollo del juego: • Los niños formulan bien la pregunta. • El niño que dice ¡alto!, explica el procedimiento utilizado para encontrar la respuesta. ■ Compruebe que la estrategia de búsqueda del cuociente en las divisiones la realiza partiendo de la multiplicación entre un múltiplo de 10 ó 100 y la medida del grupo.
	MOMENTO DE CIERRE: El profesor(a) sistematiza las siguientes ideas: a) Si los datos de un problema son la medida y el número de paquetes, la pregunta se puede formular de distintas maneras, pero debe contener la expresión cuánto es el total de unidades y dicha pregunta se responde mediante el producto entre el número de paquetes por la medida de cada paquete. b) Por otra parte, si los datos son la medida y la cantidad total de unidades, la pregunta que se puede formular es ¿Cuántos paquetes puedo formar? Dicha pregunta se resuelve dividiendo la cantidad total de unidades entre la cantidad de unidades por paquete. c) ¿Cómo multiplicar 300 x 3 ó 312 x 6? d) ¿Cómo dividir 808 : 3?	■ Compruebe que los niños comprenden la relación entre los datos y la incógnita para determinar si la operación que resuelve el problema es una división o una multiplicación. ■ Verifique que utilizan procedimientos económicos para multiplicar y dividir.

Plan de la Cuarta clase

Materiales: Ficha 4, Instrucciones del juego "Formulando Problemas", los mazos 1 y 2 (Material 7) del juego y los tres tableros del juego recortados. La Ficha 5.

T M	Actividades	Evaluación
• Plantear y resolver problemas de agrupamiento en base a una medida, iteración de una medida, y de reparto equitativo. • Comprobar el resultado de la división.	**MOMENTO DE INICIO:** El profesor(a) dirige colectivamente el juego **"Formulando Problemas",** utilizando los set de tarjetas con números de tres cifras y números de una o dos cifras y los tableros de juego. **Actividad:** Juego **"Formulando Problemas".** Según como estime conveniente, organice a los niños para que jueguen en grupos, utilizando un tablero de juego **"Formulando Problemas"** y los dos mazos de números, uno con números hasta el 20 y otro con números del 25 hasta el 900. Para contar las instrucciones el profesor escoge dos tarjetas, una de cada mazo y dibuja un tablero en el pizarrón con la tarjeta mayor en la posición del total y la menor en la posición del número de grupos y les pide a los alumnos que formulen una pregunta y la operación que la resuelve. Luego, pone en común las respuestas. Selecciona tres problemas que hayan planteado distintos grupos, cuidando que uno sea de agrupamiento, otro de iteración y otro de reparto equitativo y se hace una breve puesta en común sobre estos tres problemas. Guía la discusión y anota en el pizarrón tanto los problemas, así como las operaciones planteadas por los alumnos e identifica el significado de cada dato y el significado del resultado. Propone que calculen las operaciones utilizando la **Tabla Pitagórica Extendida**.	■ Cuide de que los alumnos entienden bien las instrucciones. Haga énfasis en que la pregunta debe ser clara y se deben incorporar todos los datos en el problema. ■ Por turnos los niños dan vuelta dos cartas y formulan una pregunta que relaciona ambos datos. • Que el niño que dice alto, explica el procedimiento utilizado para encontrar la respuesta. ■ Verifique que cada niño identifica la operación que resuelve el problema y que interpretan el significado del resultado.
	'MOMENTO DE DESARROLLO: Actividad 2: El profesor(a) plantea una situación análoga a la **Actividad 1**, en el pizarrón, con un tablero de las manzanas y las tarjetas 24 y 6. Los alumnos trabajan en forma individual, o en parejas y en sus cuadernos tratan de plantear los problemas a partir de las seis posibles combinaciones que el profesor escribe en el pizarrón. **Actividad 3:** Niños y niñas en forma individual o en parejas resuelven los problemas de la **Ficha 5.** Resuelven los problemas identificando la operación que los resuelve y buscando procedimientos para realizar el cálculo.	■ Cerciórese que durante el desarrollo de la actividad los alumnos son capaces de formular los problemas e identificar la operación que los resuelve. ■ Que los niños reconocen aquellos casos en los que no es posible formular un problema que tenga solución. ■ Verificar que en el **Problema 2** de la Ficha interpretan correctamente el significado de cada dato y la pregunta.
	MOMENTO DE CIERRE: El profesor (a) sistematiza las siguientes ideas: ■ La importancia que tiene a la hora de resolver problemas identificar el papel de cada uno de los datos dentro del problema y el significado de la respuesta. ■ Recordar que no siempre que sale la palabra agrupar o repartir tengo que dividir para resolver el problema, ya que la operación que resuelve el problema no solo depende de la acción realizada (reparto, agrupamiento, iteración), sino también de cuáles son los datos del problema. ■ Los alumnos proponen un ejemplo similar, en que la acción involucrada en el problema es un reparto y, sin embargo, se resuelve con una multiplicación.	

Plan de la Quinta clase
Materiales: Ficha 6 y 7.

T M	Actividades	Evaluación
• Plantear y resolver problemas de agrupamiento en base a una medida, iteración de una medida, y de reparto equitativo. • Comprobar el resultado de la división.	**MOMENTO DE INICIO:** Se propone empezar con la Actividad 1 donde se propone a los alumnos que con las tarjetas 150 y 40 y el Tablero de Fósforos, planteen tres problemas distintos y los resuelvan. La actividad se realiza individualmente. Una vez resueltos los problemas planteados, se pide que, por parejas, traten de establecer un procedimiento para comprobar el resultado de las divisiones que hayan efectuado. El profesor dirige una breve puesta en común de los resultados obtenidos en los problemas planteados y de lo que hay que hacer para comprobar el resultado de la división 150 : 40.	▪ Cuide que los alumnos traten de formular los problemas por sí mismos y que los problemas que formulan sean distintos. ▪ Verifique que los alumnos logren establecer un procedimiento para comprobar la división.
	MOMENTO DE DESARROLLO: Actividad 2: Los niños resuelven individualmente los cálculos planteados en la **Ficha 6** y comprueban los resultados de las divisiones. Los alumnos comentan los resultados de cada cálculo para que puedan darse cuenta de los errores cometidos y corregirlos. **Actividad 3:** Niños y niñas en forma individual o en parejas resuelven los problemas de la **Ficha 7**. Una vez resueltos los problemas, por parejas, comparan los resultados obtenidos con los obtenidos por su compañero. Pedir que representen los datos del problema utilizando un esquema, de forma que les pueda ayudar a justificar la operación que lo resuelve.	▪ En la corrección deje espacio a los alumnos para que comenten entre ellos las dudas respecto de la solución de los problemas, y para que planteen las cosas que no entienden. ▪ Ponga especial atención a cómo los niños plantean el **Problema 1**, dado que se trata de un problema inverso, pues se resuelve mediante un producto pese a que se efectuó un agrupamiento.
	MOMENTO DE CIERRE: El profesor(a) sistematiza las principales ideas estudiadas en la unidad: 1. La importancia de relacionar en los problemas los datos y la incógnita con la cantidad de unidades que tiene cada grupo, el número de grupos y el total de unidades. 2. En los problemas estudiados (sugerimos tomar como referencia los problemas propuestos en la **Actividad 3**). ▪ Si los datos son la cantidad total y la cantidad de unidades que tiene cada grupo, la pregunta del problema hace referencia al número de grupos que se pueden formar y se resuelve dividiendo el total entre la cantidad de unidades que tiene cada grupo. ▪ Si nos dan como datos la cantidad total y el número de grupos, la pregunta hace referencia a la cantidad que tiene cada grupo y se resuelve dividiendo el total entre el número de grupos. ▪ Si nos dan como dato el número de grupos y la cantidad de unidades que tiene cada grupo, la pregunta del problema hace referencia a la cantidad total y se resuelve multiplicando el número de grupos por las unidades que tiene cada grupo. 3. La división entre dos números nos permite calcular cuántas veces cabe el divisor en el dividendo; por eso decimos que al igual que la multiplicación representa una suma iterada, la división representa una resta iterada. 4. Para calcular el resultado de una división, por ejemplo 198 : 7 se trata de buscar qué número multiplicado por 7 se acerca más a 198 sin pasarse. Este se puede obtener mediante la suma de varios productos; 20 x 7 = 140, 8 x 7 = 56, 140+56 = 196, el resultado es 28 y quedan 2 unidades. 5. Para comprobar el resultado de una división hay que multiplicarlo por el divisor y a ese producto añadirle el resto. Si ese cálculo coincide con el dividendo el resultado es correcto (Sugerimos comprobar el cálculo que hayan realizado en el **Problema 4** de la **Actividad 3**).	

Plan de la Sexta clase
Materiales: Prueba de la unidad para los niños; Pauta de corrección para el profesor.

Actividades	Evaluación
APLICACIÓN DE LA PRUEBA. En la aplicación se recomienda a los profesores (as) que lean las preguntas y se cercioren de que todos comprendan lo que se les solicita, sin entregar información adicional a la planteada en los problemas.	■ Cerciórese de que han entendido cada una de las preguntas de la prueba.
CORRECCIÓN DE LA PRUEBA. En la segunda parte de la clase, se sugiere realizar una corrección de la prueba en la pizarra, preguntando a niñas y niños los procedimientos que utilizaron. Analice una a una las respuestas que dieron, confrontando las diferentes respuestas en el caso de haberlas.	■ Pregúnteles cómo contestaron. ¿En qué se equivocaron?
CIERRE DE LA UNIDAD DIDÁCTICA Converse con niños y niñas sobre cómo les fue en la prueba, y qué dificultades encontraron.	

PRUEBA DE LA TERCERA UNIDAD DIDÁCTICA MATEMÁTICA • CUARTO AÑO BÁSICO

NOTA

Nombre: _____ Escuela: _____

Curso: _____ Fecha: _____ Puntaje: _____

Indicaciones para el profesor (a):
Leer la prueba completa, pregunta por pregunta, señalando los espacios en que se debe responder y cuidando de no dar información adicional.

Resuelve los siguientes problemas:

1. Don Raúl desea echar la misma cantidad de ajos en 4 bolsas.

   ¿Cuántos ajos deberá echar en cada bolsa si tiene 58 ajos?

   ¿Cuántos ajos le quedan sin repartir?

2. La señora Marta tiene 960 cebollines. Quiere hacer paquetes con 3 cebollines cada uno.

¿Cuántos paquetes puede hacer?

3. Antonia tiene 43 sobres con 6 láminas en cada sobre.

¿Cuántas láminas tiene Antonia?

4. Formula un problema, resuélvelo a partir de los datos que presenta el siguiente tablero y comprueba el resultado.

cantidad total de tomates	tomates en cada bandeja	número de bandejas
105	8	?

5. Resuelve las siguientes operaciones:

726 : 7 =

87 x 5 =

Pauta de Corrección de Prueba de la Unidad

Pregunta	Respuesta		Puntos
1	Responde 14 ajos en cada bolsa, utilizando como procedimiento para buscar el cuociente multiplicar por 10 y luego por 4 o el algoritmo convencional. Responde 14 paquetes, utilizando como procedimiento para buscar el cuociente multiplicar por un número cualquiera. Responde 14 paquetes, sin utilizar la relación inversa entre la multiplicación y la división (dibujan, suman o restan). Responde que quedan 2 ajos sin repartir.	3 2 1 1	4
2	Responde 320 paquetes, utilizando el algoritmo convencional o el procedimiento de los cuocientes parciales multiplicando por 300 y 20, el mayor múltiplo de 100 y el mayor múltiplo de 10, respectivamente. Responde 320 paquetes, utilizando como procedimiento la búsqueda de cuocientes parciales multiplicando por números distintos a 300 y 20. Responde 320 paquetes, sin utilizar la relación inversa entre la multiplicación y la división (dibujan, suman o restan).	3 2 1	3
3	Responde 258 láminas, utilizando el algoritmo convencional o el procedimiento basado en la descomposición canónica de 43. Responde 258 láminas, utilizando como procedimiento la suma de 43 seis veces.	3 2	3
4	Formulan un problema del tipo de reparto equitativo, por ejemplo: Si tengo 105 tomates y los quiero agrupar en bandejas de a ocho ¿cuántas bandejas puedo formar? Escriben la división 105 : 8 Escriben 13 como el cuociente de la división. Comprueban el resultado verificando que 13 x 8 +1 = 105	2 1 1 1	5
5	a) Resuelve la división 726 : 7 y escribe 103 de cuociente y 5 de resto b) Resuelve la multiplicación 87 x 5 y escribe 435.	3 2	5
		Puntaje máximo	**20**

Si al corregir la prueba con la pauta sugerida, encuentra algunas respuestas ambiguas de los niños, se sugiere que los entreviste solicitando que frente a la pregunta en cuestión puedan explicar sus respuestas.

Evaluación de la unidad por el curso

Pregunta	Tareas matemáticas	Cantidad de alumnos que respondió bien	% de logro
1	Resuelven un problema de reparto equitativo distinguiendo la cantidad de objetos que recibe cada grupo y los objetos que quedan sin repartir.		
2	Resuelven un problema de agrupamiento en base a una medida, donde la cantidad total de objetos es un número de tres cifras.		
3	Resuelven un problema de iteración en base a una medida.		
4a	Formulan y resuelven un problema teniendo como datos la cantidad total de objetos y la medida de cada grupo.		
4b	Comprueban el resultado de una división.		
5a	Resuelven una división con el dividendo de tres cifras.		
5b	Resuelven una multiplicación.		
	% total de logro del curso		

VI ESPACIO PARA LA REFLEXIÓN PERSONAL

- Busque en el momento de cierre de cada uno de los planes de clase, el o los fundamentos centrales de la unidad con el cual se corresponde:

- Describa los principales aportes que le ha entregado esta Unidad y la forma en que puede utilizarlos en la planificación de sus clases:

VII GLOSARIO

Campo de problemas multiplicativos :	Incluye todos aquellos problemas aritméticos que se resuelven mediante un producto y/o cuociente entre los datos.
Problemas simples :	Problemas de cálculo aritmético, en cuyo enunciado aparecen solo dos datos y una incógnita, salvo en el caso de divisiones inexactas en que aparecen dos incógnitas: el cuociente y el resto. Los problemas de esta unidad son todos de este tipo.
Problemas multiplicativos de proporcionalidad directa :	Problemas del campo multiplicativo en los que la relación de proporcionalidad directa existente ente datos e incógnita es la que permite resolverlos. **Número de veces x Medida = Total**
Problemas inversos :	Un problema multiplicativo es inverso cuando la acción presente en el enunciado no se asocia con la operación que debe efectuarse para resolverlo. Un ejemplo de problema inverso es: • Anita repartió todos los dulces de una bolsa entre sus 5 amigos y le tocaron 20 dulces a cada uno. ¿Cuántos dulces tenía la bolsa?
Problemas multiplicativos de iteración de una medida :	Aquellos en los que se tiene una determinada medida que se repite una cantidad de veces y la incógnita suele ser la cantidad total. Algunos problemas de iteración de una medida son: • En cada pocillo ponemos 6 castañas. Si tenemos 12 pocillos, ¿cuántas castañas necesitamos? • Joan compró ocho bandejas de 6 tomates cada una. ¿Cuántos tomates compró?

Problemas multiplicativos de agrupamiento en base a una medida :	Aquellos en los que se tiene una determinada cantidad total que hay que agrupar en una determinada medida y la incógnita suele ser la cantidad de grupos que se pueden formar. Algunos problemas de agrupamiento en base a una medida son: • Nora compró un saco con 238 betarragas. Luego formó paquetes de 5 betarragas para venderlos en la feria. ¿Cuántos paquetes obtuvo? • Pablo tiene que poner 256 bebidas en cajas. Si en cada caja caben 12 bebidas, ¿cuántas cajas necesita?
Problemas multiplicativos de reparto equitativo :	Aquellos en los que se tiene una determinada cantidad total que hay que repartir equitativamente en una determinada cantidad de grupos o personas siendo la incógnita la medida (o cantidad) que le toca a cada grupo o persona. Un problema de reparto equitativo es: • José repartió equitativamente un mazo de 62 cartas de Mitos y Leyendas entre sus 7 amigos. ¿Cuántas cartas le tocaron a cada amigo? ¿Le quedaron cartas por repartir?

VIII FICHAS Y MATERIALES PARA ALUMNAS Y ALUMNOS

Ficha 1	Tercera Unidad Clase 1	Cuarto Básico	**Nombre:** _____ **Curso:** _____

1) En la feria se venden algunas verduras en paquetes. Por ejemplo, las zanahorias se venden en paquetes de a 8.

Doña María tiene un puesto de verduras y ha vendido 6 paquetes de zanahoria.

¿Cuántas zanahorias ha vendido?

Resuelve el problema en tu cuaderno.

2) Doña María tiene 24 cebollines. Para venderlos, ella hace paquetes de a 3 cebollines.

¿Cuántos paquetes de cebollines puede hacer?

Resuelve el problema en tu cuaderno.

3) A don Matías, quien también vende en la feria, le quedaron luego de un día de venta, 9 paquetes de zanahorias.

¿Cuántas zanahorias le quedan?

Resuelve el problema en tu cuaderno.

4) Don Matías está haciendo paquetes de betarragas para venderlas.

Si tiene 45 betarragas, ¿cuántos paquetes podrá formar?

Resuelve el problema en tu cuaderno.

Ficha 2	Tercera Unidad Clase 2	Cuarto Básico	**Nombre:** _____ **Curso:** _____

1) Si en el juego "¿Cuántos paquetes? ¿Cuántas unidades?" das vuelta 2 tarjetas y te salen:

Los cebollines se venden en paquetes de 3

96

unidades

- ❏ Escribe en tu cuaderno una pregunta que relacione ambos datos.
- ❏ Responde la pregunta que te hiciste.

2) Si en el juego "¿Cuántos paquetes? ¿Cuántas unidades?" das vuelta 2 tarjetas y te salen:

15

paquetes

10 alcachofas tiene un paquete

- ❏ Escribe en tu cuaderno una pregunta que relacione ambos datos.
- ❏ Responde la pregunta que te hiciste.

3) Doña María tiene 36 paquetes de ajos.
¿Cuántos ajos tiene, si en cada paquete hay 4 ajos?
Resuelve el problema en tu cuaderno.

4) Don Matías tiene 72 betarragas y va a hacer paquetes de 5.
¿Cuántos paquetes puede hacer?
Resuelve el problema en tu cuaderno.

Ficha 3	Tercera Unidad Clase 3	Cuarto Básico	Nombre: _____ Curso: _____

Resuelve los problemas en tu cuaderno.

1) Si en el juego "¿Cuántos paquetes? ¿Cuántas unidades?" das vuelta 2 tarjetas y te salen:

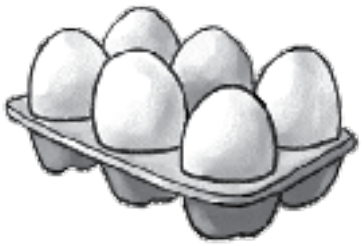
808 unidades	 Un paquete tiene 8 zanahorias

- ❏ Escribe en tu cuaderno una pregunta que relacione ambos datos.
- ❏ Responde la pregunta que te hiciste.

2) Don Fermín recogió 343 tomates. Para venderlos a mejor precio los envasa en bandejas de 6 tomates cada una.

¿Cuántas bandejas debe comprar?

3) En un criadero de aves se recogió al final del día, los huevos que pusieron las gallinas y con ellos hizo 312 cajas de huevos, con 6 huevos cada una.



¿Cuántos huevos pusieron las gallinas en ese día?

4) La señora Berta compró un paquete con 500 cuchuflíes. Quiere ponerlos en bolsas de 7 cuchuflíes cada una.

¿Cuántas bolsas necesita la señora Berta?

Ficha 4	Tercera Unidad Clase 4	Cuarto Básico	Nombre: _____ Curso: _____

Actividad 1. Planteando Problemas

Materiales:

- Dos set de 24 tarjetas con números.
- Tablero.
- Cada alumno debe tener su cuaderno y lápiz.

❏ Por turnos saca dos tarjetas, una de cada mazo.

❏ Ubicar las tarjetas de forma que tapen dos de los interrogantes del tablero y usando todos los datos del tablero formula un problema a tus compañeros.

❏ El primer compañero de juego que plantea la operación que resuelve el problema dice ¡Alto! y la comparte con el resto de sus compañeros.

❏ El compañero que ha planteado la operación mueve una o las dos tarjetas cambiando su posición en el tablero y formula un nuevo problema a sus compañeros.

❏ El proceso se repite hasta que se hayan formulado tres problemas distintos usando un mismo par de tarjetas.

❏ Luego otro niño o niña saca dos nuevas tarjetas de los mazos y se repite el proceso.

Resuelve en tu cuaderno cada uno de los problemas que se pueden plantear con cada pareja de datos del pizarrón. Si crees que no tiene solución escribe: "no tiene solución".

Ficha 5	Tercera Unidad Clase 4	Cuarto Básico	Nombre: _____ Curso: _____

❑ Actividad 3:

Resuelve los problemas en tu cuaderno.

1) Mireya tenía que apilar 315 bebidas en cajas de a 12. ¿Cuántas cajas usó?

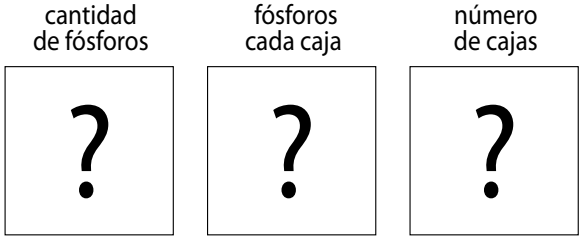
2) Luz repartió una bolsa de caramelos entre sus cinco amigos y le tocaron 20 caramelos a cada amigo. ¿Cuántos dulces tenía la bolsa?

3) Pablo compró 18 cajas de hamburguesas para vender en su carnicería. Si cada bandeja trae 20 hamburguesas, ¿cuántas hamburguesas compró Pablo?

Ficha 6	Tercera Unidad Clase 5	Cuarto Básico	**Nombre:** _____ **Curso:** _____

❑ **Actividad 1:**

Con las tarjetas **150** **40** y el tablero siguiente, plantea tres problemas distintos que tengan solución y escribe la operación que resuelve cada uno de ellos.



Problema 1:

Problema 2:

Problema 3:

Ficha 7	Tercera Unidad Clase 5	Cuarto Básico	Nombre: _____ Curso: _____

❑ Actividad 2:

Realiza en tu cuaderno los siguientes cálculos y en el caso de las divisiones comprueba el resultado.

a) 305 x 15 =

b) 745 : 20 =

c) 62 : 4 =

d) 56 x 12 =

e) 620 : 6 =

f) 198 : 7 =

❑ Actividad 3:

Resuelve los problemas siguientes:

Problema 1:
David agrupó las zanahorias de un saco en paquetes de a 10. Obtuvo 32 paquetes y le sobraron 3. ¿Cuántas zanahorias había en el saco?

Problema 2:
Anita repartió una bolsa de 100 caramelos entre sus ocho amigos. ¿Cuántos caramelos le tocaron a cada uno? ¿Sobró algún dulce?

Problema 3:
¿Cuántos huevos hay en 35 docenas?

Problema 4:
Manuel compró 250 bombones al por mayor para ponerlos en cajitas y venderlos. Si pone 6 bombones en cada cajita, ¿cuántas cajitas necesita comprar?, ¿podrías comprobar tu resultado?

Nombre: _____

Curso: _____

Juego: ¿Cuántos paquetes? ¿Cuántas unidades?

Materiales:

- Un set de 24 tarjetas con números, 12 que tienen la palabra unidades más 12 tarjetas que tienen la palabra paquetes.
- Un set de 12 tarjetas con dibujo de paquetes de verduras.
- Cada jugador debe tener su cuaderno y lápiz.

Instrucciones:

❑ Pueden jugar de 3 a 5 niños y niñas.

❑ Poner sobre la mesa dos mazos de tarjetas boca abajo: las tarjetas con números y las tarjetas con los dibujos de verduras.

❑ Por turno, un jugador saca una carta de cada mazo y las da vuelta para que las puedan observar todos los jugadores.

❑ El jugador que da vuelta las cartas tiene la misión de plantear en forma oral una pregunta que relacione ambas tarjetas volteadas.

Por ejemplo, para estas tarjetas se puede formular la siguiente pregunta:

56 unidades	5 betarragas tiene un paquete

Si tengo 56 betarragas, ¿cuántos paquetes de 5 puedo formar?

❑ Los jugadores buscan la respuesta individualmente. El primero en encontrarla dice **¡Alto!**

❑ Muestra su respuesta y la explica a sus compañeros de juego. Si hay cualquier duda o desacuerdo, se deberá comprobar que el procedimiento utilizado está correcto.

❑ Si la respuesta es correcta, el jugador se queda con la tarjeta de la verdura.

❑ Gana aquel jugador que primero reúne 4 tarjetas de verduras distintas.

Material 2	Tercera Unidad Clase 2	Cuarto Básico	Nombre: _____ Curso: _____

Set de tarjetas con números para segunda clase. (Recortar las tarjetas).

5 paquetes	10 paquetes	15 paquetes	6 paquetes
4 paquetes	7 paquetes	9 paquetes	8 paquetes
6 paquetes	8 paquetes	12 paquetes	10 paquetes

Material 3	Tercera Unidad Clase 2 y 3	Cuarto Básico	Nombre: _____ Curso: _____

Set de tarjetas con dibujos de paquetes de verduras. (Recortar las tarjetas).

Un paquete tiene 8 zanahorias

Un paquete tiene 8 zanahorias

Los cebollines se venden en paquetes de 3

Los cebollines se venden en paquetes de 3

5 betarragas tiene un paquete

5 betarragas tiene un paquete

4 ajos tiene un paquete

4 ajos tiene un paquete

6 tomates en una bandeja

6 tomates en una bandeja

10 alcachofas tiene un paquete

10 alcachofas tiene un paquete

Material 4	Tercera Unidad Clase 2	Cuarto Básico	Nombre: _____ Curso: _____

Set de tarjetas con números para primera clase. (Recortar las tarjetas).

35 unidades	40 unidades	48 unidades	50 unidades
56 unidades	66 unidades	68 unidades	72 unidades
75 unidades	81 unidades	85 unidades	96 unidades

Material 5	Tercera Unidad Clase 3	Cuarto Básico	Nombre: _____ Curso: _____

Set de tarjetas con números para tercera clase. (Recortar las tarjetas).

300 unidades	500 unidades	600 unidades	800 unidades
540 unidades	252 unidades	766 unidades	153 unidades
808 unidades	316 unidades	407 unidades	960 unidades

Material 6	Tercera Unidad Clase 3	Cuarto Básico	Nombre: _____ Curso: _____

Set de tarjetas con números para la tercera clase. **(Recortar las tarjetas).**

86 paquetes	200 paquetes	30 paquetes	60 paquetes
50 paquetes	64 paquetes	58 paquetes	71 paquetes
100 paquetes	120 paquetes	132 paquetes	140 paquetes

Nombre: _____

Curso: _____

Set de tarjetas para "Planteando Problemas" de la cuarta clase. Mazo 1

5	20	10	8
12	15	6	25
7	14	18	22

Set de tarjetas para "Planteando Problemas" de la cuarta clase. Mazo 2

300	500	600	143
540	50	264	60
96	120	360	960

Nombre: _____

Curso: _____

Set de tarjetas para "Planteando Problemas" de la cuarta clase.

Tablero 1

cantidad total de caramelos	caramelos en cada bolsa	número de bolsas
?	?	?

Tablero 2

cantidad total de lápices	lápices en cada estuche	número de estuches
?	?	?

Tablero 3

cantidad total de zanahorias	zanahorias en cada paquete	número de paquetes
?	?	?

Nombre: _____

Curso: _____

Tabla Pitagórica

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

Nombre: _____

Curso: _____

Tabla Pitagórica Extendida

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	1	14	15	16	17	18	19	20
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30	32	34	36	38	40
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33	36	39	42	45	48	51	54	57	60
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	44	48	52	56	60	64	68	72	76	80
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90	95	100
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60	66	72	78	84	90	96	102	108	114	120
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70	77	84	91	98	105	112	119	126	133	140
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80	88	96	104	112	120	128	136	144	152	160
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90	99	108	117	126	135	144	153	162	171	180
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150	160	170	180	190	200
11	11	22	33	44	55	66	77	88	99	110	121	132	143	154	165	176	187	198	209	220
12	12	24	36	48	60	72	84	96	108	120	132	144	156	168	180	192	204	216	228	240
13	13	26	39	52	65	78	91	104	117	130	143	156	169	182	195	208	221	234	247	260
14	14	28	42	56	70	84	98	112	126	140	154	168	182	196	210	224	238	252	266	280
15	15	30	45	60	75	90	105	120	135	150	165	180	195	210	225	240	255	270	285	300
16	16	32	48	64	80	96	112	128	144	160	176	192	208	224	240	256	272	288	304	320
17	17	34	51	68	85	102	119	136	153	170	187	204	221	238	255	272	289	306	323	340
18	18	36	54	72	90	108	126	144	162	180	198	216	234	252	270	288	306	324	342	360
19	19	38	57	76	95	114	133	152	171	190	209	228	247	266	285	304	323	342	361	380
20	20	40	60	80	100	120	140	160	180	200	220	240	260	280	300	320	340	360	380	400
21	21	42	63	84	105	126	147	168	189	210	231	252	273	294	315	336	357	378	399	420
22	22	44	66	88	110	132	154	176	198	220	242	264	286	308	330	352	374	396	418	440
23	23	46	69	92	115	138	161	184	207	230	253	276	299	322	345	368	391	414	437	460
24	24	48	72	96	120	144	168	192	216	240	264	288	312	336	360	384	408	432	456	480
25	25	50	75	100	125	150	175	200	225	250	275	300	325	350	375	400	425	450	475	500
26	26	52	78	104	130	156	182	208	234	260	286	312	338	364	390	416	442	468	494	520
27	27	54	81	108	135	162	189	216	243	270	297	324	351	378	405	432	459	486	513	540
28	28	56	84	112	140	168	196	224	252	280	308	336	364	392	420	448	476	504	532	560
29	29	58	87	116	145	174	203	232	261	290	319	348	377	406	435	464	493	522	551	580
30	30	60	90	120	150	180	210	240	270	300	330	360	390	420	450	480	510	540	570	600
31	31	62	93	124	155	186	217	248	279	310	341	372	403	434	465	496	527	558	589	620
32	32	64	96	128	160	192	224	256	288	320	352	384	416	448	480	512	544	576	608	640
33	33	66	99	132	165	198	231	264	297	330	363	396	429	462	495	528	561	594	627	660
34	34	68	102	136	170	204	238	272	306	340	374	408	442	476	510	544	578	612	646	680
35	35	70	105	140	175	210	245	280	315	350	385	420	455	490	525	560	595	630	665	700
36	36	72	108	144	180	216	252	88	324	360	396	432	468	504	540	576	612	648	684	720
37	37	74	111	148	185	222	259	296	333	370	407	444	481	518	555	592	629	666	703	740
38	38	76	114	152	190	228	266	304	342	380	418	456	494	532	570	608	646	684	722	760
39	39	78	117	156	195	234	273	312	351	390	429	468	507	546	585	624	663	702	741	780
40	40	80	120	160	200	240	280	320	360	400	440	480	520	560	600	640	680	720	760	800
41	41	82	123	164	205	246	287	328	369	410	451	492	533	574	615	656	697	738	779	820
42	42	84	126	168	210	252	294	336	378	420	462	504	546	588	630	672	714	756	798	840
43	43	86	129	172	215	258	301	344	387	430	473	516	559	602	645	688	731	774	817	860
44	44	88	132	176	220	264	308	352	396	440	484	528	572	616	660	704	748	792	836	880
45	45	90	135	180	225	270	315	360	405	450	495	540	585	630	675	720	765	810	855	900
46	46	92	138	184	230	276	322	368	414	460	506	552	598	644	690	736	782	828	874	920
47	47	94	141	188	235	282	329	376	423	470	517	564	611	658	705	752	799	846	893	940
48	48	96	144	192	240	288	336	384	432	480	528	576	624	672	720	768	816	864	912	960
49	49	98	147	196	245	294	343	392	441	490	539	588	637	686	735	784	833	882	931	980
50	50	100	150	200	250	300	350	400	450	500	550	600	650	700	750	800	850	900	950	1000

Material 11	Tercera Unidad	Cuarto Básico

Nombre: _____

Curso: _____

Cuadro de Productos

•	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	200	300	400	500	600	700	800	900
2	20	40	60	80	100	120	140	160	180	200	400	600	800	1.000	1.200	1.400	1.600	1.800
4	40	80	120	160	200	240	280	320	360	400	800	1.200	1.600	2.000	2.400	2.800	3.200	3.600
5	50	100	150	200	250	300	350	400	450	500	1.000	1.500	2.000	2.500	3.000	3.500	4.000	4.500
8	80	160	240	320	400	480	560	640	720	800	1.600	2.400	3.200	4.000	4.800	5.600	6.400	7.200

•	2	3	4	5	6	7	8	9
20	40	60	80	100	120	140	160	180
40	80	120	160	200	240	280	320	360
50	100	180	200	250	300	350	400	450
80	160	240	320	400	480	560	640	720
200	400	600	800	1.000	1.200	1.400	1.600	1.800
400	800	1.200	1.600	2.000	2.400	2.800	3.200	3.600
500	1.000	1.500	2.000	2.500	3.000	3.500	4.000	4.500
800	1.600	2.400	3.200	4.000	4.800	5.600	6.400	7.200

GOBIERNO DE CHILE
MINISTERIO DE EDUCACION