Material N° 19

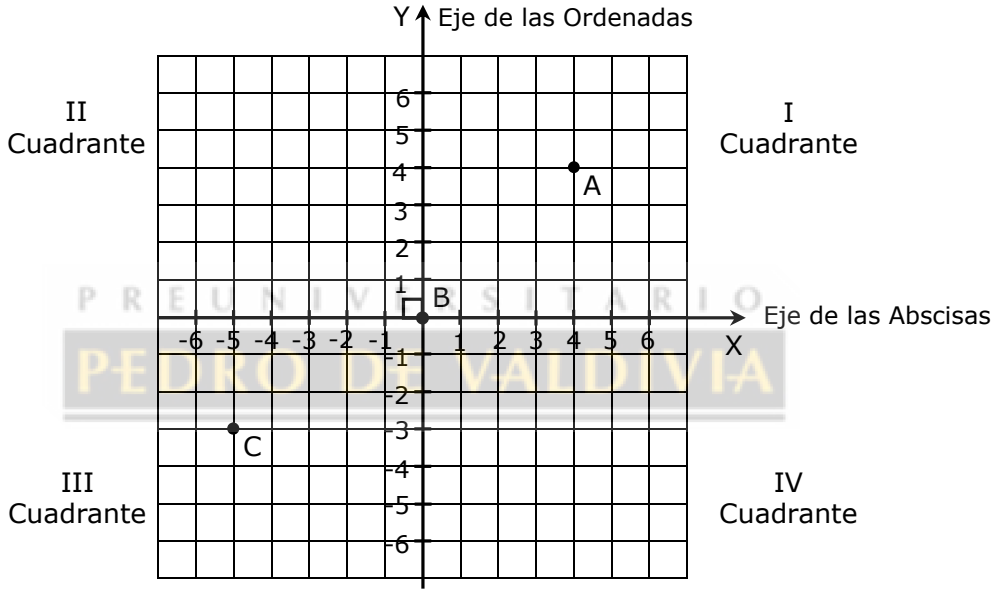
GUÍA TEÓRICO PRÁCTICA Nº 15

UNIDAD: ÁLGEBRA Y FUNCIONES

VECTORES, ISOMETRÍAS Y TESELACIONES

SISTEMA CARTESIANO ORTOGONAL

Para determinar la posición de los puntos de un plano usando coordenadas cartesianas rectangulares, se emplean dos rectas perpendiculares (ortogonales) y el punto de intersección se considera como origen.



OBSERVACIONES

- Los puntos destacados en la figura son; A = (4, 4), B = (0, 0) y C = (-5, -3)
- Los puntos que están en el eje x, tienen ordenada igual a cero. Su forma es (x, 0)
- Los puntos que están en el eje y, tienen abscisa igual a cero. Su forma es (0, y)

EJEMPLOS

1. ¿En qué cuadrante está el punto (3,0)?

   A) Primero
   B) Segundo
   C) Tercero
   D) Cuarto
   E) Ninguna de las anteriores

2. Sean **a** y **b** números enteros, de modo que **a** > **b**. Entonces, el punto **D** cuyas coordenadas son (a – b, b – a) se ubica en

A) el primer cuadrante.
B) el segundo cuadrante.
C) el origen del sistema.
D) el tercer cuadrante.
E) el cuarto cuadrante.

3. Al unir los puntos del plano (3, 0), (0, 3), (5, 0) y (0, 5) el cuadrilátero que se forma es un

A) cuadrado
B) rombo
C) rectángulo
D) romboide
E) trapecio

PREUNIVERSITARIO
PEDRO DE VALDIVIA

4. Si los puntos (3, 0), (0, 4) y (-3, 0) son vértices de un romboide, entonces el vértice que falta es el punto

A) (6, 4)
B) (-1, -4)
C) (4, 6)
D) (5, 6)
E) (-6, -4)

5. En el cuadrilátero cuyos vértices son los puntos (-5, 3), (4, 3), (2, 5) y (-3,5) se traza el segmento cuyos extremos son los puntos (3, 4) y (-4, 4). Entonces, este segmento es

A) transversal de gravedad
B) altura
C) mediana
D) bisectriz
E) simetral

VECTORES

Un vector es un segmento de recta orientado (flecha), caracterizado por

- Módulo: es la longitud del segmento
- Dirección: está dada por la recta por la cual transita el vector
- Sentido: uno de los dos sentidos dados por la recta que pasa por él (indicado por la flecha)

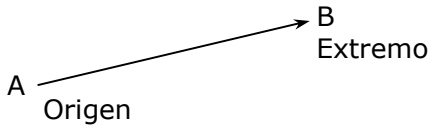


fig. 1

OBSERVACIONES

- Dos vectores son iguales si tienen igual módulo, dirección y sentido.
- Los vectores se expresan con una letra minúscula y una flecha sobre dicha letra o con dos letras mayúsculas, que indican su origen y su extremo respectivamente.
- Geométricamente para sumar dos vectores $\vec{u}$ y $\vec{v}$ hacemos lo siguiente; ponemos $\vec{v}$ a continuación de $\vec{u}$, haciendo coincidir el origen de $\vec{v}$ con el extremo de $\vec{u}$. Luego $\vec{u} + \vec{v}$ es el vector que va desde el origen de $\vec{u}$ hasta el extremo de $\vec{v}$ cuando hemos puesto $\vec{v}$ a continuación de $\vec{u}$ (fig. 2).

PREUNIVERSITARIO
PEDRO DE VALDIVIA

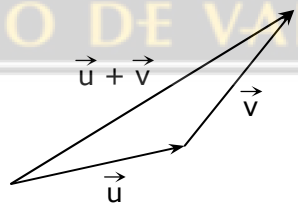


fig. 2

Dado un vector u el vector $-\vec{u}$ es el inverso aditivo de $\vec{u}$, teniendo igual módulo, dirección pero **sentido contrario**

EJEMPLO

1. ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?

   I) Dos vectores son iguales si tienen igual medida o módulo.
   II) Restar dos vectores (en ese orden) equivale a sumar el primero con el inverso aditivo del segundo vector.
   III) Dos vectores en un plano son paralelos si forman el mismo ángulo con respecto a una recta de referencia común.

   A) Sólo I
   B) Sólo II
   C) Sólo I y III
   D) Sólo II y III
   E) I, II y III

2. En la figura 3, el vector resultante de $\vec{U} + \vec{W} - \vec{V}$ tendrá la dirección y sentido indicado en

A) ←

B) ↘

C) ↑

D) ↙

E) ↗

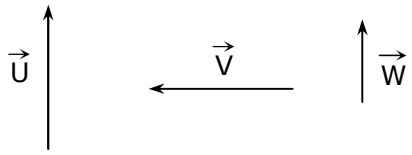


fig. 3

3. El vector $3\vec{X}$ se muestra en la figura 4, entonces el vector $-\vec{X}$ es el que se muestra en

A) ↗

B) ↘

C) →

D) ←

E) ↙

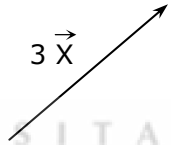


fig. 4

PREUNIVERSITARIO
PEDRO DE VALDIVIA

4. Todos los vectores mostrados en la figura 5 tienen igual dirección y son de módulo 2 unidades. El vector $\vec{X} + \vec{W}$ y el vector $\vec{Y} - \vec{Z}$, dan como resultado, respectivamente vectores de módulo

A) 0 y 0
B) 0 y 4
C) 4 y 0
D) -4 y 4
E) 0 y -4

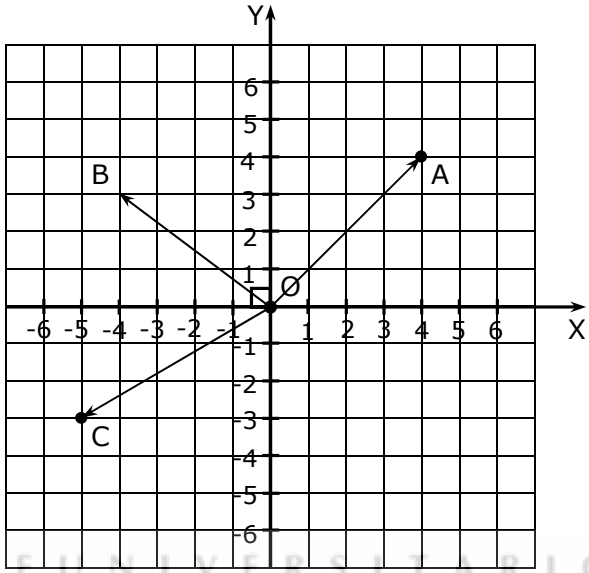
fig. 5

5. El vector $\vec{B}$ tiene la misma dirección que el vector $\vec{A}$, pero su módulo es el triple y su sentido es opuesto, entonces el vector $-\vec{A} - \vec{B}$ es igual a

A) $2\vec{A}$
B) $2\vec{B}$
C) $\vec{A}$
D) $\vec{B}$
E) $-\vec{A}$

VECTORES EN EL PLANO

Se puede establecer una relación entre las coordenadas del extremo de un vector asociándolo a un vector anclado en el origen, así a = (4, 4), b = (-4, 3) , c = (-5, -3).



PREUNIVERSITARIO
PEDRO DE VALDIVIA

DEFINICIONES

Sean $\vec{a} = (a_1, a_2)$, $\vec{b} = (b_1, b_2)$ vectores y sea **K** un número real

MÓDULO O MAGNITUD DE UN VECTOR $\boxed{|\vec{a}| = \sqrt{(a_1)^2 + (a_2)^2}}$

ADICIÓN Y SUSTRACCIÓN $\boxed{\vec{a} \pm \vec{b} = (a_1 \pm b_1, a_2 \pm b_2)}$

PONDERACIÓN POR UN ESCALAR (REAL) K $\boxed{K \cdot \vec{a} = K \cdot (a_1, a_2) = (K \cdot a_1, K \cdot a_2)}$

OBSERVACIONES

- Se definen los vectores unitarios (módulo igual a 1) $\hat{i} = (1, 0)$ y $\hat{j} = (0, 1)$, de modo que cualquier vector en el plano se puede expresar en términos de ellos (forma canónica).

$$\vec{a} = a_1 \cdot \hat{i} + a_2 \cdot \hat{j} = (a_1, a_2)$$

- Dado el vector $\overrightarrow{AB}$ no anclado en el origen, con $A(x_1, y_1)$ y $B(x_2, y_2)$, entonces:

$$\overrightarrow{AB} = (x_2 - x_1, y_2 - y_1)$$

EJEMPLOS

1. Sean $\vec{a} = (2, 3)$ y $\vec{b} = (-7, 2)$ entonces $2\vec{a} + \vec{b} =$

A) (-3, 8)
B) (5, 9)
C) (-3, -8)
D) (-10, 10)
E) (-5, 5)

2. El módulo o magnitud del vector $\vec{w} = (-1, -3)$ es igual a

A) $\sqrt{10}$
B) $\sqrt{-10}$
C) $\sqrt{4}$
D) -2
E) ninguna de las anteriores.

PREUNIVERSITARIO
PEDRO DE VALDIVIA

3. En la figura 1, OABC es un cuadrado de lado 3 cm, $\overline{OB}$ y $\overline{AC}$ son diagonales. ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?

I) $\overrightarrow{AC}$ y $\overrightarrow{OB}$ tienen igual módulo.
II) $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{OC}$
III) OB se puede representar por $3\hat{i} + 3\hat{j}$.

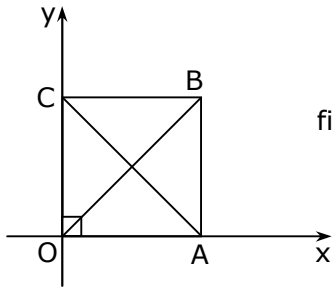


fig. 1

A) Sólo I
B) Sólo II
C) Sólo I Y II
D) Sólo II y III
E) I, II y III

4. Un vector anclado en el origen tiene módulo igual a 7 unidades, y la abscisa de su extremo es 2. ¿Cuál es la coordenada de la segunda componente, sabiendo que está ubicado en el cuarto cuadrante?

A) 5
B) $3\sqrt{5}$
C) -5
D) $-3\sqrt{5}$
E) -9

ISOMETRÍA

Se llaman transformaciones isométricas en el plano o isometrías en el plano, a aquellas funciones que se aplican a todos los puntos del plano, y que una vez aplicadas a los puntos de una figura F, la figura imagen F′ conserva todas las dimensiones, tanto lineales como angulares, de la figura primitiva F. Las isometrías más importantes son: Las **traslaciones**, las **rotaciones** y las **simetrías**.

TRASLACIONES

Las **traslaciones**, son aquellas isometrías que permiten desplazar en línea recta todos los puntos del plano. Este desplazamiento se realiza siguiendo una determinada **dirección, sentido y distancia**, por lo que toda traslación queda definida por lo que se llama su **"vector de traslación"**. Al ∆ABC de la figura 1 se le aplicó el vector traslación $\vec{t}$ obteniéndose el ∆A′B′C′.

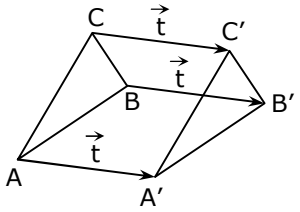


fig. 1

OBSERVACIONES

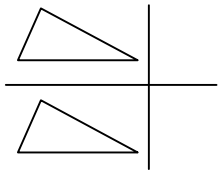
- Una figura conserva todas sus dimensiones, tanto lineales como angulares.
- Una figura jamás rota; es decir, el ángulo que forma con la horizontal no varía.
- No importa el número de traslaciones que se realicen, siempre es posible resumirlas en una única.

PREUNIVERSITARIO PEDRO DE VALDIVIA

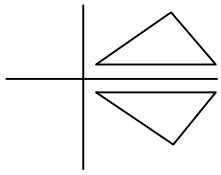
EJEMPLOS

1. ¿Cuál(es) de los siguientes casos representa(n) una traslación?

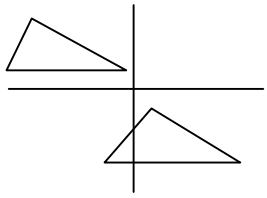
I)



II)



III)



A) Sólo I
B) Sólo II
C) Sólo III
D) Sólo I y II
E) Sólo I y III

2. En la figura 2, para trasladar el punto A al punto B se le aplicó el vector de traslación

A) T(-9, 4)
B) T(9, -4)
C) T(-9, -4)
D) T(-4, -9)
E) T(9, 4)

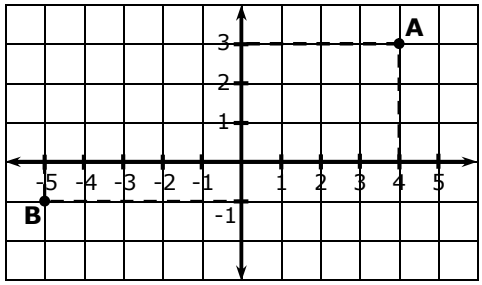


fig. 2

3. En la figura 3, ¿cuál es el vector de traslación que se aplicó al triángulo A para obtener el triángulo B?

A) (8, -4)
B) (8, 4)
C) (4, -10)
D) (10, 4)
E) (10, -4)

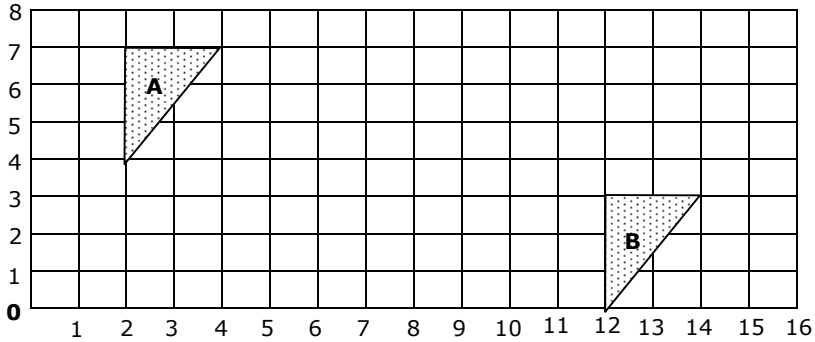


fig. 3

4. Al aplicar el vector traslación T(3,-3) a los vértices del triángulo ABC de la figura 4, resulta A_1, B_1, C_1, de coordenadas

A) $A_1(-2, 6)$; $B_1(-2, 11)$; $C_1(1, 10)$
B) $A_1(6, -2)$; $B_1(11, -2)$; $C_1(4, 7)$
C) $A_1(9, -3)$; $B_1(24, -3)$; $C_1(21, -12)$
D) $A_1(6, -2)$; $B_1(11, -2)$; $C_1(10, 1)$
E) $A_1(0, -4)$; $B_1(-5, -4)$; $C_1(-4, -7)$

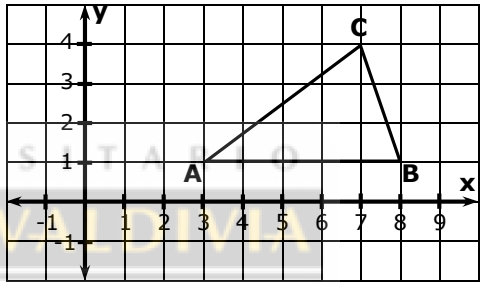


fig. 4

PREUNIVERSITARIO
PEDRO DE VALDIVIA

5. Dada la figura 5, A ha sido trasladada para obtener la figura B. ¿Cuál(es) de las afirmaciones siguientes es (son) **falsa(s)**?

I) El vector de traslación fue T(-7, 3).
II) Las figuras A y B tienen áreas distintas.
III) Al aplicar a la figura A el vector de traslación $T_1(-1, -6)$ y a continuación aplicar el vector de traslación $T_2(-6, 9)$, se obtiene la figura B.

A) Sólo I
B) Sólo II
C) Sólo I y III
D) Sólo II y III
E) I, II y III

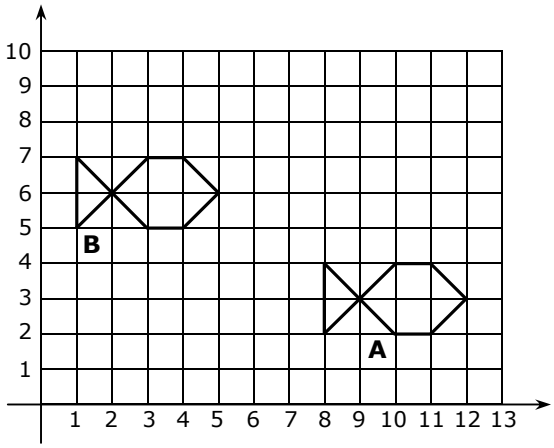


fig. 5

ROTACIONES

Las **rotaciones**, son aquellas isometrías que permiten girar todos los puntos del plano. Cada punto gira siguiendo un arco que tiene un centro y un ángulo bien determinados, por lo que toda rotación queda definida por su **centro de rotación** y por su **ángulo de giro.** Si la rotación se efectúa en sentido contrario a como giran las manecillas del reloj, se dice que la rotación es **positiva o antihoraria**; en caso contrario, se dice que la rotación es **negativa** u **horaria.**

Al segmento AB de la figura 1, se le aplicó una rotación de centro O y ángulo de giro de 180º.

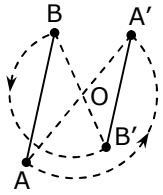


fig. 1

OBSERVACIONES

- Una rotación con centro P y ángulo de giro α, se representa por R (P, α). Si la rotación es negativa, se representa por R (P, -α).
- El centro de rotación se mantiene invariante ante una rotación.
- Si rotamos el punto (x, y) con respecto al origen 0(0, 0) en un ángulo de giro de 90º, 180º, 270º ó 360º, las coordenadas de los puntos obtenidos están dados en la siguiente tabla.

Punto Inicial	R (0, 90º)	R (0, 180º)	R (0, 270º)	R (0, 360º)
(x, y)	(-y, x)	(-x, -y)	(y , -x)	(x , y)

PREUNIVERSITARIO PEDRO DE VALDIVIA

EJEMPLOS

1. ¿Cuál de las siguientes alternativas representa una rotación de la figura 2 en 45º con centro p?

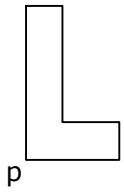
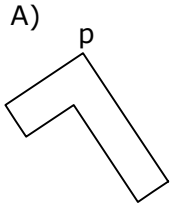
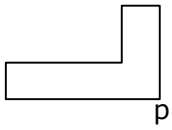
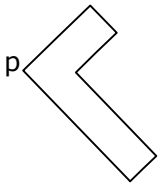
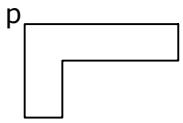


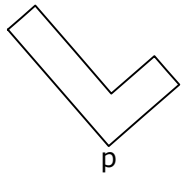
fig. 2

A)


B)


C)


D)


E)


2. Al aplicar una rotación de centro en el origen y ángulo de giro de 270º, en sentido antihorario, al punto A = (-2,7), se obtiene el punto A' cuyas coordenadas son

A) (2, 7)
B) (-2, -7)
C) (7, -2)
D) (7, 2)
E) (-7, -2)

3. En el plano cartesiano de la figura 3, al rotar el triángulo de vértices A, B y C en 180º con centro en (0, 0), se obtiene otro triángulo de vértices

A) A′(4, -5), B′(-6, -4), C(2, 2)
B) A′(4, -5), B′(6, -4), C(-2, 2)
C) A′(5, 4), B′(-4, -6), C(2, 2)
D) A′(-4, 5), B′(6, 4), C(-2, 2)
E) A′(4, 5), B′(-6, 4), C(-2, -2)

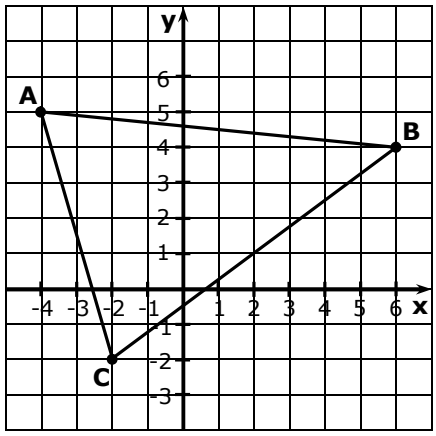


fig. 3

4. Al rotar el ∆ABC de la figura 4, con centro en el origen O y un ángulo de 90º, se obtendrá un ∆A′B′C′ cuyos vértices son

	A′	B′	C′
A)	(1, -4)	(1, -1)	(4, -2)
B)	(-1, 4)	(-1, 1)	(-4, 2)
C)	(-1, -4)	(-1, -1)	(-4, -2)
D)	(4, 1)	(1, 1)	(2, 4)
E)	(4, -1)	(1, -1)	(2, -4)

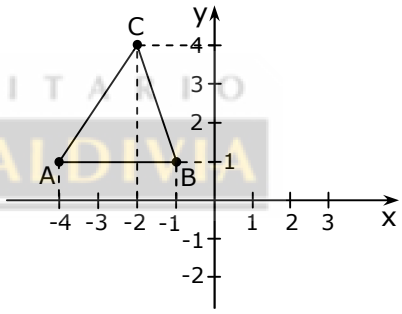


fig. 4

PREUNIVERSITARIO PEDRO DE VALDIVIA

5. Si al paralelogramo de vértices A(-3, -3), B(-1, -2), C(-1, -1) y D(-3, -2), se le aplica la rotación con respecto al origen R(0, 270º) se transforma en el paralelogramo A′B′C′D′, y a éste se le aplica la traslación T(1, 0), se obtiene el paralelogramo A′′B′′C′′D′′, cuyos vértices son

	A′′	B′′	C′′	D′′
A)	(-2, 3)	(-1, 1)	(0, 1)	(-1, 3)
B)	(-3, 3)	(-2, 1)	(-1, 1)	(-2, 3)
C)	(-2, -3)	(-1, -1)	(0, -1)	(-1, -3)
D)	(-2, -3)	(0, -2)	(0, -1)	(-2, -2)
E)	(-3, 2)	(-2, 0)	(-1, 0)	(-2, 2)

TRANSFORMACIONES ISOMÉTRICAS EN EL PLANO

SIMETRÍAS

Las **simetrías** o **reflexiones**, son aquellas transformaciones isométricas que invierten los puntos y figuras del plano. Esta reflexión puede ser respecto de un punto (**simetría central**) o respecto de una recta (**simetría axial**).

SIMETRÍA CENTRAL

Dado un punto fijo O del plano, se llama **simetría (reflexión) con respecto a O** a aquella isometría que lleva cada punto P del plano a una posición P' de modo que P' está en la recta OP, a distinto lado con respecto a O, y $\overline{OP} = \overline{OP'}$. El punto O se llama **centro de la simetría** y P, P' puntos **correspondientes u homólogos** de la simetría.
La figura 1 muestra un triángulo simétrico con respecto a O

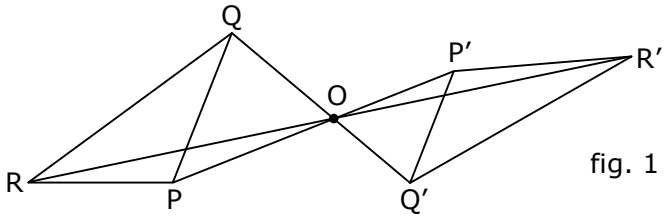


fig. 1

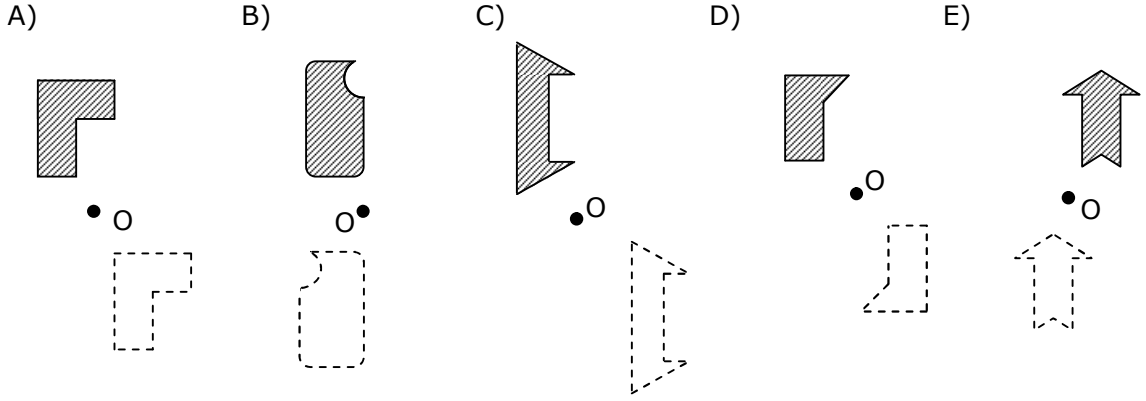
$\overline{OP} = \overline{OP'}$
$\overline{OQ} = \overline{OQ'}$
$\overline{OR} = \overline{OR'}$

OBSERVACIONES

- Una simetría (reflexión) respecto de un punto O equivale a una **rotación** en 180º de centro O.
- Los trazos de la figura original son paralelos con los trazos homólogos de la figura transformada.
- El sentido de la figura no cambia respecto al giro de las manecillas del reloj.
- Todo punto del plano cartesiano A(x, y) tiene su simétrico A'(-x, -y) con respecto al origen O(0, 0).

EJEMPLOS

1. Mediante una **reflexión con respeto a O,** la figura sombreada se **reflejó** en la figura punteada. Esto se verifica mejor en



2. En el plano cartesiano de la figura 2, al trazo $\overline{AB}$ se le aplica una simetría central con respecto a un punto, y se obtiene como imagen $\overline{A'B'}$. ¿Cuál es el punto?

A) M
B) N
C) P
D) Q
E) R

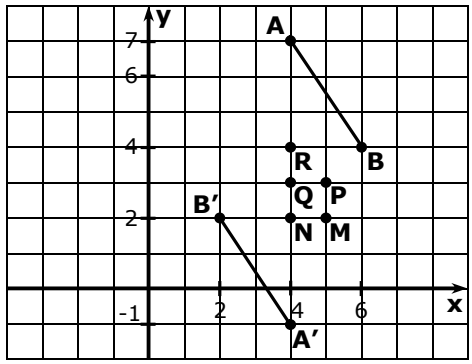


fig. 2

3. Al segmento AB de la figura 3, se le aplica una simetría (reflexión) con respecto al punto P, resultando un segmento A'B', entonces las coordenadas de B' son

A) (2, 2)
B) (2, 5)
C) (5, 2)
D) (2, 3)
E) (2, -1)

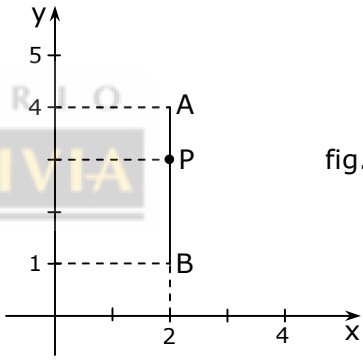


fig. 3

PREUNIVERSITARIO
PEDRO DE VALDIVIA

4. Al triángulo de vértices A(2, 1), B(1, -2) y C(-3, -1) de la figura 4, se le aplica una simetría central con respecto al origen O(0,0). ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?

I) La abscisa de B se transforma en -1.
II) El origen refleja a A en A'(2, -1).
III) $\overline{AB}$ // $\overline{A'B'}$, $\overline{AC}$ // $\overline{A'C'}$ y $\overline{BC}$ // $\overline{B'C'}$

A) Sólo I
B) Sólo I y II
C) Sólo I y III
D) Sólo II y III
E) I, II y III

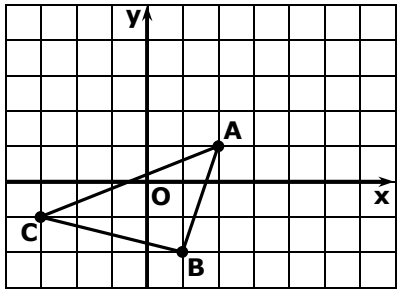


fig. 4

SIMETRÍA AXIAL

Dada una recta fija L del plano, se llama **simetría axial con respecto a L** o **reflexión con respecto a L,** a aquella isometría tal que, si P y P' son puntos homólogos con respecto a ella, $\overline{PP'} \perp L$ y, además, el punto medio de $\overline{PP'}$ está en L. La figura 1, muestra dos triángulos simétricos respecto de L.

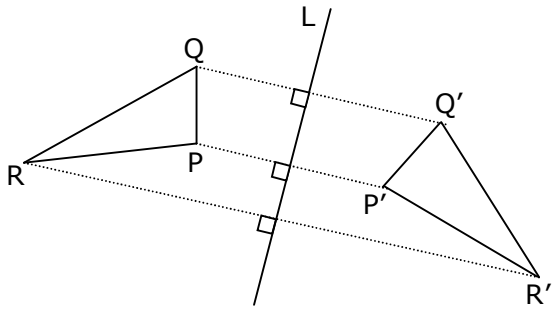


fig. 1

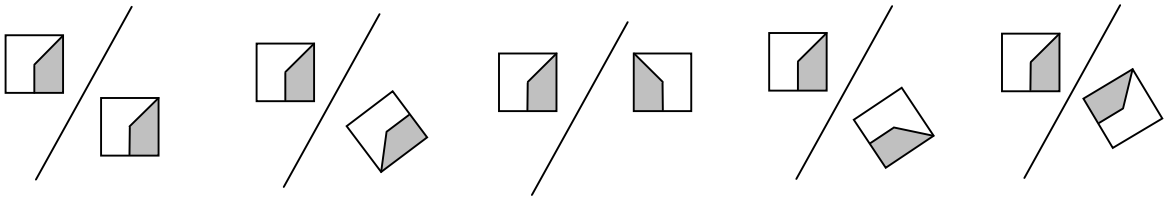
OBSERVACIONES

- En una simetría axial, las figuras cambian de sentido respecto del giro de las manecillas del reloj.
- No es posible superponer, mediante traslaciones y/o rotaciones, los triángulos congruentes PQR y P´Q´R´.
- Los puntos de la recta L permanecen invariantes ante esta reflexión.
- Todo punto del plano cartesiano A (x, y) tiene un simétrico A' (x, -y) con respecto al eje de las abscisas y un simétrico A" (-x , y) con respecto al eje de las ordenadas.

EJEMPLOS

1. ¿En cuál de los siguientes casos se verifica mejor una **simetría axial** con respecto a L?

A) B) C) D) E)



2. ¿Cuáles son la coordenadas del punto simétrico del punto R(-a, -b), con respecto al eje de las abscisas, si **a** y **b** son distintos de cero?

A) (a, b)
B) (a, -b)
C) (-a, b)
D) (-b, a)
E) (b, -a)

3. Al triángulo ABC de la figura 2, se le aplica una simetría (reflexión) respecto a la recta L (L // Eje y). Entonces, las coordenadas del vértice C se transforman en

A) (-7, -2)
B) (-7, 2)
C) (-3, -2)
D) (-3, 2)
E) (3, 2)

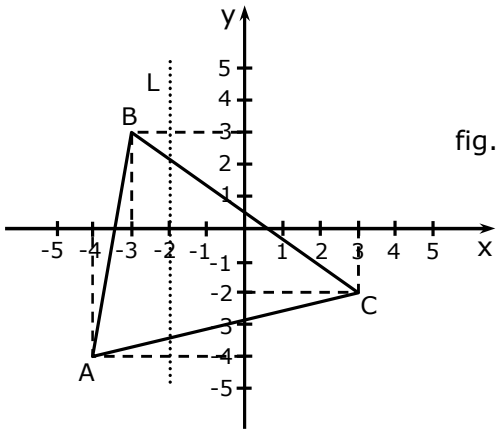


fig. 2

4. En la figura 3, PQRS es un cuadrado simétrico al cuadrado P' Q' R' S' con respecto al eje **y**. ¿Cuáles son las coordenadas del punto de intersección de las diagonales del cuadrado P' Q' R' S'?

A) (2, -4)
B) (4, 2)
C) (-5, 2)
D) (-4, -2)
E) (-4, 2)

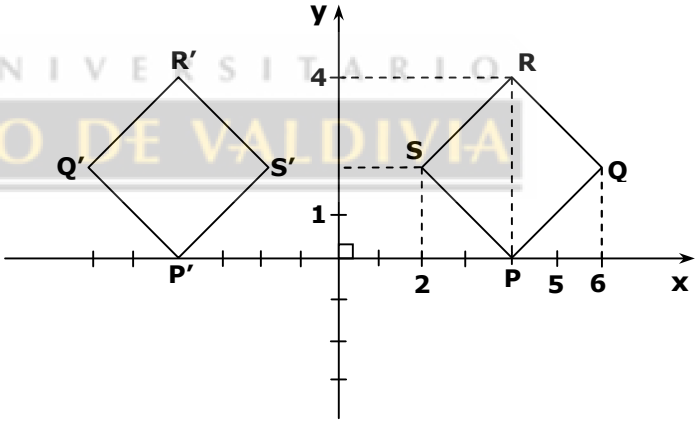


fig. 3

5. Si aplicamos una **simetría axial** con respecto al eje x al trazo $\overline{AB}$ de la figura 4, el punto A se trasforma en el punto A' de ordenadas **a**, y si luego aplicamos una simetría central con respecto al **origen de coordenadas** al trazo transformado $\overline{A'B'}$, obtenemos el trazo $\overline{A''B''}$ cuyo punto B'' tiene abscisas b. Luego a + b =

A) -2
B) 0
C) -1
D) 1
E) 2

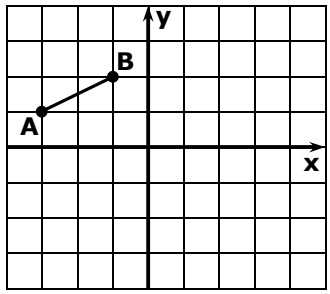
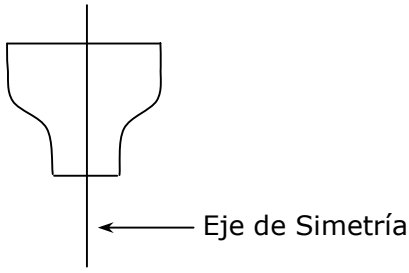


fig. 4

EJE DE SIMETRÍA

Es aquella recta que atraviesa una figura dividiéndola en dos partes simétricas con respecto a la recta.



OBSERVACIONES

- Existen figuras que no tienen eje de simetría.
- Existen figuras que tienen sólo un eje de simetría.
- Existen figuras que tienen más de un eje de simetría.
- La circunferencia tiene infinitos ejes de simetría.

EJEMPLOS

1. ¿Cuántos ejes de simetría tiene un cuadrado?

   A) Uno
   B) Dos
   C) Cuatro
   D) Ocho
   E) Infinitos

2. ¿Cuántos ejes de simetría tiene la letra z?

   A) Ninguno
   B) Uno
   C) Dos
   D) Tres
   E) Cuatro

3. ¿Cuántos ejes de simetría tiene un triángulo equilátero?

   A) Uno
   B) Dos
   C) Tres
   D) Seis
   E) Ninguno

4. ¿Cuántos ejes de simetría tiene un hexágono regular?

   A) 3
   B) 6
   C) 9
   D) 12
   E) 15

PREUNIVERSITARIO
PEDRO DE VALDIVIA

TESELACIÓN DEL PLANO

Es la entera división del plano mediante la repetición de una o más figuras que encajan perfectamente unas con otras, sin superponerse ni dejando espacios vacíos entre ellas. Esta partición del plano suele llamarse también **mosaico** o **embaldosado**. Las figuras siguientes muestran teselaciones del plano.

fig. 1

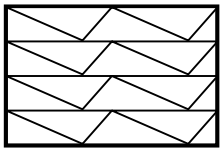


fig. 2

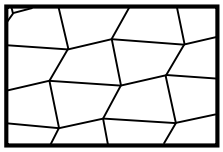


fig. 3

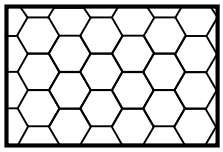


fig. 4

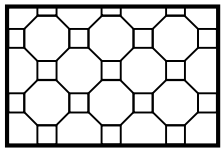


fig. 5

OBSERVACIONES

- Todos los triángulos y todos los cuadriláteros teselan por si mismo el plano. (fig. 1)
- Los únicos polígonos regulares que teselan por si mismo el plano son: el triángulo equilátero, el cuadrado y el hexágono regular, ya que en estos polígonos sus ángulos interiores son divisores de 360.
- Si queremos teselar el plano utilizando dos o más polígonos, es necesario que en cada vértice la suma de todos los ángulos sea 360º (fig. 2).
- El artista holandés Maurits Escher realizó notables teselaciones (fig. 5).

EJEMPLOS

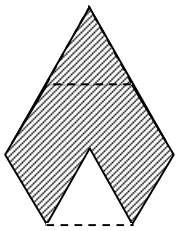
PREUNIVERSITARIO
PEDRO DE VALDIVIA

1. Es imposible teselar el plano utilizando solamente un

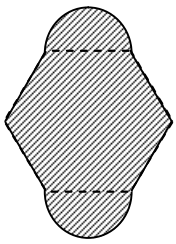
   A) Deltoide
   B) Romboide
   C) Trapezoide
   D) Pentágono regular
   E) Hexágono regular

2. Las siguientes figuras (baldosas) están construidas a partir de un hexágono regular. Si los sacados y/o agregados son congruentes en cada figura, ¿con la repetición de cuál(es) de ellas es posible embaldosar un patio?

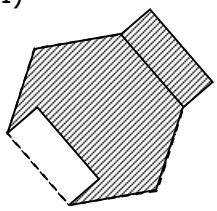
I)



II)



III)



   A) Sólo con I
   B) Sólo con III
   C) Sólo con I o con II
   D) Sólo con I o con III
   E) Con I, con II o con III

EJERCICIOS

1. En la figura 1, ¿cuáles de los cuadriláteros numerados son una traslación del cuadrilátero achurado?

A) 4, 14 y 10
B) 6, 8 y 12
C) 6, 10 y 12
D) 10, 12 y 14
E) 1, 6 y 14

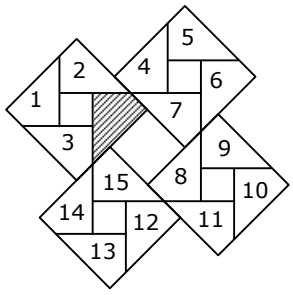


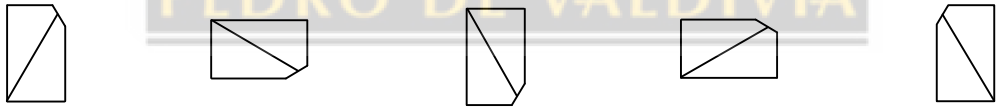
fig. 1

2. Al aplicar una **rotación de centro O** y ángulo de giro de **180º** a la figura 2, se obtiene

fig. 2

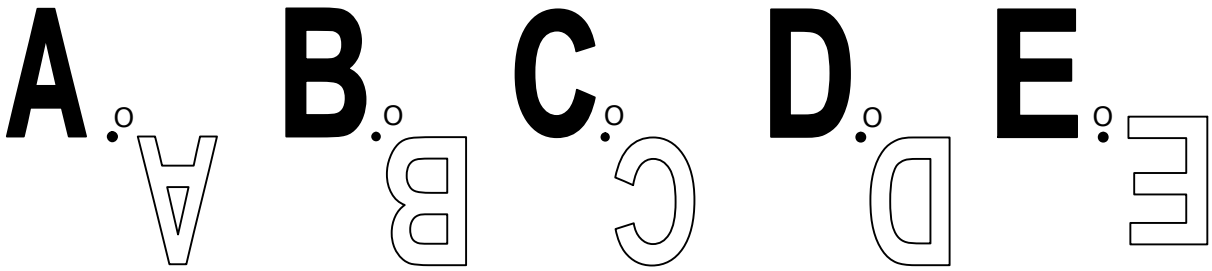
PREUNIVERSITARIO
PEDRO DE VALDIVIA

A) B) C) D) E)

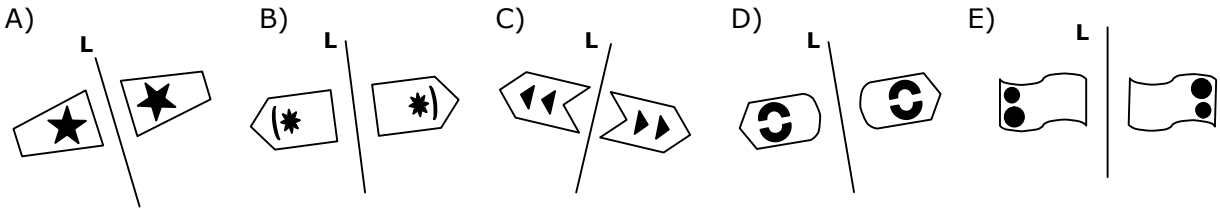


3. Mediante una simetría central con respecto a O, la figura sombreada se reflejó en la figura no sombreada. Esto **no** es cierto en

A) B) C) D) E)



4. ¿En cuál de las siguientes figuras **no** se muestra una **simetría (reflexión) con respecto a la recta L**?



5. ¿Qué figura se obtiene al aplicar una **rotación de centro O** y un ángulo de giro de 90º, en sentido antihorario, a la figura 3?

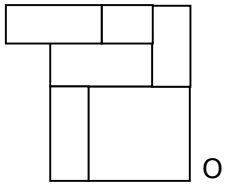
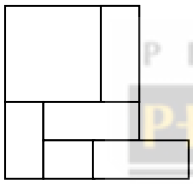
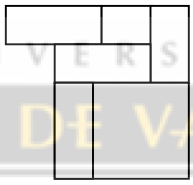


fig. 3

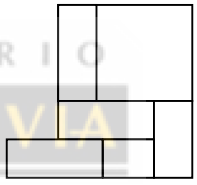
A)



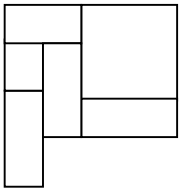
B)



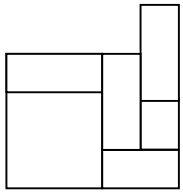
C)



D)



E)



PREUNIVERSITARIO
PEDRO DE VALDIVIA

6. Viajando en un automóvil miro por el espejo retrovisor y con dificultad leo la patente del vehículo tras de mi; CE 3745. ¿Qué símbolos son los que veo por el espejo?

A) CE 37 45
B) 54 73 EC
C) 54 73 EC
D) EC 37 45
E) 54 73 EC

7. ¿Cuántos ejes de simetría tiene un rectángulo?

A) Uno
B) Dos
C) Cuatro
D) Ocho
E) Infinitos

8. En la figura 4, hay un triángulo rectángulo isósceles con un rombo.

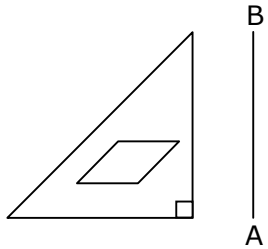
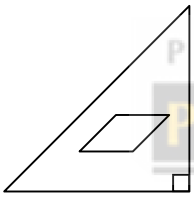
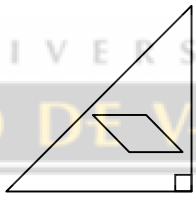
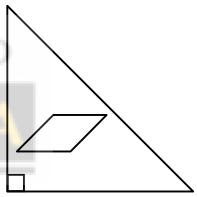


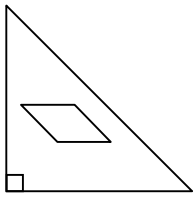
fig. 4

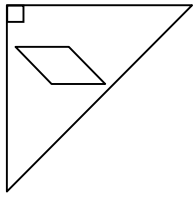
¿Cuál de las siguientes opciones representa mejor una simetría axial de la figura con respecto a $\overline{AB}$?

A)


B)


C)


D)


E)


PREUNIVERSITARIO
PEDRO DE VALDIVIA

9. En la figura 5, A, B, C y D son los vértices de un cuadrilátero. ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?

I) $(\overrightarrow{DB} + \overrightarrow{BA})$ es igual a $\overrightarrow{DA}$.
II) $(\overrightarrow{DB} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC})$ es igual a $\overrightarrow{CD}$.
III) $(\overrightarrow{DB} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD})$ es el vector nulo.

A) Sólo I
B) Sólo II
C) Sólo I y III
D) Sólo II y III
E) I, II y III

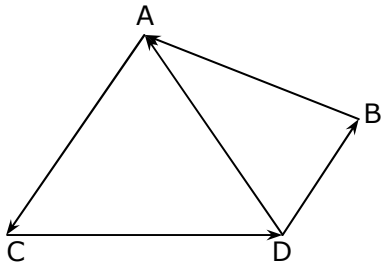


fig. 5

10. El cuadrado ABCD de la figura 6 ha sido transformado, mediante un vector **traslación,** en el cuadrado achurado. ¿Cuál(es) de las afirmaciones siguientes es (son) verdadera(s)?

I) El vector **traslación** fue $T_{(2,0)}$.
II) Los puntos B y C permanecen invariantes (que no se mueven).
III) El área del cuadrado permanece constante.

A) Sólo I
B) Sólo I y II
C) Sólo I y III
D) Sólo II y III
E) I, II y III

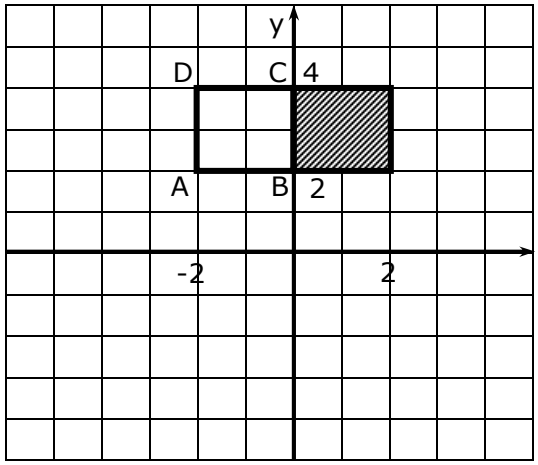


fig. 6

11. Un triángulo ABC tiene coordenadas A(3, -4), B(3, 5) y C(-2, 5). Si se aplica una traslación según el vector (p, q) y las nuevas coordenadas de A son A'(7, 5), ¿cuál(es) de las siguientes afirmaciones es(son) verdadera(s)?

PEDRO DE VALDIVIA

I) (p, q) = (4, 9)
II) B' = (7, 14)
III) C' = (2, 13)

A) Sólo I
B) Sólo II
C) Sólo I y II
D) Sólo II y III
E) I, II y III

12. En el plano cartesiano luego de aplicar la traslación $T_1(-8, 1)$ al triángulo ABC de vértices A(14, 3), B(16, 3) y C(16, 0) se trasforma en el $\Delta A'B'C'$, y a éste se le aplica $T_2(-5, 1)$ obteniéndose el $\Delta A''B''C''$ cuyo vértices C'' es

A) (8, 1)
B) (11, 1)
C) (24, 1)
D) (29, 2)
E) (3, 2)

13. Si v = 3i – 5j y w= -2i + 3j, entonces la magnitud del vector $\vec{v} - \vec{w}$ es igual a

A) $\sqrt{5}$
B) $\sqrt{13}$
C) $\sqrt{5} - \sqrt{13}$
D) $\sqrt{13} - \sqrt{5}$
E) $\sqrt{89}$

14. Al rotarlo en 180º y con centro en el origen de coordenadas, el romboide ABCD de la figura 7 se transforma en el romboide de la alternativa.

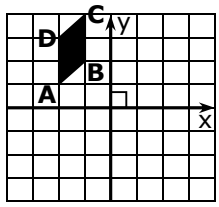
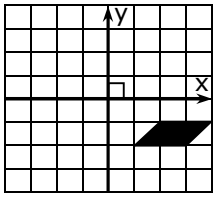
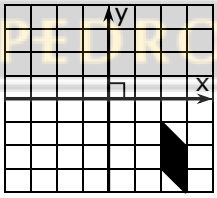


fig. 7

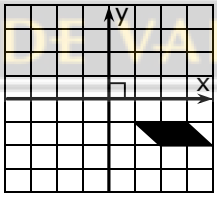
A)



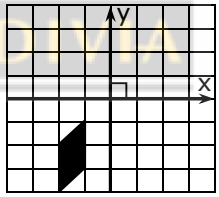
B)



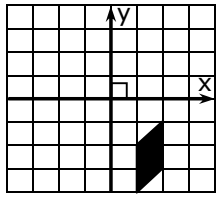
C)



D)



E)



PREUNIVERSITARIO PEDRO DE VALDIVIA

15. A todos los puntos del plano cartesiano (fig. 8) se les aplica una **simetría (reflexión) con respecto al punto E** de coordenadas (2, 3). ¿Cuáles son las coordenadas del punto homólogo de B?

A) (1, -1)
B) (1, 0)
C) (1, 3)
D) (2, -1)
E) (0, 1)

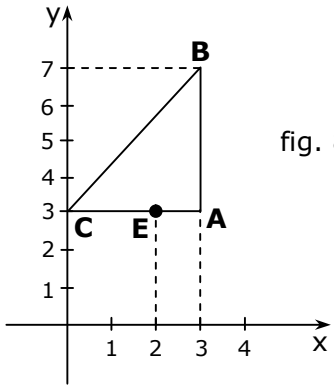


fig. 8

16. En la figura 9, ¿cuál es el punto simétrico del punto A(-1, -3) con respecto a la recta x = 4?

A) (-1, 3)
B) (8, 3)
C) (8, -3)
D) (9, 3)
E) (9, -3)

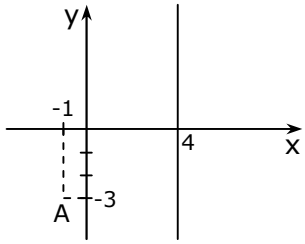


fig. 9

17. Se sabe que vector tiene origen en (0, 0) y las componentes de su extremo son iguales, además el módulo de dicho vector es 3, las componentes del extremo del vector puede ser

A) $\left(\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right)$
B) $\left(-\frac{3\sqrt{2}}{2}, -\frac{3\sqrt{2}}{2}\right)$
C) $\left(\frac{3\sqrt{2}}{2}, -\frac{3\sqrt{2}}{2}\right)$
D) $(1, \sqrt{8})$
E) $\left(-\frac{3\sqrt{2}}{2}, \frac{3\sqrt{2}}{2}\right)$

PREUNIVERSITARIO
PEDRO DE VALDIVIA

18. A todos los puntos del plano cartesiano de la figura 10, se les aplica una **simetría central respecto al origen de coordenadas**. ¿Cuáles son las coordenadas del punto de intersección de las diagonales del cuadrado imagen A'B'C'D'?

A) (4, 3)
B) (-4, -3)
C) (4, -3)
D) (-3, 4)
E) (-3, -4)

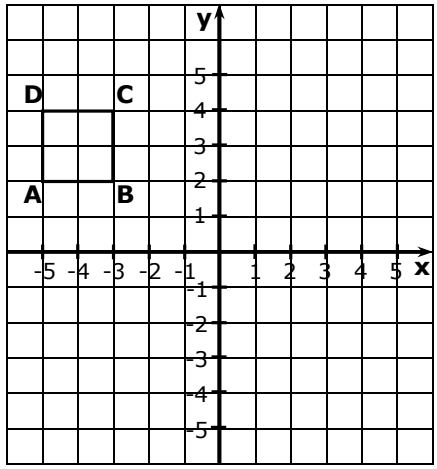


fig. 10

19. El trazo de la figura 11 intersecta a los ejes en los puntos (3, 0) y (0, 6).

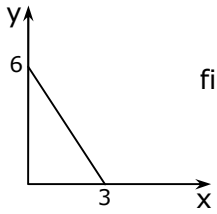
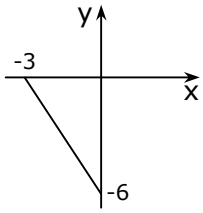


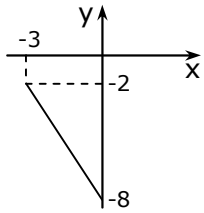
fig. 11

Si al trazo se le realiza primero una rotación en 180º con respecto al origen (0, 0), y después un desplazamiento de 2 unidades hacia abajo, ¿cuál de los siguientes gráficos representa mejor esta situación?

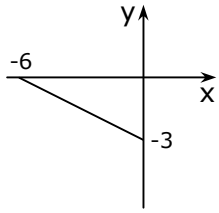
A)



B)

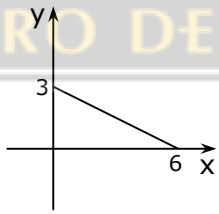


C)

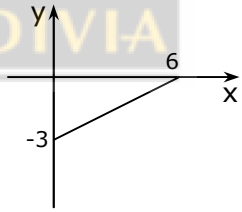


PREUNIVERSITARIO
PEDRO DE VALDIVIA

D)



E)



20. En una simetría axial, ¿cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?

I) Las figuras cambian de sentido respecto al giro de las manecillas del reloj.
II) Es posible superponer mediante la traslación y/o rotación las figuras.
III) Las figuras obtenidas son congruentes.

A) Sólo I
B) Sólo II
C) Sólo I y II
D) Sólo I y III
E) I, II y III

21. Al triángulo de la figura 12 se le aplica la traslación T(1, 1) y a continuación, al triángulo transformado, se le aplica la rotación R(0, 180º), entonces la figura resultante es

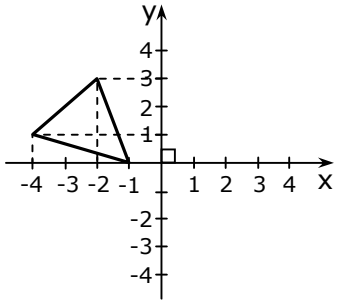
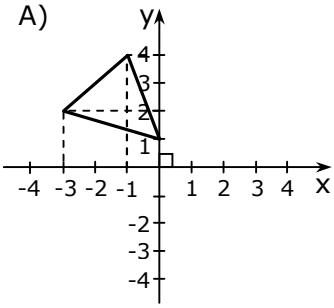
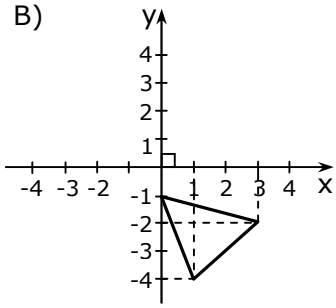


fig. 12

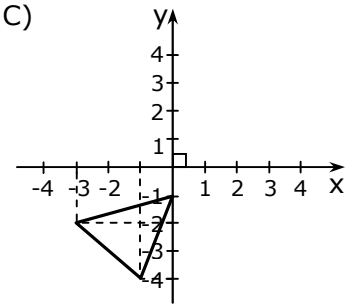
A)



B)

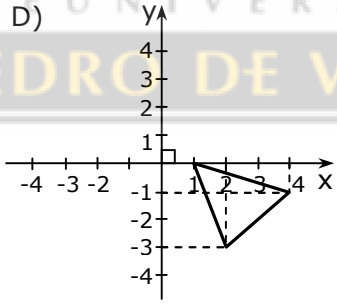


C)

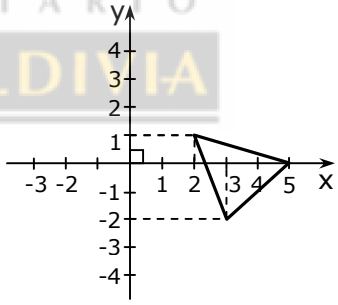


PREUNIVERSITARIO
PEDRO DE VALDIVIA

D)

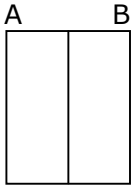


E)

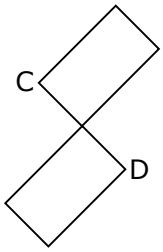


22. Sobre los segmentos $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ y $\overline{EF}$ se han construido rectángulos congruentes, como se muestra en las figuras que aparecen en (I), en (II) y en (III). ¿Cuáles de estas figuras tienen sólo un eje de simetría?

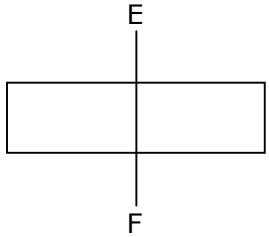
I)



II)



III)



A) Sólo I y II
B) Sólo I y III
C) Sólo II y III
D) I, II y III
E) Ninguna de ellas

23. ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s) con respecto al hexágono regular de la figura 13?

I) Al aplicar la rotación R(0, -240º), el vértice A coincide con la posición que ocupaba el vértice C.
II) Al aplicar la rotación R(0, 180º), el vértice B coincide con la posición que ocupaba el vértice E.
III) Al aplicar dos rotaciones, R(0, 240º) y a continuación R(0, 120º), los vértices coinciden con sus posiciones originales.

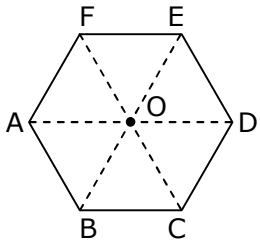
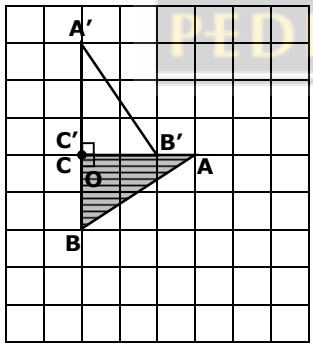


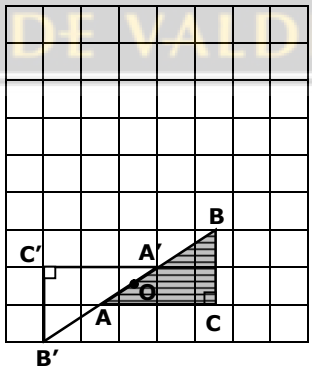
fig. 13

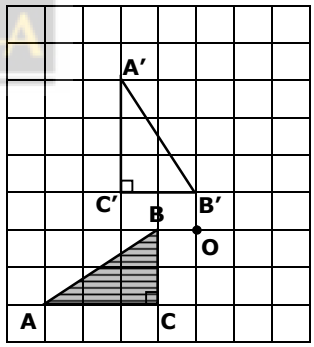
A) Sólo I
B) Sólo III
C) Sólo I y II
D) Sólo II y III
E) I, II y III

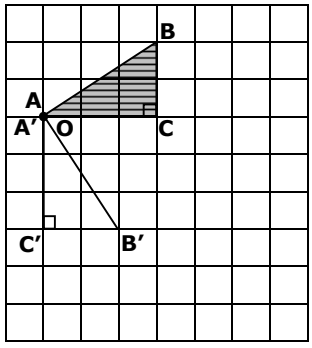
24. Mediante una **rotación de centro O** y ángulo de 90º (en cualquier sentido), el ∆ABC ocupa la posición A' B' C'. Esto **no** se cumple en

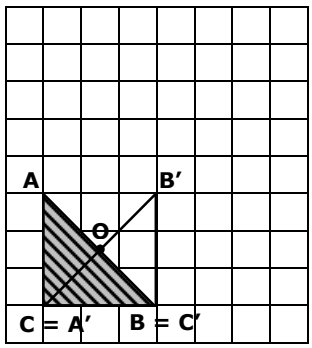
PREUNIVERSITARIO
PEDRO DE VALDIVIA

A)


B)


C)


D)


E)


25. En el plano cartesiano de la figura 14, a partir del pentágono (A), ¿cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?

I) Su se aplica una simetría axial respecto al eje de las ordenadas se obtienen el pentágono (D).
II) El pentágono (B) se obtienen al aplicar una traslación y una rotación adecuada.
III) El pentágono (C) se obtiene al aplicar una simetría central con respecto al origen de coordenadas.

A) Sólo I
B) Sólo II
C) Sólo I y III
D) I, II y III
E) Ninguna de ellas

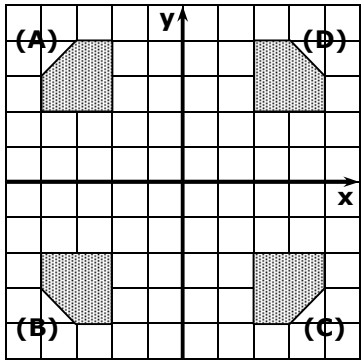


fig. 14

26. Luego de aplicar la rotación R(0, -90º) al triángulo equilátero ABC de la figura 15, se transforma en el ∆A'B'C', cuyo vértice C' es

A) (2, 0)
B) $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, 0\right)$
C) $(0, \sqrt{3})$
D) $(\sqrt{3}, 0)$
E) $(-\sqrt{3}, 0)$

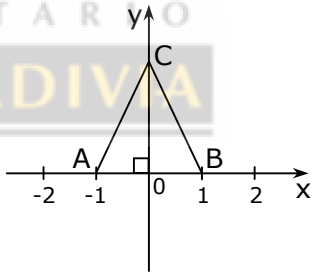


fig. 15

27. En el plano cartesiano de la figura 16, se ha dibujado un rectángulo de vértices A(3, -1), B(6, -1), C(6, 1) y D(3, 1) y una recta L que bisecta al 1er y 3er cuadrantes. Si efectuamos una reflexión (simetría axial) de los puntos de este plano con respecto a L, ¿cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?

I) Las coordenadas del punto homólogo de A son A'(-1, 3).
II) Las diagonales del rectángulo imagen A'B'C'D' se intersectan en el punto $\left(0, \frac{9}{2}\right)$.
III) Esta transformación de ABCD en A'B'C'D' pudo efectuarse mediante traslaciones y rotaciones adecuadas.

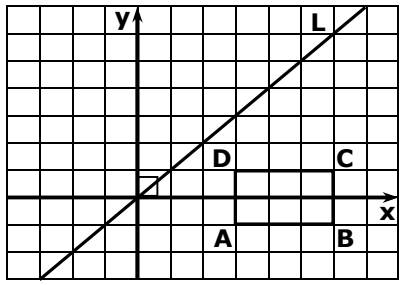


fig. 16

A) Sólo I
B) Sólo I y II
C) Sólo I y III
D) I, II y III
E) Ninguna de ellas.

28. Al romboide ABCD de la figura 17 se le ha trazado las diagonales y numerado los cuatro triángulos que se generan. ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?

I) El Δ**1** es una **simetría (reflexión)** centro en P del Δ**3**.
II) El Δ**2** es una **rotación** de 180º y centro P del Δ**4**.
III) El ΔABC es una **simetría (reflexión)** del ΔCDA cuyo eje de simetría pasa por $\overline{AC}$.

A) Sólo I
B) Sólo I y II
C) Sólo I y III
D) Sólo II y III
E) I, II y III

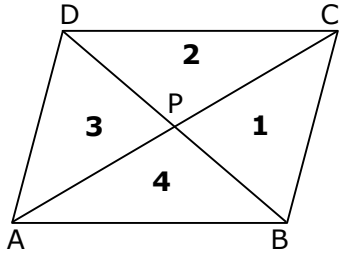
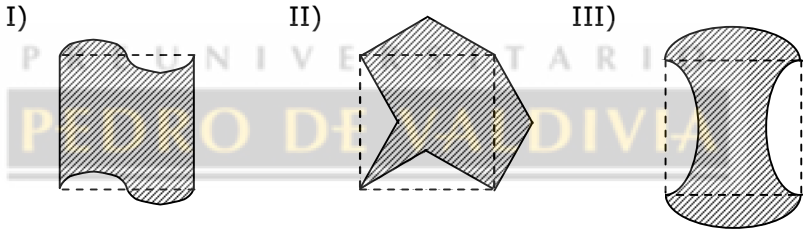


fig. 17

29. Las siguientes figuras están construidas a partir de un cuadrado. Si los sacados y agregados son congruentes en cada figura, ¿con la repetición de cual(es) de ellas es posible teselar el plano?



A) Sólo con I
B) Sólo con II
C) Sólo con I o con II
D) Sólo con I o con III
E) Con I, con II o con III

30. En la figura 18, el cuadrado ABCD es simétrico (reflejo) con el cuadrado EFGH respecto a L. Entonces, ¿cuáles de las siguientes proposiciones es (son) **siempre** verdadera(s)?

I) $\overline{AC}$ // $\overline{EG}$
II) $\Delta DBH \cong \Delta GEC$
III) $\overline{AF} \perp L$

A) Sólo II
B) Sólo III
C) Sólo I y II
D) Sólo II y III
E) I, II y III

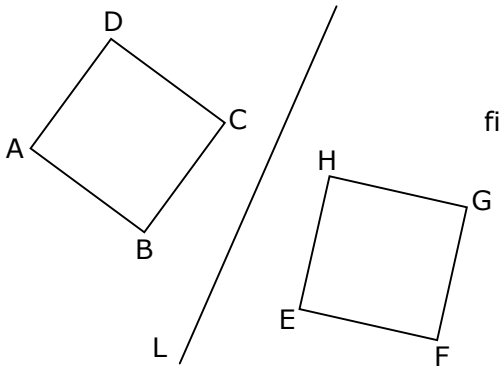
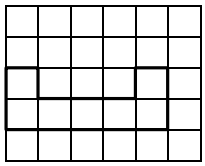
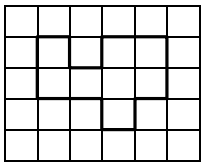
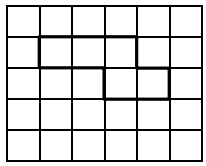


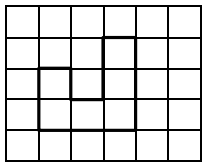
fig. 18

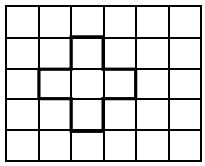
31. Es imposible teselar el plano con la figura de la alternativa

A) 

B) 

C) 

D) 

E) 

32. En el sistema cartesiano se le aplicó una **traslación** al segmento AB obteniéndose el segmento A' B'. Se puede determinar el **vector de traslación** si :

(1) Se conocen las coordenadas de A y B'.

(2) Se conocen las coordenadas de B y A'.

A) (1) por sí sola
B) (2) por sí sola
C) Ambas juntas, (1) y (2)
D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
E) Se requiere información adicional

33. En el sisitema cartesiano de origen O, ¿cuáles son las soordenadas del punto P(x, y)?

(1) Si al punto P se le aplica la rotación R(0, 180º) se obtiene el punto (-4, 5).

(2) Si al punto P se le aplica la traslación T(-2, -3) y a continuación la rotación R(0, 90º) se obtienen el punto (8, 2).

A) (1) por sí sola
B) (2) por sí sola
C) Ambas juntas, (1) y (2)
D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
E) Se requiere información adicional

34. En la figura 19, se cumple que $\Delta ABC \cong \Delta A'B'C'$. El $\Delta A'B'C'$ es una imagen de simetría axial, con respecto a la recta L del ΔABC, si :

(1) $L \perp \overline{AA'}$ y $L \perp \overline{BB'}$

(2) $\overline{BP} = \overline{B'P}$, $\overline{AQ} = \overline{A'Q}$ y $\overline{CR} = \overline{C'R}$

A) (1) por sí sola
B) (2) por sí sola
C) Ambas juntas, (1) y (2)
D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
E) Se requiere información adicional

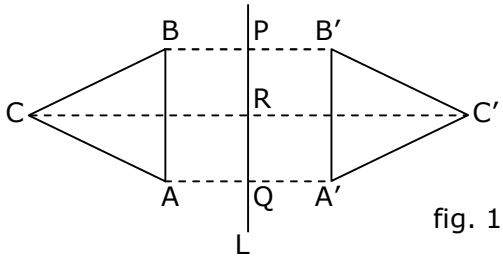


fig. 19

35. En la figura 20, ABCD es un cuadrilátero y P es el punto de intersección de las diagonales. El triángulo ABP es una **simetría (reflexión)** del triángulo CDP con centro en P si :

(1) ABCD es un paralelogramo.

(2) $\overline{DP} = \overline{PB}$ y $\overline{CP} = \overline{PA}$

A) (1) por sí sola
B) (2) por sí sola
C) Ambas juntas, (1) y (2)
D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
E) Se requiere información adicional

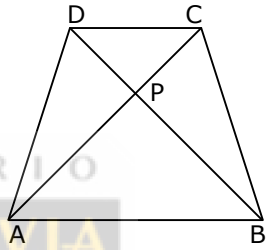


fig. 20

PREUNIVERSITARIO PEDRO DE VALDIVIA

RESPUESTAS

Ejemplos / Págs.	1	2	3	4	5	6
1 y 2	E	E	E	A	C	
3 y 4	D	E	E	A	A	
6	A	A	E	D		
7 y 8	E	C	E	D	B	
9 y 10	E	D	A	C	A	
11 y 12	D	D	B	C		
13 y 14	E	C	A	E	B	
15	C	A	C	B		
16	D	D				

EJERCICIOS PÁG. 17

1. C	8. D	15. A	22. E	29. E
2. A	9. C	16. E	23. E	30. D
3. E	10. C	17. B	24. B	31. A
4. E	11. C	18. C	25. C	32. C
5. D	12. E	19. B	26. D	33. D
6. A	13. E	20. D	27. B	34. C
7. B	14. E	21. B	28. B	35. D

PREUNIVERSITARIO
PEDRO DE VALDIVIA

DMONMA19

Puedes complementar los contenidos de esta guía visitando nuestra web
http://www.pedrodevaldivia.cl/